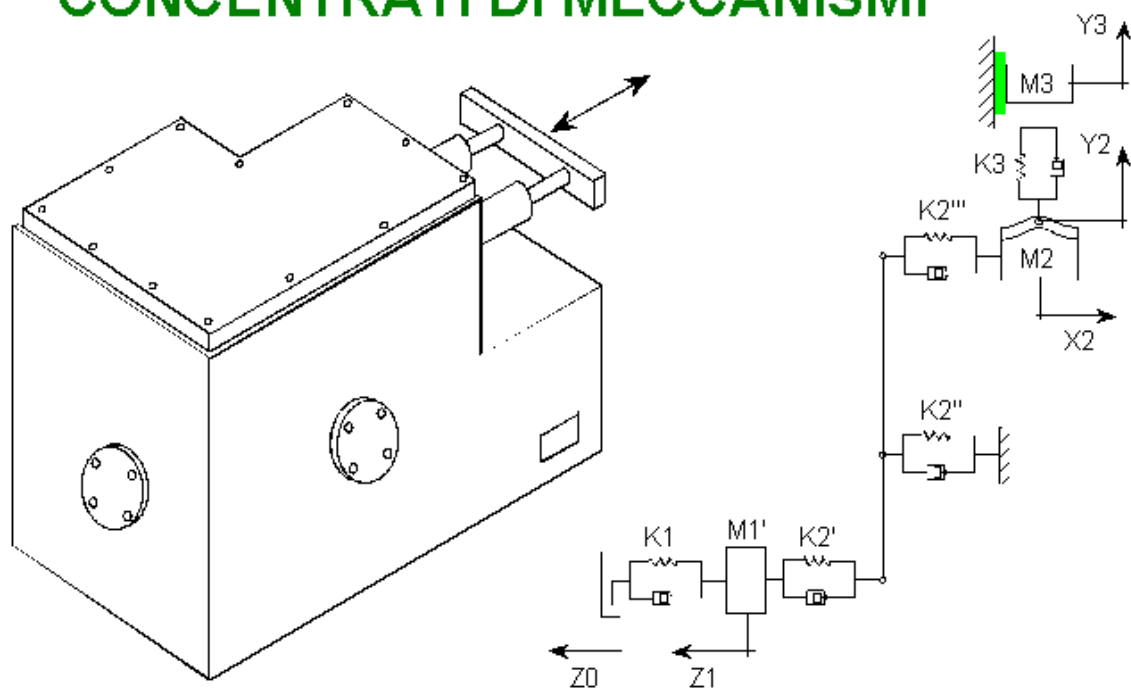
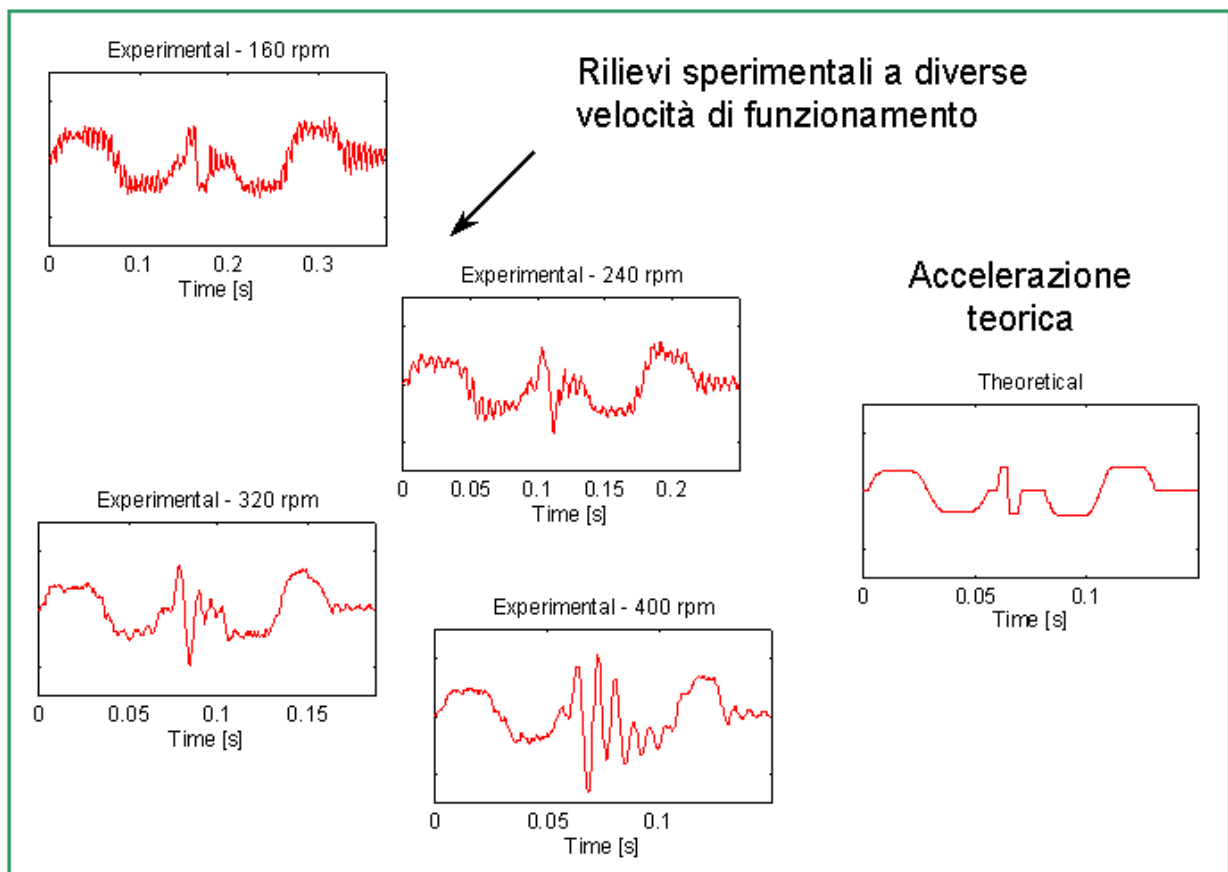


