

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– PROVA SCRITTA INTEGRATIVA –
21 DICEMBRE 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta
- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione biettiva derivabile, tale che $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ e $f'(0) = -2$. Indicando con f^{-1} la sua funzione inversa, si dica quali tra le seguenti identità risultano corrette

$$\frac{df^{-1}}{dy}(0) = 1 \quad \frac{df^{-1}}{dy}(1) = -\frac{1}{2} \quad f^{-1}(-2) = 0 \quad \frac{df^{-1}}{dy}(1) = 0 \quad f^{-1}(1) = 0 \text{ seconda e quinta}$$

Esercizio 2. Si trovino le soluzioni dell'equazione trigonometrica $\cos x = 2 \sin x$

$$x = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - 1 - \sin x}{\sqrt{1+x^2} - 1} = 3$$

Esercizio 4. Si trovino le soluzioni dell'equazione $\log_4(x+1) = \log_2(x+1)$

$$x = 0$$

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \arcsin(x/(x+1))$$

se ne trovi il dominio $D = [-1/2, +\infty)$

Esercizio 6. Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione $f(x) = |x-1|e^x$

crescente su $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$, decrescente su $(0, 1)$

Esercizio 7. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione

$$\frac{1}{1-x+x^3} = 1 + x + x^2 + o(x^3)$$

Esercizio 8. Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \log n}{n^3 + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n} \text{ prima e seconda}$$

Esercizio 9. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = x^3 e^{x^2}$

$$F(x) = \frac{1}{2} (x^2 - 1) e^{x^2}$$

Esercizio 10. Si calcoli il seguente limite di successione

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{2n} = e^4$$