Nome, Cognome ....

Matricola ....

ANALISI MATEMATICA A & B
– PROVA SCRITTA –
29 GIUGNO 2021 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

`Libri, appunti e calcolatrici` **non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. *Sia* $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 \leq 1\}$*, si calcolino*

$$\max_{(x,y)\in A} (x^5 + y^5) = 1 \qquad\qquad \min_{(x,y)\in A} (x^5 + y^5) = -1$$

Esercizio 2. *Si dica per quali valori del parametro* α *la serie seguente risulta convergente*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{n^\alpha} - \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)\right] \qquad \alpha > \frac{1}{3}$$

Esercizio 3. *Si determinino e si classifichino i punti critici della funzione* $f(x,y) = x^3 + 2\,x\,y + y$

$$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{8}\right) \ \textit{sella}$$

Esercizio 4. *Dare lo sviluppo di Taylor all'ordine* 3 *centrato in* $x = 0$ *con resto di Peano per la funzione*

$$f(x) = \log(1 + x + x^2) = x + \frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}\,x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 5. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di* $f(x,y) = x\,\arccos y$ *nel punto* $(2, 1/2, f(2,1/2))$

$$z = \frac{2}{3}\,\pi + \frac{\pi}{3}\,(x-2) - \frac{4}{\sqrt{3}}\,\left(y - \frac{1}{2}\right)$$

Esercizio 6. *Si dica per quale valore del parametro* α *il limite seguente risulta corretto*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x - x^3) - \sin x - \alpha\,x^3}{x^2\,(\sqrt{1+x^2} - e^x)} = \frac{2}{3} \qquad \alpha = -\frac{1}{3}$$

Esercizio 7. *Si calcoli la lunghezza del sostegno della curva* $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ *definita su* $[0,1]$

$$\ell(\gamma) = \sqrt{2}$$

Esercizio 8. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z) = (z, 0, x)$ *lungo il cammino* $\gamma(t) = (1 - \sin t, t - \cos t, t)$ *con* $t \in [0,\pi]$

$$L = \pi$$

Esercizio 9. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}\,(-x,-y,-z)$ *attraverso la frontiera dell'insieme* $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4,\ z \geq 0\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = -126\,\pi$$

Esercizio 10. *Si calcoli la derivata direzionale della funzione* $f(x,y) = x\,\tan y$ *nel punto* $(1, \pi/4)$ *lungo la direzione* $\omega = (1/2, \sqrt{3}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1,\pi/4) = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$$