# MODELLAZIONE A PARAMETRI CONCENTRATI DI MECCANISMI



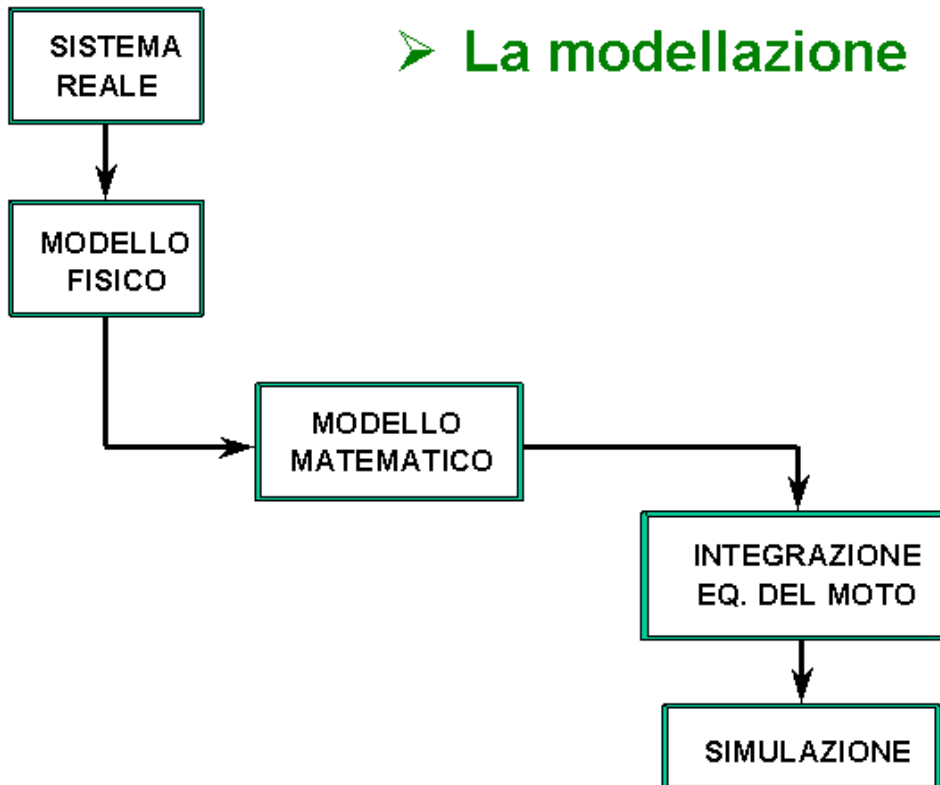




## ➤ Osservazioni

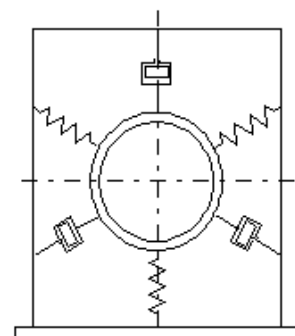
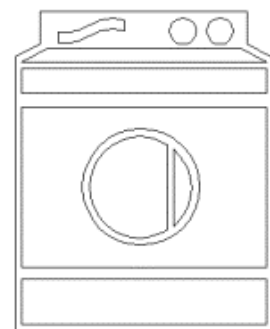
- ❑ I fenomeni dinamici risultano **più intensi con l'aumentare della velocità della macchina** e possono risultare inaccettabili per macchine di elevate prestazioni (velocità, precisione).
- ❑ Occorre **individuare le cause** che danno origine agli effetti dinamici indesiderati, al fine di ridurli entro limiti accettabili per le specifiche funzionali della macchina.
- ❑ A questo scopo, è particolarmente utile l'impiego di **modelli** atti a simulare adeguatamente l'effettivo comportamento dinamico dei meccanismi; infatti risulta possibile:
  - individuare i **parametri costruttivi critici** per il comportamento dinamico
  - verificare gli **effetti della modifica** di tali parametri a livello di simulazione

## ➤ La modellazione



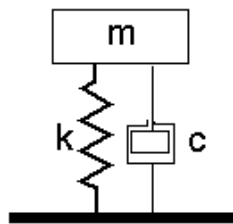
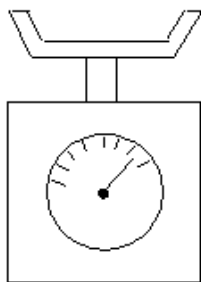
## ➤ Il modello fisico

- ❑ Per studiare un sistema meccanico se ne deve formulare un adeguato **MODELLO FISICO**
- ❑ Il **MODELLO FISICO** è un sistema immaginario ritenuto equivalente al sistema reale
  - nell'ambito di una prefissata **approssimazione**
  - rispetto alle caratteristiche che riguardano lo studio a cui si è interessati.



## ➤ Il modello matematico

- ❑ Formulato il modello fisico, si deduce da esso il **MODELLO MATEMATICO**
  - le **equazioni** che descrivono il modello fisico stesso e che, risolte, permettono di analizzare il suo comportamento.



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$$

## ➤ Il 'dilemma' della modellazione

- ❑ **Cosa includere** nel modello fisico per renderlo sufficientemente preciso ?
- ❑ Come mantenerlo **semplice** per rendere possibile e ragionevolmente **rapida** la soluzione del corrispondente modello matematico con gli strumenti di calcolo a disposizione ?

*Quale è il "MIGLIOR MODELLO" ?*

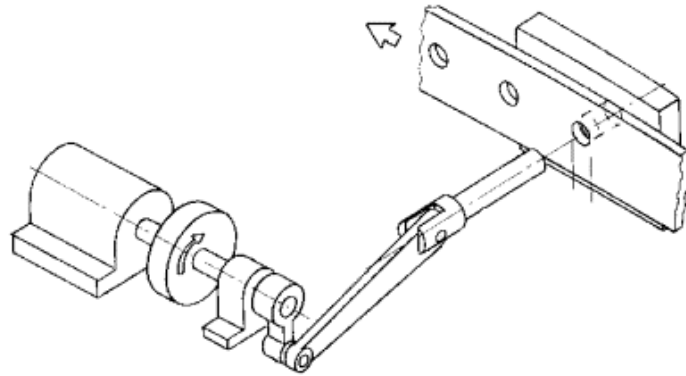
Il miglior modello è sempre il più semplice modello che risponde agli scopi e ai criteri che lo studio si propone.

*Il passaggio dal sistema reale al modello fisico comporta necessariamente delle **approssimazioni consapevolmente accettate**, che consistono principalmente nel trascurare tutto quanto provoca effetti piccoli sul comportamento del sistema.*

## ➤ Modellare i meccanismi

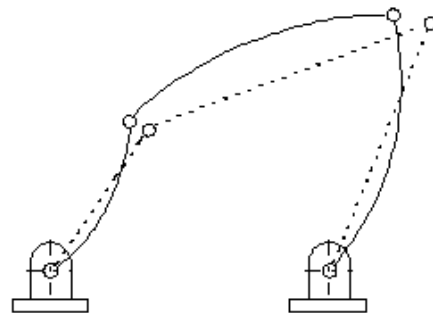
- ❑ Il modello fisico per lo studio del comportamento vibratorio di un meccanismo è necessariamente più complesso di quello impiegato per l'**analisi cinematica** o per l'**analisi dinamica di corpo rigido**, nelle quali si fanno le seguenti **approssimazioni**:
  - membri perfettamente rigidi
  - assenza di gioco nelle coppie cinematiche

- ❑ I meccanismi sono composti da **membri elastici** che si deformano sotto l'azione delle forze trasmesse e delle forze di inerzia.



