

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA A & B**

**– PROVA SCRITTA –**

**7 SETTEMBRE 2020**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

**Esercizio 1.** Si calcoli il lavoro del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x^2yz, x^3z + 1, x^3y)$  lungo il cammino  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 0)$  con  $t \in [0, \pi/2]$

$$L = 1$$

**Esercizio 2.** Trovare e classificare i punti critici per la funzione  $f(x, y) = x^4 + y^2 - 2xy$

$$(0, 0) \text{ punto sella} \quad \left( \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ minimi locali}$$

**Esercizio 3.** Si dica per quale valore del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite seguente risulta corretto

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x+x^2) - x - \alpha x^2}{\sin(x^2)} = 0 \quad \alpha = \frac{1}{2}$$

**Esercizio 4.** Si dica quali tra le seguenti serie risultano convergenti

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \tan\left(\sqrt[n]{\frac{1}{n!}}\right) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2^n - \log n}{n^7 + 1} \text{ le prime tre}$$

**Esercizio 5.** Si calcoli l'area del grafico della funzione  $f(x, y) = x - y$  definita sull'insieme  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

$$\text{Area} = 3\sqrt{3}\pi$$

**Esercizio 6.** Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, -2z)$  attraverso  $\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 1/2\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{3}{4}\pi$$

**Esercizio 7.** Si trovi una primitiva  $F$  della funzione  $f(x) = 1/(x^2 - 1)$

$$F(x) = \frac{1}{2} \log \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$$

**Esercizio 8.** Sia  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ , si calcoli

$$\min_{(x,y) \in E} (2x^4 + y^4) = 0 \quad \max_{(x,y) \in E} (2x^4 + y^4) = \frac{2}{3}$$

**Esercizio 9.** Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 0)$  con  $t \in [0, 2\pi]$ , rispetto alla retta passante da  $(1, 0, 0)$  e parallela all'asse delle  $z$

$$M = 4\pi$$

**Esercizio 10.** Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di  $f(x, y) = \sqrt{1-x^2}$  nel punto  $(1/2, 0, \sqrt{3}/2)$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \left( x - \frac{1}{2} \right)$$