Nome, Cognome ....

Matricola ....

ANALISI MATEMATICA A & B
– PROVA SCRITTA –
3 AGOSTO 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

`Libri, appunti e calcolatrici` **non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. *Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva* $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ *con* $t \in [0,1]$ *rispetto all'asse* $x = 1/2$

$$M = \frac{3}{4} + \frac{\sin(2)}{4} - \sin(1)$$

Esercizio 2. *Si calcoli il seguente limite*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2\,x + x^3) - 2\,\sin x}{e^{2\,x} - 1 - 2\,x - 2\,x^2} = 0$$

Esercizio 3. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di* $f(x,y) = \arctan(x^2\,y)$ *nel punto* $(1,0,0)$

$$z = y$$

Esercizio 4. *Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine* 2 *centrato in* $(0,1)$ *con resto di Peano della funzione* $f(x,y) = y\,e^x$

$$f(x,y) = 1 + x + (y-1) + \frac{x^2}{2} + x\,(y-1) + o(x^2 + (y-1)^2)$$

Esercizio 5. *Si trovino i punti critici della funzione* $f(x,y) = x^4/4 + y^2 + x\,y$ *e si classifichino*

$$(0,0) \qquad \textit{sella}, \qquad \left(\mp\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \ \textit{minimi locali}$$

Esercizio 6. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y) = (y,0)$ *lungo il circuito regolare a tratti formato dal triangolo di vertici* $(0,0)$, $(1,0)$ *e* $(1,1)$, **percorso in senso antiorario**

$$L = -\frac{1}{2}$$

Esercizio 7. *Si trovi una primitiva* F *della funzione* $f(x) = \sqrt[3]{3\,x+1}$

$$F(x) = \frac{1}{4}\,(3\,x+1)^{\frac{4}{3}}$$

Esercizio 8. *Sia* $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 = 4\}$, *si calcoli*

$$\min_{(x,y)\in E}(2\,x + y) = -2\sqrt{5} \qquad\qquad \max_{(x,y)\in E}(2\,x+y) = 2\sqrt{5}$$

Esercizio 9. *Si calcoli l'area del grafico della funzione* $f(x,y) = 2\,x + y$ *definita sull'insieme* $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 4\,x^2 + y^2 \le 1\}$

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{6}}{2}\,\pi$$

Esercizio 10. *Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}\,\tan\left(\frac{1}{\sqrt[n]{n!}}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n^n + n!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{\frac{1}{n}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1+n^2}{n^3}\right) \ \textit{prima e seconda}$$