## ➤ Modellare i meccanismi

- ❑ **Trascurare tale deformabilità (cedevolezza) elastica è possibile solo se**
  - le **forze trasmesse sono piccole**
  - **velocità ed accelerazioni sono ridotte.**

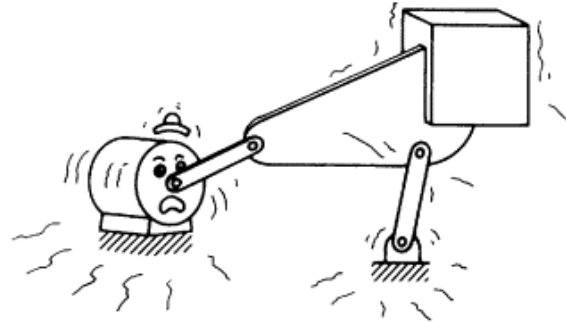
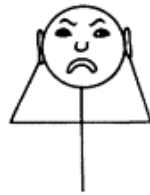
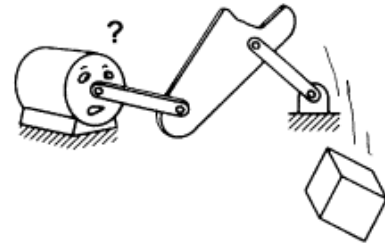


- ❑ Un meccanismo progettato "cinematicamente" può non essere in grado di svolgere correttamente la propria funzione se fatto operare ad alte velocità.

## ➤ Modellare i meccanismi

- ❑ Nel campo specifico delle **macchine automatiche** sono sempre più pressanti le seguenti **esigenze**:

- operare ad **alta velocità**
- **manipolare accuratamente** il prodotto
- minimizzare il livello di **vibrazioni e rumore**



## ➤ Modellare i meccanismi

- ❑ Per macchine automatiche di **elevate prestazioni**, l'attenzione va rivolta all'analisi **CINETO-ELASTO-DINAMICA** dei meccanismi, che permette di simulare adeguatamente l'effettivo **comportamento dinamico e vibratorio**.
- ❑ In tale analisi si tiene sempre conto di:
  - **cedevolezza** elastica dei membri
  - **proprietà inerziali** dei membri
- ❑ Diverse indagini hanno inoltre mostrato che il comportamento vibratorio è influenzato in modo determinante da:
  - **giochi** nelle coppie cinematiche
  - **attriti**
  - **variabilità dei parametri** con la configurazione del meccanismo

## ➤ **Cedevolezza elastica e proprietà inerziali**

- ❑ Sono messe in conto correttamente se il modello è in grado di **riprodurre i primi modi di vibrare** di ciascuno membro (spesso è sufficiente tenere conto del primo modo), le cui frequenze proprie cadono nel campo di frequenza di effettivo interesse.

## ➤ **Giochi**

- ❑ Durante il moto possono aversi **perdite di contatto** tra due membri:
  - il sistema si modifica (**non linearità !**)
  - si hanno **urti** che eccitano **vibrazioni**
- ❑ I giochi sono destinati ad aumentare per usura:
  - occorre tenerne conto per **prevedere l'evoluzione temporale** del comportamento del meccanismo in conseguenza dell'**usura**.

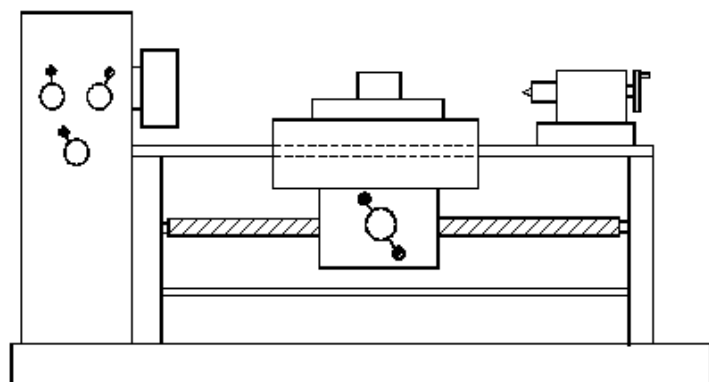
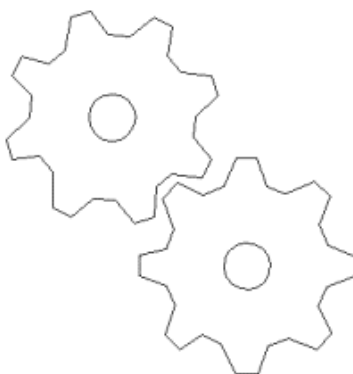


## ➤ Attriti

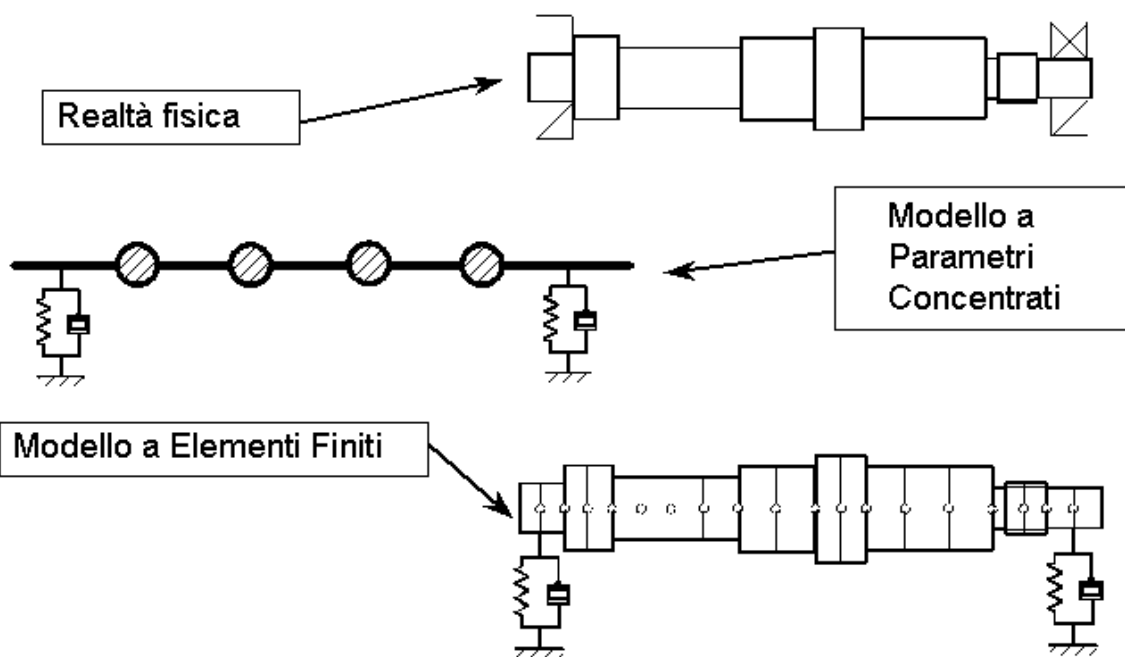
- ❑ **Non possono essere trascurati** (determinano lo smorzamento delle vibrazioni libere e influenzano l'ampiezza delle vibrazioni forzate).
  
- ❑ Le resistenze passive :
  - smorzamento strutturale
  - resistenza di fluidi
  - attriti nelle coppie cinematiche
  - .....possono essere spesso modellate in maniera 'globale' con **resistenze viscoso equivalenti**.
  
- ❑ A volte è necessario modellare alcune azioni dissipative in maniera specifica, in particolare nel caso di **attrito secco** (di tipo Coulombiano): ciò introduce non linearità.

## ➤ Variabilità dei parametri

- ❑ Spesso è necessario considerare i valori numerici di alcuni parametri del modello come variabili (non linearità).



