

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B

– **PROVA SCRITTA** –

7 SETTEMBRE 2020

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x^2yz, x^3z + 1, x^3y)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 0)$ con $t \in [0, \pi/2]$*

$$L = 1$$

Esercizio 2. *Trovare e classificare i punti critici per la funzione $f(x, y) = x^4 + y^2 - 2xy$*

$$(0, 0) \text{ punto sella} \quad \left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ minimi locali}$$

Esercizio 3. *Si trovi un potenziale U per il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x^2 + yz, xz, xy)$*

$$U(x, y, z) = x^3 + xyz$$

Esercizio 4. *Si trovi una superficie regolare ϕ il cui sostegno coincida con l'insieme $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 1/2\}$*

$$\phi(t, s) = (1 + \cos t \sin s, \sin t \sin s, \cos s) \quad \text{con } (t, s) \in [0, 2\pi] \times \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$$

Esercizio 5. *Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = x - y$ definita sull'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$*

$$\text{Area} = 3\sqrt{3}\pi$$

Esercizio 6. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, -2z)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 1/2\}$*

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{3}{4}\pi$$

Esercizio 7. *Si calcoli la curvatura della curva $\gamma(t) = (\cosh t, \sinh t)$ nei punti in cui questo è possibile*

$$\kappa_{\gamma}(t) = -\frac{1}{(\cosh^2 t + \sinh^2 t)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 8. *Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcoli*

$$\min_{(x,y) \in E} (2x^4 + y^4) = 0 \quad \max_{(x,y) \in E} (2x^4 + y^4) = 2$$

Esercizio 9. *Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 0)$ con $t \in [0, 2\pi]$, rispetto alla retta passante da $(1, 0, 0)$ e parallela all'asse delle z*

$$M = 4\pi$$

Esercizio 10. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = \sqrt{1-x^2}$ nel punto $(1/2, 0, \sqrt{3}/2)$*

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \left(x - \frac{1}{2} \right)$$