

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– **PROVA SCRITTA** –

9 FEBBRAIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, z, y)$ attraverso l'insieme $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{4}{3} \pi$$

Esercizio 2. Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = xy$ definita sull'insieme $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\text{Area} = \frac{2}{3} \pi [2\sqrt{2} - 1]$$

Esercizio 3. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (2x, y)$ lungo il ramo di spirale archimedeo $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ con $t \in [\pi, 2\pi]$

$$L = 3\pi^2$$

Esercizio 4. Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$

$(0, 0)$ punto sella $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{12}\right)$ punto di massimo locale

Esercizio 5. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^4) - x}{\sqrt[5]{1 + x^4} - 1} = \begin{cases} -\infty, & \text{se } x \rightarrow 0^+, \\ +\infty, & \text{se } x \rightarrow 0^-, \end{cases} \quad \text{quindi } \exists$$

Esercizio 6. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = x^2 + 3y$ nel punto $(1, 1, 4)$

$$y = 4 + 2(x - 1) + 3(y - 1)$$

Esercizio 7. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $x \rightarrow 0$

$$\boxed{\frac{1}{\sin x} \sim \frac{1}{x}} \quad \boxed{\sin x \sim x} \quad x = o(x^2) \quad \log x = o(\sqrt[3]{x}) \quad \sqrt{x} + x \sim x$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti campi risultano conservativi sul proprio dominio di definizione

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right) \quad \mathbf{G}(x, y) = \left(\frac{1}{y}, -\frac{x}{y^2}\right) \quad \mathbf{H}(x, y) = (x, -y) \quad \mathbf{I}(x, y) = (-y, x) \quad \text{secondo e terzo}$$

Esercizio 9. Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{n^3+n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n \log n}{2n^3+1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n \log \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \quad \text{prima e seconda}$$

Esercizio 10. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq \sin(\pi x)\}$ rispetto all'asse $x = 1/2$

$$M = \frac{\pi^2 - 8}{2\pi^3}$$