

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
13 LUGLIO 2020 - TURNO 4

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta
- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in A} (x^2 + 2y^2) = 2 \qquad \min_{(x,y) \in A} (x^2 + 2y^2) = 0$$

Esercizio 2. Si dica quali tra i seguenti sono punti sella per la funzione $f(x, y) = x^3 + y^2 - 3x^2y$

$$(0, 0) \quad \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right) \quad \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right) \quad (1, 1) \text{ i primi due}$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y}$ nel punto $(0, 1, 1)$

$$z = 1 + \frac{1}{2}(y - 1)$$

Esercizio 4. Si calcoli la lunghezza della curva $\gamma(t) = (\cos^2 t, \cos t \sin t)$ con $t \in [0, \pi]$

$$\ell(\gamma) = \pi$$

Esercizio 5. Si calcoli il baricentro dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y \geq x\}$

$$\mathbf{b}^E = \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}, \frac{2\sqrt{2}}{3\pi}\right)$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (y^2, 2xy + 1)$ lungo la curva $\gamma(t) = (3 \cos t, \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 0$$

Esercizio 7. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 0, 0)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = x^2 + y^2\}$

$$\Phi = -\frac{\pi}{2}$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti potenziali generano un campo vettoriale solenoidale sul proprio dominio di definizione

$$U(x, y) = x^4 + 4x^2y^2 \quad V(x, y) = \sinh x \cos y \quad W(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \text{ secondo e terzo}$$

Esercizio 9. Si calcoli la curvatura della curva $\gamma(t) = (\sqrt{1-t^2}, t)$

$$\kappa_\gamma(t) = 1$$

Esercizio 10. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(1, 0)$ con resto di Peano della funzione di due variabili $f(x, y) = ye^x$

$$f(x, y) = ey + ey(x-1) + o((x-1)^2 + y^2)$$