

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
29 GIUGNO 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si dica quali tra i seguenti sono punti sella per la funzione $f(x, y) = x^4 + y^4 - xy$

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (0, 0) \quad \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \quad \left(0, \frac{1}{2}\right) \quad \left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \quad (\text{il secondo})$$

Esercizio 2. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \arcsin(xy)$ nel punto $(1, 0)$ lungo la direzione $\omega = (\sqrt{3}/2, 1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 0) = \frac{1}{2}$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = \sin(xy)$ nel punto $(1, 0, 0)$.

$$z = y$$

Esercizio 4. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{2}{3} \pi$$

Esercizio 5. Si calcoli la curvatura della curva piana $\gamma(t) = (t, \cos t)$

$$\kappa_\gamma(t) = -\frac{\cos t}{(1 + \sin^2 t)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, 2xy, z)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi^2$$

Esercizio 7. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x^2y^2z, 2x^3yz, x^3y^2)$

$$U(x, y, z) = x^3y^2z$$

Esercizio 8. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} xy = \sqrt[4]{\frac{4}{27}} \qquad \min_{(x,y) \in E} xy = -\sqrt[4]{\frac{4}{27}}$$

Esercizio 9. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 0, 0)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0\}$

$$\Phi = \frac{16}{3} \pi$$

Esercizio 10. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(x, y) = (1, 0)$ con resto di Peano della funzione di 2 variabili

$$x^2y = y + 2y(x-1) + o((x-1)^2 + y^2)$$