

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– PROVA SCRITTA –
23 FEBBRAIO 2021 - TURNO 4

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto*
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. Si trovino il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = x^4 - x^3$ sull'intervallo $[0, 2]$

$$\max_{x \in [0,2]} f(x) = 8 \qquad \min_{x \in [0,2]} f(x) = \frac{3^4}{4^4} - \frac{3^3}{4^3} = -\frac{1}{4} \frac{27}{64}$$

Esercizio 2. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(x + x^2) - 2 + \sin^2(x)}{x \log(1 + x) - x^2} = 4$$

Esercizio 3. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $n \rightarrow +\infty$

$$\boxed{\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \sim \frac{1}{2\sqrt{n}}} \qquad 2^n = o(n^{100}) \qquad \boxed{\sqrt[n]{\frac{1}{n!}} \sim \frac{e}{n}} \qquad n^2 = o(\log n) \qquad n! = o(2^n)$$

Esercizio 4. Si determinino i punti di non derivabilità della funzione $f(x) = \arcsin(|x^3 - 1|)$

$$x = 1 \qquad e \qquad x = \sqrt[3]{2}$$

Esercizio 5. Data la funzione $f(x) = e^{x^2-x}$, si scriva l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto $(1, 1)$

$$y = x$$

Esercizio 6. Si determini il dominio D della funzione $f(x) = \sqrt{\pi^2 - 16 \arcsin^2(x)}$

$$D = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$$

Esercizio 7. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione

$$\arcsin(x - x^3) = x - \frac{5}{6}x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 8. Si dica quali tra le seguenti serie risultano convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2 \log n} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \left[\log(n^2 + 7) - \log(n^2 + 1) \right] \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(15)^n}{n!} \text{ seconda, terza e quarta}$$

Esercizio 9. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = (\log x)^2$

$$F(x) = x \left[(\log x)^2 - 2 \log x + 2 \right]$$

Esercizio 10. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie seguente converge

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha \sin\left(\frac{1}{n^\alpha + n^2}\right) \qquad \alpha < 1$$