Nome, Cognome ....

Matricola ....

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
14 GIUGNO 2021 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

`Libri, appunti e calcolatrici` **non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco. Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. *Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi sul loro insieme di definizione*

$$\mathbf{B}(x,y,z)=(x,y,z) \qquad \mathbf{K}(x,y)=\left(-y\,x,\frac{x^2}{2}+y^2\right) \qquad \mathbf{H}(x,y)=\left(-\frac{y}{x^2+y^2},\frac{x}{x^2+y^2}\right)\ \textit{primo}$$

Esercizio 2. *Si trovino i punti critici della funzione* $f(x,y)=x^3+2\,x\,y+y^2$ *e si classifichino*

$$(0,0)\ \textit{sella} \qquad \left(\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right) \qquad \textit{minimo locale}$$

Esercizio 3. *Si calcoli la lunghezza del sostegno della curva* $\gamma(t)=(t^2\,\cos t,t^2\,\sin t)$ *con* $t\in[0,\pi]$

$$\ell(\gamma)=\frac{1}{3}\,\left[(4+\pi^2)^{\frac{3}{2}}-4^{\frac{3}{2}}\right]$$

Esercizio 4. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di* $f(x,y)=e^{x^2\,y}$ *nel punto* $(1,0,f(1,0))$

$$z=1+y$$

Esercizio 5. *Si dica quali tra le seguenti funzioni radialmente simmetriche sono differenziabili nell'origine*

$$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2} \qquad g(x,y)=e^{x^2+y^2} \qquad h(x,y)=e^{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad k(x,y)=(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\ \textit{seconda e quarta}$$

Esercizio 6. *Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme* $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,:\,x\in[-1,1],\,|y|\le 1-x^2\}$ *rispetto all'asse delle* y

$$M=4\,\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$$

Esercizio 7. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z)=(2\,x,-2\,y,1)$ *lungo il cammino* $\gamma(t)=(\tan t,\sin t,t^2)$ *con* $t\in[0,\pi/4]$

$$L=\frac{1}{2}+\frac{\pi^2}{16}$$

Esercizio 8. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z)=(x^3,y^3,z^3)$ *attraverso l'insieme* $\Sigma=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\,:\,x^2+y^2+z^2=1\}$

$$\Phi=\frac{12}{5}\,\pi$$

Esercizio 9. *Si calcoli la derivata direzionale della funzione* $f(x,y)=\arcsin(x-y)$ *nel punto* $(1,1)$ *lungo la direzione* $\omega=(\sqrt{2}/2,\sqrt{2}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial\omega}(1,1)=0$$

Esercizio 10. *Sia* $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,:\,2\,x^4+y^4\le 1\}$, *si calcolino*

$$\max_{(x,y)\in A}(2\,x+y)=3\,\sqrt[4]{\frac{1}{3}} \qquad \min_{(x,y)\in A}(2\,x+y)=-3\,\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$$