

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B

– PROVA SCRITTA –

12 LUGLIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in A} (xy + y) = \frac{3\sqrt{3}}{4} \quad \min_{(x,y) \in A} (xy + y) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Esercizio 2. Si dia una curva regolare il cui sostegno coincida con l'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1, z = 1/2, y \geq 0\}$

$$\gamma(t) = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos t, \frac{\sqrt{3}}{2} \sin t, \frac{1}{2} \right) \quad t \in [0, \pi]$$

Esercizio 3. Si calcoli la curvatura della curva cartesiana $\gamma(t) = (t, \sin t)$ definita su $[0, \pi]$

$$\kappa_\gamma(t) = \frac{-\sin t}{(1 + \cos^2 t)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 4. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = e^x \arcsin y$ nel punto $(1, 1/2, f(1, 1/2))$

$$z = e \frac{\pi}{6} x + \frac{2}{\sqrt{3}} e \left(y - \frac{1}{2} \right)$$

Esercizio 5. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, 1/2 \leq z \leq 1\}$

$$\text{Vol} = \frac{3\pi}{2}$$

Esercizio 6. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ rispetto all'asse $x = 1$

$$M = \frac{5}{4} \pi$$

Esercizio 7. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, 1)$ lungo il sostegno dell'elica cilindrica $\gamma(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 10\pi$$

Esercizio 8. Sia $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 2\}$, si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^z x, 0, y^2)$ attraverso ∂E

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \pi(e^2 - 1)$$

Esercizio 9. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = e^{y \cos x}$ nel punto $(\pi/4, 1)$ lungo la direzione $\omega = (-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(\pi/4, 1) = e^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Esercizio 10 (4 punti). Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 y + x y + y^2$ e si classifichino

$$(0, 0) \text{ sella} \quad (-1, 0) \text{ sella} \quad (-1/2, 1/8) \text{ minimo locale}$$