

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
14 GIUGNO 2021 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono solenoidali sul loro insieme di definizione

$$\mathbf{B}(x, y, z) = (x, y, z) \quad \mathbf{K}(x, y) = \left(-2yx, \frac{x^2}{2} + y^2\right) \quad \mathbf{H}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right) \text{ secondo e terzo}$$

Esercizio 2. Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + xy + y^2$ e si classifichino

$$(0, 0) \text{ sella} \quad \left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}\right) \quad \text{minimo locale}$$

Esercizio 3. Si trovi un potenziale U per il campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz^2, xz^2, 2xyz)$

$$U(x, y, z) = xyz^2$$

Esercizio 4. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = x \arctan y$ nel punto $(1, 1, f(1, 1))$

$$z = \frac{\pi}{4}x + \frac{1}{2}(y - 1)$$

Esercizio 5. Si dica quali tra i seguenti insiemi del piano risultano stellati rispetto ad un loro punto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1\} \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\} \quad C = \mathbb{R}^2 \quad D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0\}$$

Esercizio 6. Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$ rispetto all'asse delle z

$$M = \sqrt{2} 2\pi$$

Esercizio 7. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, z, y)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi^2$$

Esercizio 8. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 0, z)$ attraverso l'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z \in [0, 1]\}$

$$\Phi = \pi$$

Esercizio 9. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = e^{x^2y}$ nel punto $(1, 1)$ lungo la direzione $\omega = (\sqrt{3}/2, 1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = e \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2} \right)$$

Esercizio 10. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + xy + y^2 = 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x, y) \in A} (x^2 + y^2) = 2 \quad \min_{(x, y) \in A} (x^2 + y^2) = \frac{2}{3}$$