

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
29 GIUGNO 2020 - TURNO 3

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si dica quali tra le seguenti curve sono regolari sull'intervallo $[-1, 1]$

$$\gamma(t) = (t, t^2) \quad \eta(t) = (\cos(t^2), \sin(t^2)) \quad \psi(t) = \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right) \quad \mu(t) = (t+\cos t, |t|-\sin t) \text{ la prima e la terza}$$

Esercizio 2. Dire per quali valori di α il seguente limite è corretto

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{xy + y^2}{(x^2 + y^2)^\alpha} = 0 \quad \alpha < 1$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = ye^x$ nel punto $(0, 1, 1)$.

$$z = x + y$$

Esercizio 4. Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ definita sull'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

$$\text{Area} = \frac{\pi}{6} \left((17)^{\frac{3}{2}} - 5^{\frac{3}{2}} \right)$$

Esercizio 5. Si calcolino il versore tangente ed il versore normale alla curva nel piano $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$

$$\mathbf{T}_\gamma(t) = \left(\frac{1 - \cos t}{\sqrt{2 - 2 \cos t}}, \frac{\sin t}{\sqrt{2 - 2 \cos t}} \right) \quad \mathbf{N}_\gamma(t) = \left(\frac{\sin t}{\sqrt{2 - 2 \cos t}}, -\frac{1 - \cos t}{\sqrt{2 - 2 \cos t}} \right)$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$ lungo il sostegno del circuito regolare $\gamma(t) = (\cos t, 2 \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 4\pi$$

Esercizio 7. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x\}$ rispetto all'asse delle y

$$M = \frac{1}{4}$$

Esercizio 8. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} (x^2 - y^2) = 1 \quad \min_{(x,y) \in E} (x^2 - y^2) = -1$$

Esercizio 9. Si calcoli il flusso del campo vettoriale solenoidale $\mathbf{F}(x, y, z) = (z^2, 0, 0)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 1, x = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{\pi}{4}$$

Esercizio 10. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$ nel punto $(1, 1)$ lungo la direzione $\omega = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$