

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
15 GIUGNO 2020 - TURNO 4

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto*
- all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*
- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Si calcoli il baricentro \mathbf{b} del sostegno della superficie $\phi(t, s) = (\cos t, \sin t, s)$ con $(t, s) \in [0, \pi/2] \times [0, 1]$

$$\mathbf{b} = \left(\frac{2}{\pi}, \frac{2}{\pi}, \frac{1}{2} \right)$$

Esercizio 2. Si calcoli la curvatura della curva cartesiana $\gamma(t) = (t, e^t)$

$$\kappa_\gamma(t) = \frac{e^t}{(1 + e^{2t})^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 3. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{2}{3} \pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

Esercizio 4. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (x^2, 0)$ lungo il ramo di spirale archimedeo $\gamma(\vartheta) = (\vartheta \cos \vartheta, \vartheta \sin \vartheta)$ con $\vartheta \in [\pi/4, \pi/2]$

$$L = -\frac{1}{3} \left(\frac{\pi \sqrt{2}}{4} \right)^3$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = \arctan(x+y)$ nel punto $(0, 0, 0)$

$$z = x + y$$

Esercizio 6. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} (x^2 + xy + y^2) = \frac{3}{2} \qquad \min_{(x,y) \in E} (x^2 + xy + y^2) = 0$$

Esercizio 7. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (z^3 \cos y, 2y + 4xz, \cosh x)$ attraverso la sfera di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 1

$$\Phi = \frac{8}{3} \pi$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono solenoidali su $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y}{y^2 + x^2}, -\frac{x}{y^2 + x^2} \right) \quad \mathbf{B}(x, y) = \left(1, \frac{1}{y} \right) \quad \mathbf{H}(x, y) = (e^x \cosh y, e^x \sinh y) \quad \mathbf{K}(x, y) = (e^x \sin y, e^x \cos y) \quad (\mathbf{F} \text{ e } \mathbf{K})$$

Esercizio 9. Si trovino i punti sella della funzione $f(x, y) = -x^4 + 2xy - y^2$

$$(0, 0)$$

Esercizio 10. Si dica quali tra le seguenti curve sono regolari sull'intervallo $[-1, 1]$

$$\gamma(t) = (t^2, t^2 + 2) \quad \eta(t) = (t, |t|) \quad \psi(t) = (t(1-t), t^2) \quad k(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t) \quad (\text{la terza})$$