

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– PROVA SCRITTA –
18 GENNAIO 2021 - TURNO 3

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

Esercizio 1. Si dica per quali valori del parametro $\alpha > 0$ l'identità seguente risulta corretta

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2\alpha)^n = \frac{5}{4} \quad \alpha = \frac{1}{10}$$

Esercizio 2. Si trovino le soluzioni dell'equazione trigonometrica $\sin(x+1) = \cos x$

$$x = \frac{\pi - 2}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Esercizio 3. Si trovino il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = 4x - x^3$ sull'intervallo $[0, 2]$

$$\max_{x \in [0, 2]} f(x) = \frac{16}{3\sqrt{3}} \quad \min_{x \in [0, 2]} f(x) = 0$$

Esercizio 4. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x - x^3) - x}{1 - (1 + x^3)^{\sqrt{2}}} = \frac{7}{6\sqrt{2}}$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \sin(2x)$ nel punto $(\pi/6, \sqrt{3}/2)$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} + x - \frac{\pi}{6}$$

Esercizio 6. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $n \rightarrow \infty$

$$n^3 = o(\log n) \quad \boxed{n + \log n \sim n} \quad \boxed{e^n = o(n!)} \quad \boxed{n \log n = o(n^2)} \quad \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \sim 0$$

Esercizio 7. Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione $f(x) = e^{|x^2-1|}$

$$\text{decrescente su } (-\infty, -1) \cup (0, 1), \quad \text{crescente su } (-1, 0) \cup (1, +\infty)$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione

$$e^{\sin x} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^3)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \log n}{n^2 \sqrt{n} + 7n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n!} \tan\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad \text{seconda e terza}$$

Esercizio 10. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = x \arctan x$

$$F(x) = \frac{x^2 + 1}{2} \arctan x - \frac{x}{2}$$