Nome, Cognome ....

Matricola ....

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
28 GIUGNO 2021 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

`Libri, appunti e calcolatrici` **non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. *Sia* $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 \leq 2\}$*, si calcolino*

$$\max_{(x,y)\in A} (x^2 - y) = \frac{9}{4} \qquad\qquad \min_{(x,y)\in A} (x^2 - y) = -\sqrt{2}$$

Esercizio 2. *Si trovi un potenziale* U *per il campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y) = (x\,(x^2+y^2)^{-1}, y\,(x^2+y^2)^{-1})$ *definito su* $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

$$U(x,y) = \log\sqrt{x^2+y^2}$$

Esercizio 3. *Si dica per quali valori del parametro* α *la funzione* $f(x,y) = x^3 + \alpha\,x\,y + y^3$ *ha un punto di minimo locale in* $(3,3)$

$$\alpha = -9$$

Esercizio 4. *Si dica quali tra i seguenti campo risultano solenoidali sul proprio dominio di definizione*

$$\boxed{\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)} \quad \boxed{\mathbf{B}(x,y) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right)} \quad \mathbf{H}(x,y,z) = (x\,y, z, 1)$$

Esercizio 5. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di* $f(x,y) = \cos(\sqrt{x^2+y^2})$ *nel punto* $(0,0,f(0,0))$

$$z = 1$$

Esercizio 6. *Sia* $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$ *e sia* $\mathbf{F}$ *un campo vettoriale di classe* C^2 *su* E*. Si dica quali tra le seguenti affermazioni sono vere:*

$$\boxed{1.\ \mathbf{F}\ \textit{conservativo su}\ E \implies \mathbf{F}\ \textit{irrotazionale su}\ E}$$

$$2.\ \mathbf{F}\ \textit{solenoidale su}\ E \implies \mathbf{F}\ \textit{irrotazionale su}\ E$$

$$\boxed{3.\ \mathbf{F}\ \textit{solenoidale su}\ E \implies \textit{il flusso di}\ \mathbf{F}\ \textit{attraverso}\ \partial E\ \textit{è nullo}}$$

$$\boxed{4.\ \mathbf{F}\ \textit{irrotazionale su}\ E \implies \mathbf{F}\ \textit{conservativo su}\ E}$$

Esercizio 7. *Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva* $\gamma(t) = (t, \frac{2}{5}\,t^2\,\sqrt{t})$ *definita su* $[0,1]$*, rispetto all'asse delle* y

$$M = \frac{2}{9}\,(2\sqrt{2} - 1)$$

Esercizio 8. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale* $\mathbf{F}$ *dell'Esercizio 2 lungo il cammino* $\gamma(t) = (t, 1 + \sin t)$ *con* $t \in [0, 8\,\pi]$

$$L = \log\sqrt{64\,\pi^2 + 1}$$

Esercizio 9. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z) = (e^z, y, e^x)$ *attraverso la frontiera dell'insieme* $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2 \leq 4,\ z \geq 0\}$

$$\Phi = \frac{16}{3}\,\pi$$

Esercizio 10. *Si calcoli la derivata direzionale della funzione* $f(x,y) = \arctan(x\,y)$ *nel punto* $(1,1)$ *lungo la direzione* $\omega = (1/2, \sqrt{3}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1,1) = \frac{1+\sqrt{3}}{4}$$