

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– **PROVA SCRITTA** –

23 FEBBRAIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

Esercizio 1. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie seguente converge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^\alpha} - \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \right] \quad \alpha > \frac{1}{3}$$

Esercizio 2. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ attraverso l'insieme $\mathcal{S} = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{\pi}{2}$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^3) - x}{\log(1 + x + x^3) - \tan x} = 0$$

Esercizio 4. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $x \rightarrow +\infty$

$$\boxed{\sin x = o(x)} \quad \boxed{x = o(x^2)} \quad x^3 = o(x^2) \quad x^3 + x \sim x \quad \sqrt[10]{x} = o(\log x)$$

Esercizio 5. Sia $\alpha > 0$, si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$ lungo il circuito $\gamma(t) = (\cos t, \alpha \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi\alpha$$

Esercizio 6. Data la funzione $f(x, y) = x e^y$, si scriva l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $(1, 1, e)$

$$z = e + e(x - 1) + e(y - 1)$$

Esercizio 7. Si calcoli la derivata di $f(x, y) = \arcsin(x - 2y)$ nel punto $(0, 0)$ lungo la direzione $\omega = (\sqrt{3}/2, 1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 0) = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 4 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione

$$\sin(x - x^2) = x - x^2 - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{2} + o(x^4)$$

Esercizio 9. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ rispetto all'asse delle z

$$M = \frac{8}{3}\pi$$

Esercizio 10. Si calcoli la lunghezza del sostegno della curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ con $t \in [1, 2]$

$$\ell(\gamma) = \sqrt{2}(e^2 - e)$$