## ➤ Metodologie di modellazione



## ➤ La modellazione a parametri concentrati

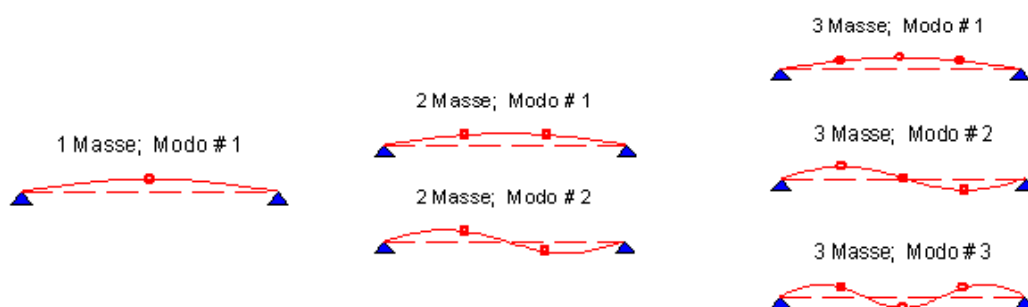
- ❑ Il modello fisico è costituito da elementi, ciascuno dei quali rappresenta una sola proprietà meccanica (elementi inerziali, rigidità, elementi dissipativi, giochi, ...).
- ❑ *Criteri generali*
  - Limitare il numero di parametri a quello essenziale affinché il modello riproduca il comportamento vibratorio del meccanismo entro il campo di frequenza di interesse
  - Minimizzare l'impegno richiesto per la valutazione dei parametri
  - Rendere facilmente possibili **modifiche** nel modello a seguito di modifiche del meccanismo
  - Rendere i **risultati** facilmente interpretabili

## ➤ Il Modello a Parametri Concentrati

- ❑ E' caratterizzato dai soli g.d.l. essenziali (generalmente non più di 3 g.d.l. per membro)
- ❑ Ha un significato fisico chiaro ed intuitivo dei g.d.l.
- ❑ E' facile modellare le non linearità
- ❑ E' facile includere nel modello le caratteristiche di componenti elettromeccanici e gli algoritmi di controllo, ottenendo un modello dinamico omogeneo
- ❑ E' una metodologia 'classica' e molto impiegata per l'analisi cinetoelastodinamica di meccanismi a camma e di meccanismi per macchine automatiche

## ➤ Gradi di libertà ed elementi inerziali

- ❑ Ad ogni **elemento inerziale** (massa o momento di inerzia) è associata un **coordinata** (spostamento lineare od angolare), che corrisponde ad uno dei **g.d.l.** del modello.
- ❑ Il **numero di elementi inerziali** necessari per modellare un membro cresce con il numero di **modi di vibrare** del membro stesso che si vogliono mettere in conto.

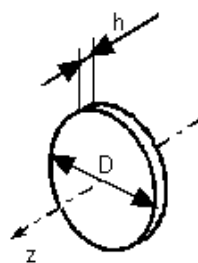


## ➤ Gradi di libertà ed elementi inerziali

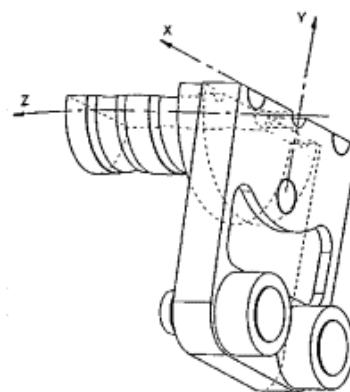
- ❑ Di solito si considera il primo modo di vibrare di ciascun membro, al più anche il secondo.
  - ❑ Teoricamente i risultati possono essere migliorati aggiungendo ulteriori gradi di libertà.
  - ❑ Per i campi di frequenze solitamente considerati, si ottiene generalmente una adeguata modellazione di un meccanismo con l'impiego di un numero relativamente basso di g.d.l.
  - ❑ Gli elementi inerziali devono possedere la stessa energia cinetica del sistema reale, sia per il moto rigido, che per i moti vibratorii ad esso sovrapposti.
- ❑ Tra due masse sono sempre interposti:
    - **Rigidezze**
    - **Elementi dissipativi** (smorzamenti)
    - **Giochi** (eventualmente)

## ➤ Come valutare i parametri inerziali

- ❑ Elementi associati a coordinate lineari ---> masse
- ❑ Elementi associati a coordinate angolari ---> momenti di inerzia
  - forma semplice
  - forma complessa (modellatore solido)



$$J_z = \frac{\rho \pi D^4 h}{32} = \frac{MD^2}{8}$$



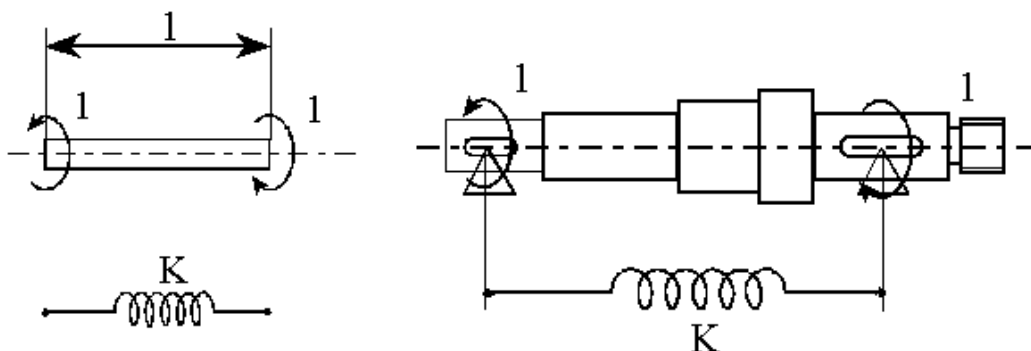
## ➤ Rigidezze

- ❑ Le rigidezze modellano la **deformabilità elastica** dei membri, che fa sì che lo spostamento relativo tra le coordinate sia diverso da quello cinematico.
- ❑ Una **rigidezza** interposta tra due masse (momenti di inerzia) si valuta come la forza (coppia) necessaria a produrre lo spostamento (rotazione) relativo unitario tra le coordinate delle due masse (momenti di inerzia).
- ❑ La **cedevolezza** è l'inverso della rigidezza ( $1/K$ ).
- ❑ Un membro può considerarsi perfettamente rigido, se si può ritenere che la sua deformazione influenzi poco i modi di vibrare del meccanismo assemblato: in tal caso se ne ripartisce la massa fra i membri adiacenti.

## ➤ Rigidezze

❑ Forma semplice

❑ Forma complessa (FEM)



$$\frac{1}{K} = \frac{l}{GI_p}$$

## ➤ Rigidezze

- ❑ Si tenga presente che:
- ❑ Le rigidezze ottenute dal calcolo sono spesso **superiori** alle rigidezze effettive. In letteratura si afferma che può esistere un **rapporto 2-4** tra le rigidezze stimate e quello effettive.
- ❑ Ciò è dovuto alla presenza di:
  - coppie cinematiche
  - cedevolezza locali (cedevolezza di contatto)
  - distribuzione delle tensioni in prossimità dei carichi di cui è difficile tenere conto con accuratezza.
- ❑ Le rigidezze del sistema si possono valutare in maniera accurata solo mediante **prove sperimentali** (su prototipi o meccanismi già esistenti).
- ❑ E' necessario operare una **validazione sperimentale** del modello.

