

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– PROVA SCRITTA –
19 GENNAIO 2021 - TURNO 4

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

Esercizio 1. Si determini il dominio della funzione $f(x) = \arcsin\left(\frac{|x|}{x+1}\right)$

$$D = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

Esercizio 2. Si trovino le soluzioni dell'equazione trigonometrica $\cos(2x) + 1 = \cos x$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \cup \quad x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \cup \quad x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Esercizio 3. Si trovino il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = 4x - x^4$ sull'intervallo $[-1, 2]$

$$\max_{x \in [-1, 2]} f(x) = 3 \qquad \min_{x \in [-1, 2]} f(x) = -8$$

Esercizio 4. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^4} - 1}{e^{x+x^4} - 1 - x} = 0$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \arctan(x+1)$ nel punto $(0, \pi/4)$

$$y = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$$

Esercizio 6. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $x \rightarrow +\infty$

$$\frac{1}{\sin x} \sim \frac{1}{x} \qquad \sin x \sim x \qquad \boxed{x = o(x^2)} \qquad \boxed{\log x = o(\sqrt[3]{x})} \qquad \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \sim 1$$

Esercizio 7. Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x+1}$

$$\text{crescente su } \left(0, \frac{1}{2}\right), \qquad \text{decrescente su } \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 4 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione

$$\cos(x+x^2) = 1 - \frac{x^2}{2} - x^3 - \frac{11}{24}x^4 + o(x^4)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{e^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) \text{ prima, seconda e terza}$$

Esercizio 10. Si calcoli l'integrale seguente

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx = \frac{11}{24}$$