

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
15 GIUGNO 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{4}{3}\pi$$

Esercizio 2. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = xy$ nel punto $(1, 1, 1)$

$$z = x + y - 1$$

Esercizio 3. Si calcoli il momento d'inerzia M dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], 0 \leq y \leq x^2\}$ rispetto all'asse delle y

$$M = \frac{2}{5}$$

Esercizio 4. Si calcolino il versore tangente \mathbf{T}_γ ed il versore normale \mathbf{N}_γ alla curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$

$$\mathbf{T}_\gamma(t) = \frac{(\cos t - \sin t, \sin t + \cos t)}{\sqrt{2}} \quad \mathbf{N}_\gamma(t) = \frac{(\sin t + \cos t, \sin t - \cos t)}{\sqrt{2}}$$

Esercizio 5. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, z)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi(1 + \pi)$$

Esercizio 6. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xy, x^2, 1)$

$$U(x, y) = x^2y + z$$

Esercizio 7. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} xy = \frac{1}{4} \quad \min_{(x,y) \in E} xy = -\frac{1}{4}$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti potenziali generano una campo vettoriale solenoidale sul proprio dominio di definizione

$$U(x, y) = x^3 - 3xy^2 \quad V(x, y) = x^3 - y^3 \quad W(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (U \text{ e } W)$$

Esercizio 9. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(x, y) = (0, 0)$ con resto di Peano della funzione di 2 variabili

$$\log(1 + 2x + y) = 2x + y - 2x^2 - 2xy - \frac{y^2}{2} + o(x^2 + y^2)$$

Esercizio 10. Si dica quali tra i seguenti sono punti sella per la funzione $f(x, y) = x^3 + xy - y^3$

$$(0, 1) \quad \left(0, -\frac{1}{3}\right) \quad (0, 0) \quad \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right) \quad (1, 1) \quad (\text{il terzo})$$