## ➤ Attriti e fenomeni dissipativi

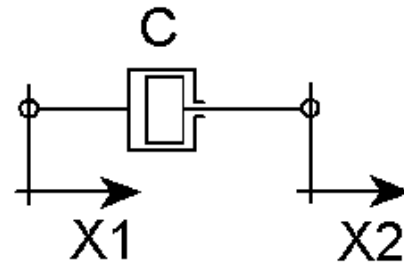
- Le resistenze passive possono essere modellate in vari modi:
  - smorzatori viscosi
  - smorzatori non-lineari
  - attrito coulombiano
  
- Generalmente il primo e l'ultimo utilizzati in combinazione danno buoni risultati.
- Il punto chiave è la **stima dell'entità dello smorzamento**:
- In letteratura si afferma che **non esistono regole chiare** per quantificarne il valore.
- Anche su questo punto è necessario operare una **validazione sperimentale** del modello.



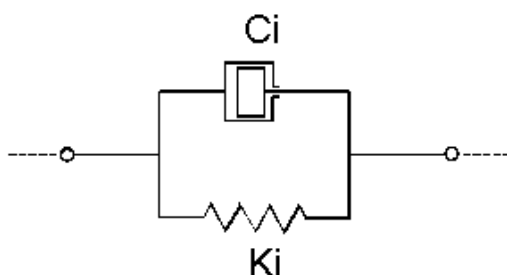
## ➤ Smorzatore Viscoso

- La forza è proporzionale alla velocità.

$$F_V = -C(\dot{X}_2 - \dot{X}_1)$$



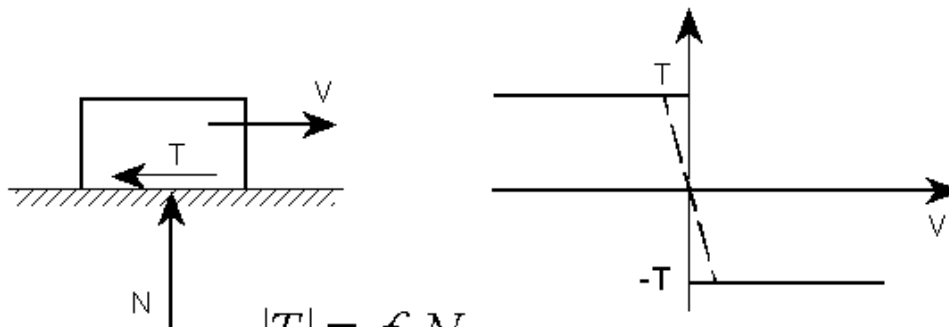
- Per un modello a più gradi di libertà è comune adottare l'ipotesi di **smorzamento proporzionale**: si considera la costante dello smorzamento proporzionale alla rigidità corrispondente.



$$C_i = q K_i$$

- Il coefficiente  $q_i$  può essere determinato mediante il confronto con i dati sperimentali nel corso della validazione.

## ➤ Attrito Coulombiano

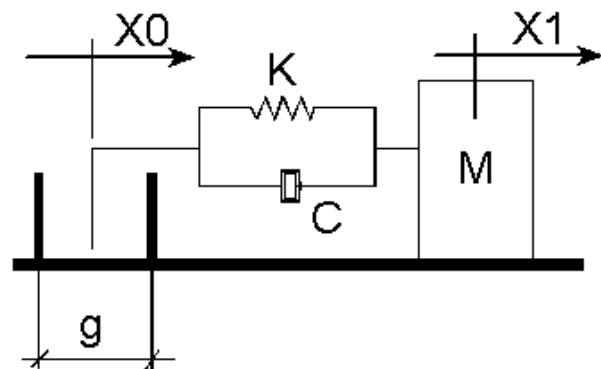
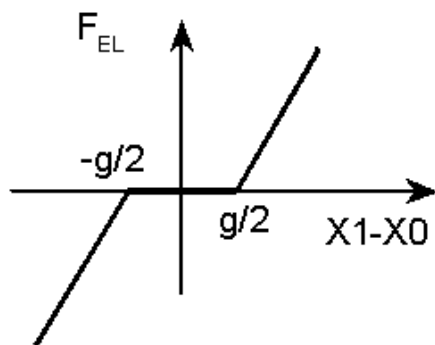


$$|T| = f N$$

$$F = -\text{sign}(V) |T|$$

- Esempi:
  - Attrito tra slitte e guide
  - Attrito tra organi in moto e tenute
- A volte si dispone di dati di catalogo

## ➤ Giochi



$$F_{EL} = -K (X_1 - X_0 - g/2)$$

$$X_1 - X_0 > g/2$$

$$F_{EL} = -K (X_1 - X_0 + g/2)$$

$$X_1 - X_0 < -g/2$$

$$F_{EL} = 0$$

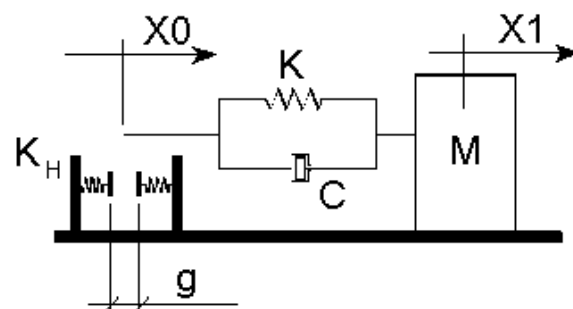
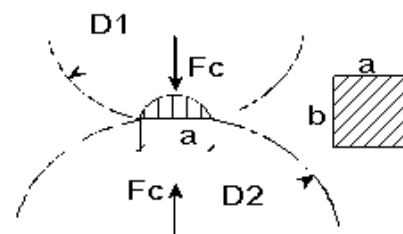
$$|X_1 - X_0| \leq g/2$$

## ➤ Contatto Hertziano

$$F_{EL} = -\tilde{K} (X_1 - X_0 \mp g/2)$$

$$\frac{1}{\tilde{K}} = \frac{1}{K_H} + \frac{1}{K}$$

$$K_H = \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot E'}{2 \cdot \ln \frac{D}{a} - \nu'}$$



$$a = \sqrt{\frac{4 \cdot F_c \cdot D}{b \cdot E'}} ; \quad \frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} ; \quad E' = \frac{\pi \cdot E}{1 - \nu^2} ; \quad \nu' = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

