

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA B**  
– **PROVA SCRITTA** –  
**14 GIUGNO 2021 - TURNO 3**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

*Al termine della prova, dovrà inviarne una foto*

*all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

**Esercizio 1.** Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi sull'insieme  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$

$$\mathbf{B}(x, y, z) = (x, -z, y) \quad \mathbf{K}(x, y) = \left(-2yx, \frac{x^2}{2} + y^2\right) \quad \mathbf{H}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right) \text{ terzo}$$

**Esercizio 2.** Si trovino i punti critici della funzione  $f(x, y) = x^3 - 3x + y^2$  e si classifichino

$$(1, 0) \text{ minimo locale} \quad (-1, 0) \quad \text{sella}$$

**Esercizio 3.** Si calcoli la curvatura della curva  $\gamma(t) = (t^2 \cos t, t^2 \sin t)$

$$\kappa_\gamma(t) = \frac{t^2 + 6}{t(t^2 + 4)^{\frac{3}{2}}}$$

**Esercizio 4.** Si calcoli il lavoro del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, -z, y)$  lungo il cammino  $\gamma(t) = (t, t, 2t)$  con  $t \in [0, 1]$

$$L = \frac{1}{2}$$

**Esercizio 5.** Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di  $f(x, y) = xy$  nel punto  $(1, 2, f(1, 2))$

$$z = 2x + y - 2$$

**Esercizio 6.** Si dica per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente limite risulta corretto

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|x|^\alpha y}{x^2 + y^2} = 0\alpha > 1$$

**Esercizio 7.** Si calcoli l'area del grafico della funzione  $f(x, y) = xy$  definita su  $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\text{Area} = \frac{2}{3} \pi \left(2^{\frac{3}{2}} - 1\right)$$

**Esercizio 8.** Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, z, y)$  attraverso l'insieme  $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z \in [1, 2], y \geq 0\}$

$$\Phi = 3$$

**Esercizio 9.** Si calcoli la derivata direzionale della funzione  $f(x, y) = e^{xy^2}$  nel punto  $(1, 1)$  lungo la direzione  $\omega = (\sqrt{3}/2, -1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = e \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)$$

**Esercizio 10.** Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}$ , si calcolino

$$\max_{(x,y) \in A} xy = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \min_{(x,y) \in A} xy = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$