

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA A & B**  
– **PROVA SCRITTA** –  
**21 DICEMBRE 2020 - TURNO 2**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*
- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

**Esercizio 1.** Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, z, y)$  attraverso  $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{32\pi}{3}$$

**Esercizio 2.** Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di  $f(x, y) = x^3 - y$  nel punto  $(1, 1, 0)$   
 $z = 3x - y - 2$

**Esercizio 3.** Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x + x^2) - x}{\cos(x + x^2) - 1} = -1$$

**Esercizio 4.** Si calcoli la derivata direzionale di  $f(x, y) = y e^x$  lungo la direzione  $\omega = (-1/2, \sqrt{3}/2)$  nel punto  $(1, 1)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = \frac{e}{2}(\sqrt{3} - 1)$$

**Esercizio 5.** Si dica per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f(x, y) = y^3 + \alpha x^2 - xy$  ha un punto di massimo locale in  $(3, 1)$

$$\alpha = \frac{1}{6}$$

**Esercizio 6.** Si calcoli il lavoro del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, 0, 1)$  lungo il sostegno dell'elica cilindrica  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$  con  $t \in [0, 8\pi]$

$$L = 8\pi$$

**Esercizio 7.** Si calcoli il momento di inerzia di  $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1, (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}$  rispetto all'asse  $z$

$$M = \frac{3\pi}{2}$$

**Esercizio 8.** Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 - 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right] \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 7^n}{n!} \text{ prima, terza e quarta}$$

**Esercizio 9.** Sia  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ , si calcoli

$$\min_{(x,y) \in E} (x + 4y) = -\sqrt{17} \quad \max_{(x,y) \in E} (x + 4y) = \sqrt{17}$$

**Esercizio 10.** Si dica per quali valori del parametro  $\alpha$  il seguente campo vettoriale è conservativo su  $\mathbb{R}^2$

$$\mathbf{F}(x, y) = (2y e^{\alpha x y}, \alpha x e^{\alpha x y}) \quad \alpha = 2$$