

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B

– **PROVA SCRITTA** –

9 FEBBRAIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, z, y)$ attraverso l'insieme $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{4}{3} \pi$$

Esercizio 2. Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = xy$ definita sull'insieme $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\text{Area} = \frac{2}{3} \pi [2\sqrt{2} - 1]$$

Esercizio 3. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (2x, y)$ lungo il ramo di spirale archimedeo $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ con $t \in [\pi, 2\pi]$

$$L = 3\pi^2$$

Esercizio 4. Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$

$(0, 0)$ punto sella $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{12}\right)$ punto di massimo locale

Esercizio 5. Si calcoli la curvatura della curva cartesiana $\gamma(t) = (t, t^2)$

$$\kappa_{\gamma}(t) = \frac{2}{(1 + 4t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 6. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = x^2 + 3y$ nel punto $(1, 1, 4)$

$$y = 4 + 2(x - 1) + 3(y - 1)$$

Esercizio 7. Si calcoli la derivata della funzione $f(x, y) = \arctan(x + y)$ lungo la direzione $\omega = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ nel punto $(0, 1)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti campi risultano conservativi sul proprio dominio di definizione

$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right)$ $\mathbf{G}(x, y) = \left(\frac{1}{y}, -\frac{x}{y^2}\right)$ $\mathbf{H}(x, y) = (x, -y)$ $\mathbf{I}(x, y) = (-y, x)$ secondo e quarto

Esercizio 9. Si dia una superficie regolare ϕ il cui sostegno coincida con l'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$

$$\phi(t, s) = (\cos t \sin s, \sin t \sin s, \cos s), \quad (t, s) \in [0, 2\pi] \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

Esercizio 10. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq \sin(\pi x)\}$ rispetto all'asse $x = 1/2$

$$M = \frac{\pi^2 - 8}{2\pi^3}$$