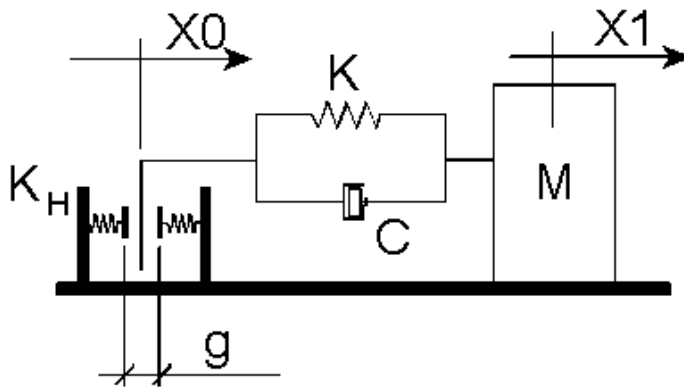
## ➤ Schiacciamento del Lubrificante

$$F_V = -C (\dot{X}_1 - \dot{X}_0) \quad |X_1 - X_0| > g/2$$

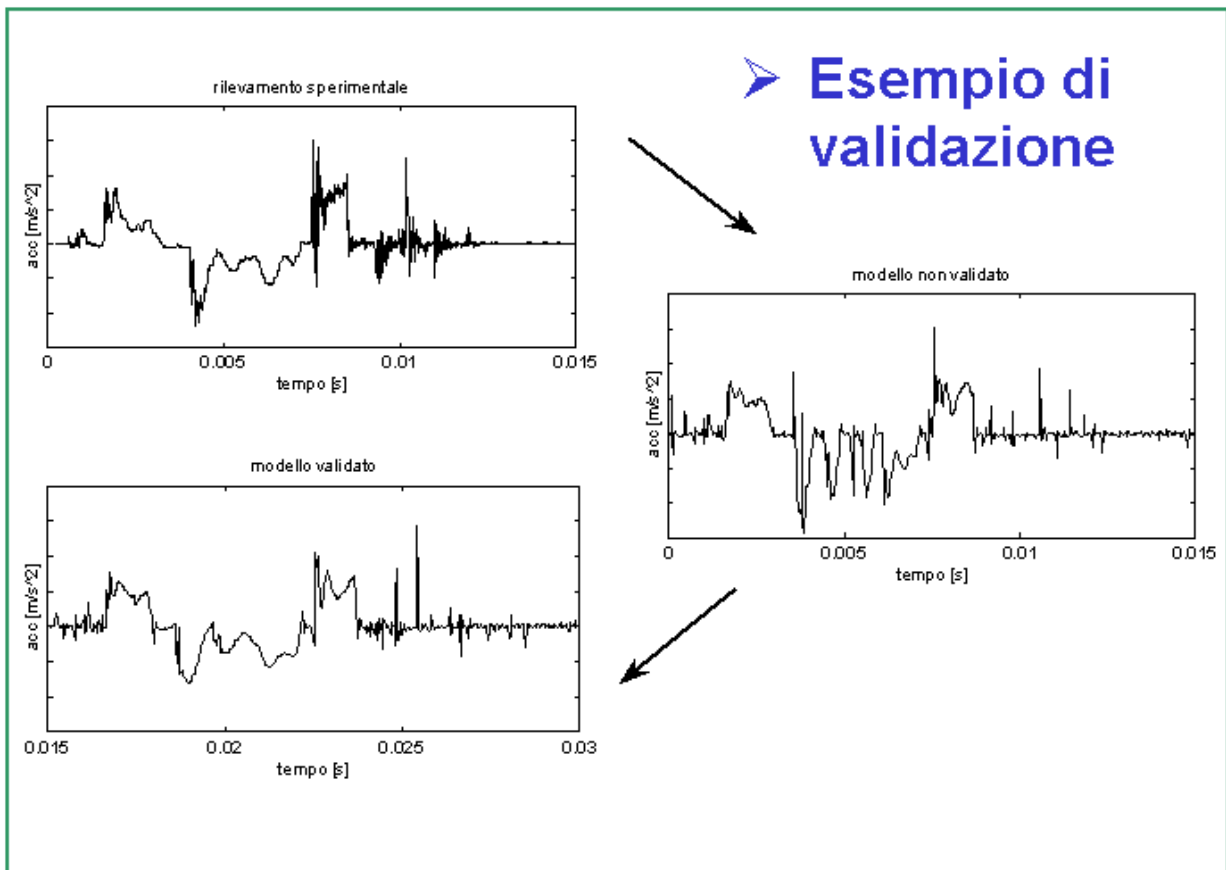
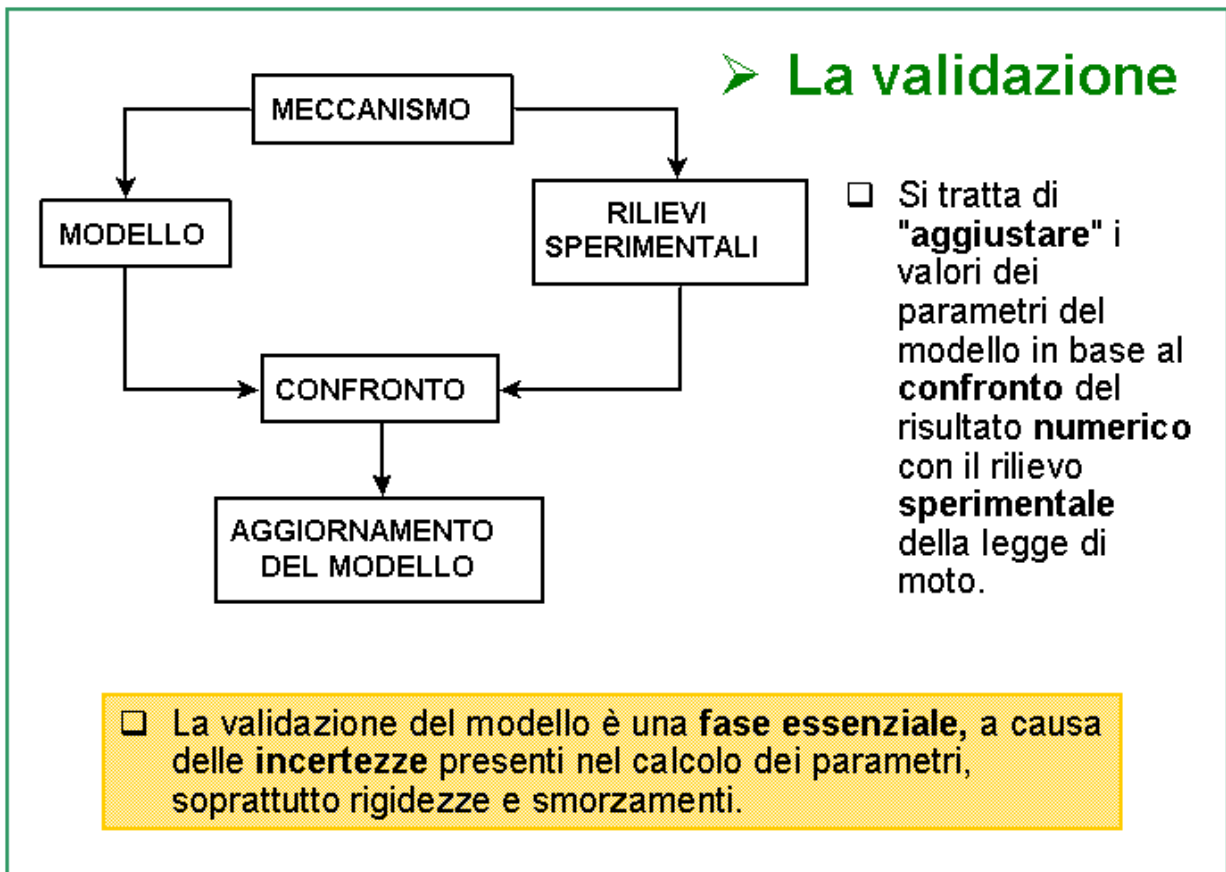
$$F_V = -Csq (\dot{X}_1 - \dot{X}_0) \quad |X_1 - X_0| \leq g/2$$

$$Csq = 12 \cdot \pi \cdot \mu \cdot b \cdot [D / (4 \cdot h)]^{3/2}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$$



