

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– PROVA SCRITTA –

15 GIUGNO 2020 - TURNO 4

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si calcoli il baricentro \mathbf{b} del sostegno della superficie $\phi(t, s) = (\cos t, \sin t, s)$ con $(t, s) \in [0, \pi/2] \times [0, 1]$

$$\mathbf{b} = \left(\frac{2}{\pi}, \frac{2}{\pi}, \frac{1}{2} \right)$$

Esercizio 2. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sinh(n)}{n} = +\infty$$

Esercizio 3. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{2}{3} \pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

Esercizio 4. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (x^2, 0)$ lungo il ramo di spirale archimedeo $\gamma(\vartheta) = (\vartheta \cos \vartheta, \vartheta \sin \vartheta)$ con $\vartheta \in [\pi/4, \pi/2]$

$$L = -\frac{1}{3} \left(\frac{\pi \sqrt{2}}{4} \right)^3$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = \arctan(x+y)$ nel punto $(0, 0, 0)$

$$z = x + y$$

Esercizio 6. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} (x^2 + xy + y^2) = \frac{3}{2} \qquad \min_{(x,y) \in E} (x^2 + xy + y^2) = 0$$

Esercizio 7. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (z^3 \cos y, 2y + 4xz, \cosh x)$ attraverso la sfera di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 1

$$\Phi = \frac{8}{3} \pi$$

Esercizio 8. Si dica quali tra le seguenti serie numeriche risultano convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n!}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt[n]{n!}}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n^7 e^{-n} \quad (\text{seconda e quarta})$$

Esercizio 9. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = (1 - x^2)^{-1/2}$

$$F(x) = \arcsin x$$

Esercizio 10. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^2) - x}{\log(1 + x + x^2) - x} = 2$$