

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA A & B**

**– PROVA SCRITTA –**

**12 LUGLIO 2022**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2021/2022

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

**Esercizio 1.** Si dica per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la serie seguente converge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 - \cos \left( (\sqrt[n]{n!})^\alpha \right) \right] \quad \alpha < -\frac{1}{2}$$

**Esercizio 2.** Si dica quali tra i seguenti punti sono punti di minimo locale per la funzione  $f(x, y) = x^2 y + 1 + x y + y^2$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \quad \boxed{\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right)} \quad \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \quad (0, 1) \quad (1, 3)$$

**Esercizio 3.** Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^3) - x - x^3}{\log(1 + x) + \frac{x^2}{2} - \sin x} = -\frac{1}{3}$$

**Esercizio 4.** Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per  $x \rightarrow 0$

$$\sin x = o(x) \quad x = o(x^2) \quad \boxed{x^3 = o(x^2)} \quad \boxed{x^3 + x \sim x} \quad \boxed{\sqrt[10]{x} = o(\log x)}$$

**Esercizio 5.** Si calcoli il lavoro del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y) = (-y, 2x)$  lungo il circuito  $\gamma(t) = (2 \cos t, 3 \sin t)$  con  $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 18\pi$$

**Esercizio 6.** Data la funzione  $f(x, y) = \arctan(xy)$ , si scriva l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto  $(1, 2, f(1, 2))$

$$z = \arctan(2) + \frac{2}{5}(x - 1) + \frac{1}{5}(y - 2)$$

**Esercizio 7.** Si calcoli la derivata di  $f(x, y) = \arccos(x - y)$  nel punto  $(1, 1)$  lungo la direzione  $\omega = (\sqrt{3}/2, 1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 0) = \frac{-\sqrt{3} + 1}{2}$$

**Esercizio 8.** Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 4 centrato in  $x = 0$  con resto di Peano della funzione

$$\frac{1}{1 + x - x^2} = 1 - x + 2x^2 - 3x^3 + 5x^4 + o(x^4)$$

**Esercizio 9.** Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme  $\Sigma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\}$  rispetto all'asse  $x$

$$M = \pi$$

**Esercizio 10.** Si calcoli l'area del grafico della funzione  $f(x, y) = xy$  definita sull'insieme  $A = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0\}$

$$\text{Area} = \frac{\pi}{3} \left( 3^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}} \right)$$

SECONDA PARTE

*Lo studente scriva lo svolgimento di ogni esercizio su un foglio a parte.*

*In questa parte **non** verranno ritenute valide risposte corrette, ma prive di giustificazione.*

**Esercizio 11** (9 punti). *Sia  $E \subset \mathbb{R}^2$  il seguente insieme*

$$E = \left\{ (x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, |y| \leq \frac{3}{2} \right\}.$$

*Si calcoli l'integrale doppio*

$$\iint_E \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dx dy.$$

**Esercizio 12** (7 punti). *Si consideri il campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, x^2 y, x)$ . Se ne calcoli il flusso attraverso la frontiera dell'insieme*

$$V = \left\{ (x, y, z) : |z| \leq 1 - x^2 - y^2 \right\}.$$

*Si dica inoltre se il campo  $\mathbf{F}$  è conservativo, giustificando la risposta. In caso affermativo, se ne trovi un potenziale.*