

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– **PROVA SCRITTA** –
13 LUGLIO 2020 - TURNO 3

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Si dica per quale valore del parametro α la funzione $f(x, y) = x^3 + y^3 - \alpha xy$ ha un minimo locale nel punto $(-2, -2)$

$$\alpha = -6$$

Esercizio 2. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = x \arcsin y$ nel punto $(1, 1/2, \pi/6)$

$$z = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}(x-1) + \frac{2}{\sqrt{3}}\left(y - \frac{1}{2}\right)$$

Esercizio 3. Si diano i versori tangente e normale alla seguente curva $\gamma(t) = (t^2 \cos t, t^2 \sin t)$

$$\mathbf{T}_\gamma(t) = \left(\frac{2t \cos t - t^2 \sin t}{\sqrt{t^4 + 4t^2}}, \frac{2t \sin t + t^2 \cos t}{\sqrt{t^4 + 4t^2}} \right) \quad \mathbf{N}_\gamma(t) = \left(\frac{2t \sin t + t^2 \cos t}{\sqrt{t^4 + 4t^2}}, -\frac{2t \cos t - t^2 \sin t}{\sqrt{t^4 + 4t^2}} \right)$$

Esercizio 4. Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della superficie $\phi(t, s) = (\cos t \sin s, \sin t \sin s, \cos s)$ con $(t, s) \in [0, 2\pi] \times [0, \pi/2]$ rispetto all'asse delle z

$$M = \frac{4}{3} \pi$$

Esercizio 5. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$ lungo il circuito regolare $\gamma(t) = (3 \cos t, \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 6\pi$$

Esercizio 6. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y, z)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1 \text{ e } x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\Phi = \pi$$

Esercizio 7. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy, \frac{x^2}{2} + y^2 + z, y)$

$$U(x, y, z) = \frac{x^2}{2}y + \frac{y^3}{3} + zy$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi sul loro insieme di definizione

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{x^3}{x^4 + y^4}, \frac{y^3}{x^4 + y^4}, 0 \right) \quad \mathbf{B}(x, y) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \quad \mathbf{K}(x, y) = (-y, x) \text{ primo}$$

Esercizio 9. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \arctan(2xy)$ nel punto $(1, 1)$ lungo la direzione $\omega = (1/2, \sqrt{3}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = \frac{1}{5} + \frac{\sqrt{3}}{5}$$

Esercizio 10. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^4 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x, y) \in A} xy = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt[4]{\frac{1}{3}} \quad \min_{(x, y) \in A} xy = -\sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$$