

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
13 LUGLIO 2020 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta
- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^4 + y - x^2 y$ e si classifichino

$$(1, 2) \quad (-1, 2) \quad \text{selle}$$

Esercizio 2. Si calcoli la curvatura della curva $\gamma(t) = (1 + 2 \cos t, 3 \sin t)$

$$\kappa_\gamma(t) = \frac{6}{(4 \sin^2 t + 9 \cos^2 t)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = x^2 e^y$ nel punto $(1, 0, 1)$

$$z = 1 + 2(x - 1) + y$$

Esercizio 4. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 con resto di Peano centrato in $(0, 1)$ per la funzione $f(x, y) = x^3 + y + 2xy$

$$f(x, y) = 1 + 2x + (y - 1) + 2x(y - 1) + o(x^2 + (y - 1)^2)$$

Esercizio 5. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq x \leq 1\}$ rispetto all'asse delle z

$$M = \frac{7\pi}{12}$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz e^{xyz}, xz e^{xyz}, xy e^{xyz})$ lungo il cammino $\gamma(t) = (\cos t \sin t, t^2)$ con $t \in [0, \pi/4]$

$$L = e^{\frac{\pi^2}{32}} - 1$$

Esercizio 7. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y, z)$ attraverso la frontiera dell'insieme $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ e } z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\Phi = \frac{4}{3} \pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Esercizio 8. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = e^{x^2 y}$ nel punto $(1, 1)$ lungo la direzione $\omega = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = \frac{3}{2} \sqrt{2} e$$

Esercizio 9. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi sul loro insieme di definizione

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right) \quad \mathbf{B}(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}, 0\right) \quad \mathbf{K}(x, y) = \left(yx, \frac{x^2}{2} + y^2\right) \quad \text{secondo e terzo}$$

Esercizio 10. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^4 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x, y) \in A} (x^2 - y) = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{3}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \min_{(x, y) \in A} (x^2 - y) = -1$$