$\mu$  = viscosità dinamica  
del lubrificante  
 $h$  = altezza del meato



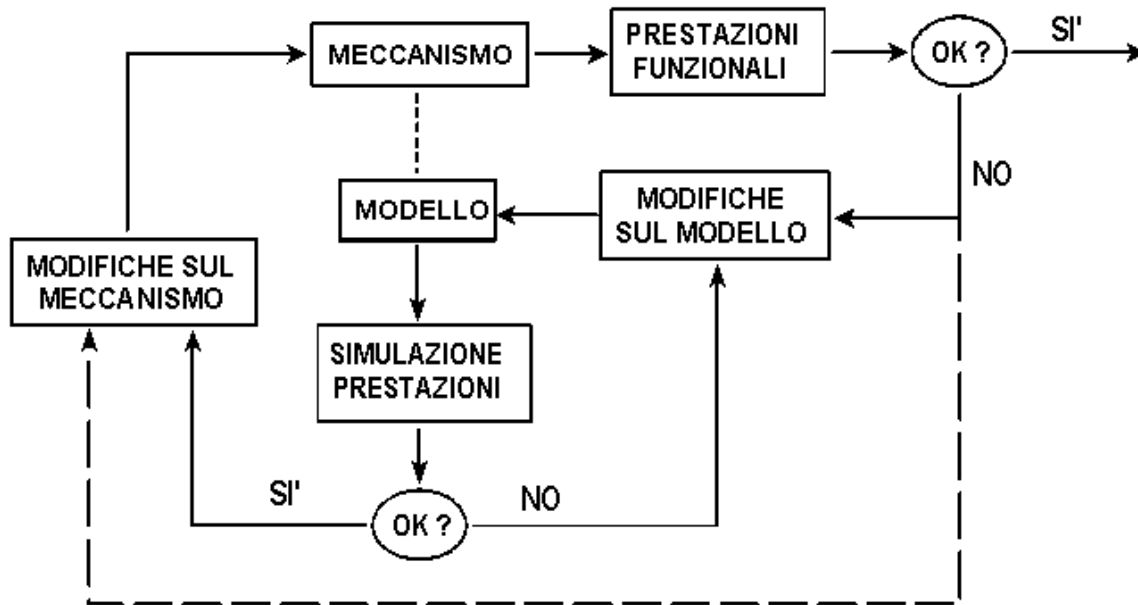
## ➤ Impiego del modello

- Dopo la validazione il modello è utilizzabile per:
  - prevedere il comportamento del meccanismo:
    - a seguito di modifiche di alcuni suoi componenti
    - in altre condizioni operative
  - come base di partenza per la modellazione di meccanismi simili (in cui la struttura generale resta invariata), senza la necessità di ulteriore validazione.

