

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
3 AGOSTO 2020 - TURNO 3

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

*Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it*

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. *Si dica per quali valori del parametro α il seguente limite è corretto*

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)^\alpha}{x(y+1)} = 0 \quad \text{nessun valore}$$

Esercizio 2. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^z, yx^2, x^2 + y^2)$ attraverso ∂E , dove $E = \{(x, y, z) : (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$*

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{5}{4} \pi$$

Esercizio 3. *Si calcoli la lunghezza del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$ con $t \in [0, \pi]$*

$$\ell = 3$$

Esercizio 4. *Si calcoli la curvatura della curva $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$ nei punti in cui questo è possibile*

$$\kappa(t) = -\frac{1}{3 |\cos t \sin t|}$$

Esercizio 5. *Si dica quali tra i seguenti sono punti di massimo locale per la funzione $f(x, y) = xy - x^4 - y^2$*

$$(0, 0) \quad (1, 0) \quad \boxed{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{4\sqrt{2}}\right)} \quad \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, -\frac{1}{4\sqrt{2}}\right) \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$$

Esercizio 6. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, \pi/3]$*

$$L = \sqrt{3}/4$$

Esercizio 7. *Si dica quali tra i seguenti potenziali generano un campo vettoriale solenoidale sul loro insieme di definizione*

$$U(x, y) = \log \sqrt{x^2 + y^2} \quad V(x, y) = \frac{x(x-1) + y^2}{(x-1)^2 + y^2} \quad W(x, y) = 3x^2y + y^3 \text{ primo e secondo}$$

Esercizio 8. *Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 = 1\}$, si calcoli*

$$\min_{(x,y) \in E} (x - y) = -\sqrt[4]{8} \quad \max_{(x,y) \in E} (x - y) = \sqrt[4]{8}$$

Esercizio 9. *Si calcoli il baricentro dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x^2\}$*

$$\mathbf{b}^E = \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{10}\right)$$

ANALISI MATEMATICA B

Esercizio 10 Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \arccos(x - y)$ nel punto $(1/2, 0)$ lungo la direzione $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$.

$$\frac{\partial f}{\partial \omega} \left(\frac{1}{2}, 0 \right) = -1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$