

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
29 GIUGNO 2020 - TURNO 4

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta
- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} x^2 y = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \qquad \min_{(x,y) \in E} x^2 y = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$$

Esercizio 2. Si calcoli la curvatura della curva $\gamma(t) = (\cos t, 2 \sin t)$

$$\kappa_\gamma(t) = \frac{2}{(\sin^2 t + 4 \cos^2 t)^{3/2}}$$

Esercizio 3. Si calcoli la lunghezza della curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ con $t \in [0, 1]$

$$\ell(\gamma) = \sqrt{2}(e - 1)$$

Esercizio 4. Si scriva lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(0, 0)$ con resto di Peano per della seguente funzione

$$\sqrt{1 + x^2 + y^2} = 1 + \frac{x^2 + y^2}{2} + o(x^2 + y^2)$$

Esercizio 5. Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della superficie $\phi(t, s) = (s \cos t, s \sin t, s)$ con $(t, s) \in [0, 2\pi] \times [0, 1]$ rispetto all'asse delle x

$$M = \frac{3\pi\sqrt{2}}{4}$$

Esercizio 6. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \cosh(x + y)$ nel punto $(1, 1)$ lungo la direzione $\omega = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 0) = \sqrt{2} \sinh(1)$$

Esercizio 7. Si calcolino il versore tangente ed il versore normale alla curva nel piano $\gamma(t) = (t, \cos t)$

$$\mathbf{T}_\gamma(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 t}}, \frac{-\sin t}{\sqrt{1 + \sin^2 t}} \right) \qquad \mathbf{N}_\gamma(t) = \left(\frac{-\sin t}{\sqrt{1 + \sin^2 t}}, -\frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 t}} \right)$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti campi sono conservativi sull'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$

$$\mathbf{F}(x, y) = (xy, xy) \quad \mathbf{H}(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}} \right) \quad \mathbf{K}(x, y) = \left(-\frac{y}{(x-2)^2 + y^2}, \frac{x}{(x-2)^2 + y^2} \right) \text{ (il secondo)}$$

Esercizio 9. Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 y - xy^2 + xy$ e si classifichino

$$(0, 0) \quad e \quad (0, 1) \quad \text{selle}$$

Esercizio 10. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, y^2 x, x^3)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 0$$