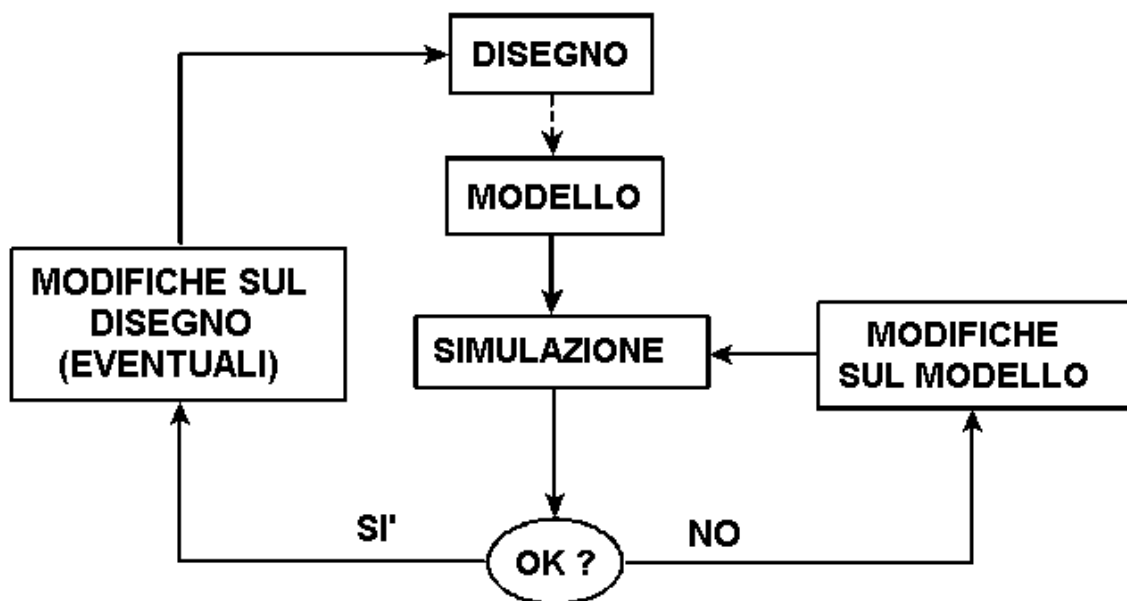
## ➤ Impiego del modello

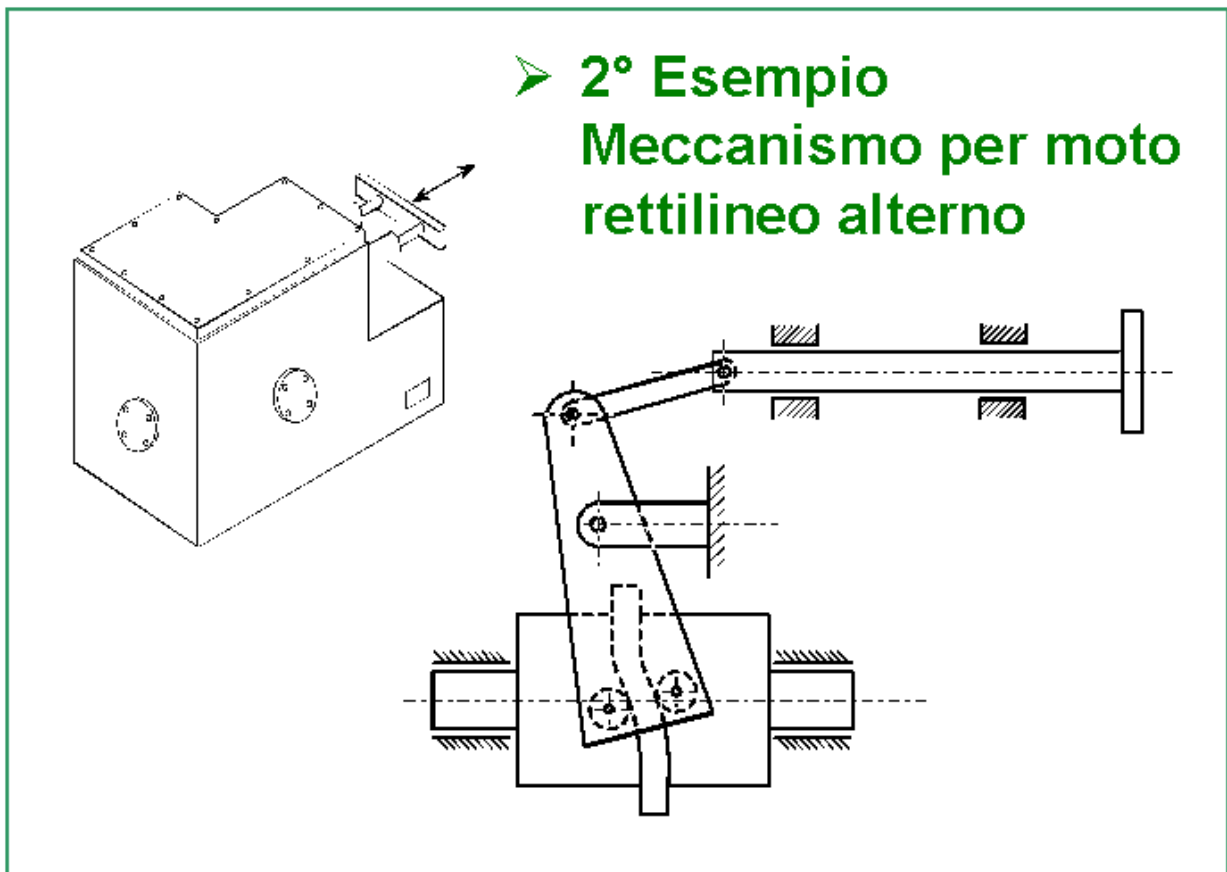
- I risultati della simulazione forniscono informazioni su:
  - effettiva legge di moto del cedente
  - effettivo moto degli organi del meccanismo, in corrispondenza delle coordinate del modello
  - forze (coppie) scambiate tra gli organi del meccanismo
- Questi risultati possono risultare molto utili per la risoluzione di problemi funzionali, riscontrati sia su **macchine in esercizio** sia su **prototipo**, e permettono di individuare i possibili problemi dinamici e la loro soluzione anche nella fase di **progetto**.

### ➤ Impiego del modello: sul prototipo



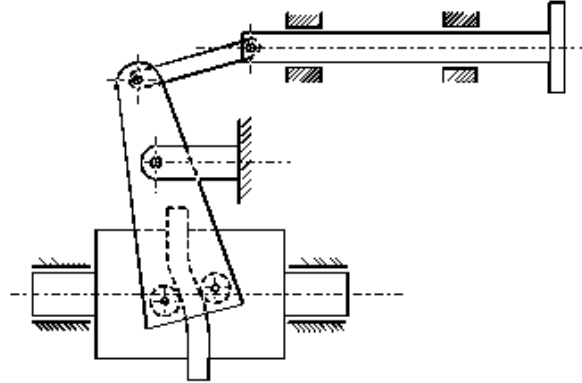
### ➤ Impiego del modello: in fase di progetto





## ► Condizioni di prova

- Con riferimento alla coppia cinematica camma-rulli, sono state esaminate due condizioni:



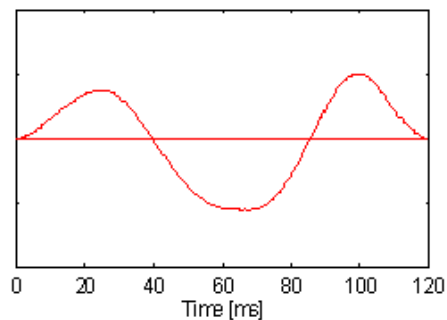
- **Condizioni Normali**

- **Gioco Incrementato**

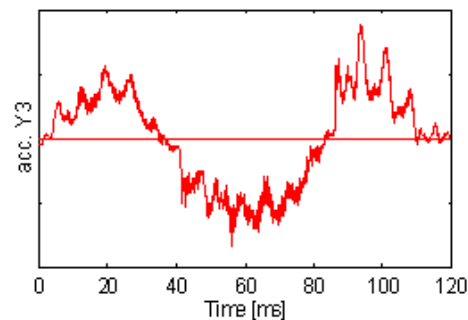
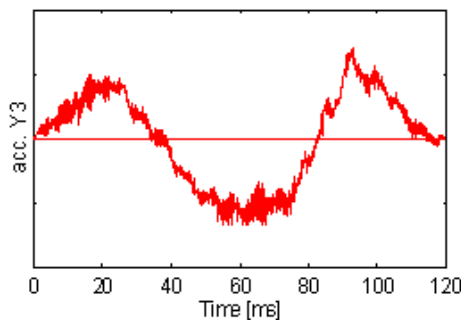
- è stato introdotto artificialmente un gioco quattro volte superiore a quello in condizioni normali; la condizione è ancora accettabile per il funzionamento in produzione ma richiede ispezioni più frequenti; la condizione simula il malfunzionamento dovuto a usura.

## ► Analisi Sperimentale

Legge di moto Teorica



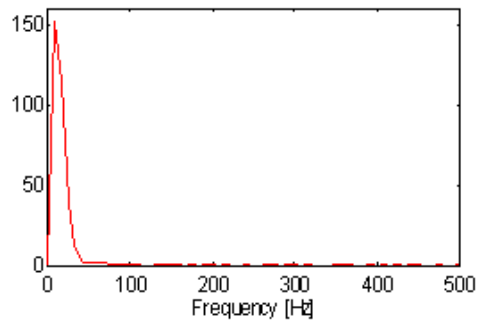
Legge di moto Sperimentale del cedente



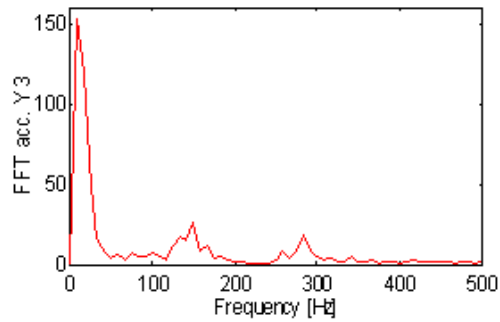
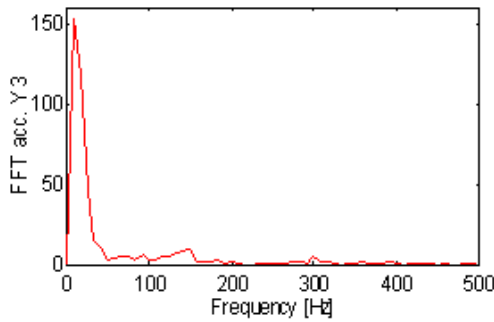


## ➤ Analisi Sperimentale in frequenza

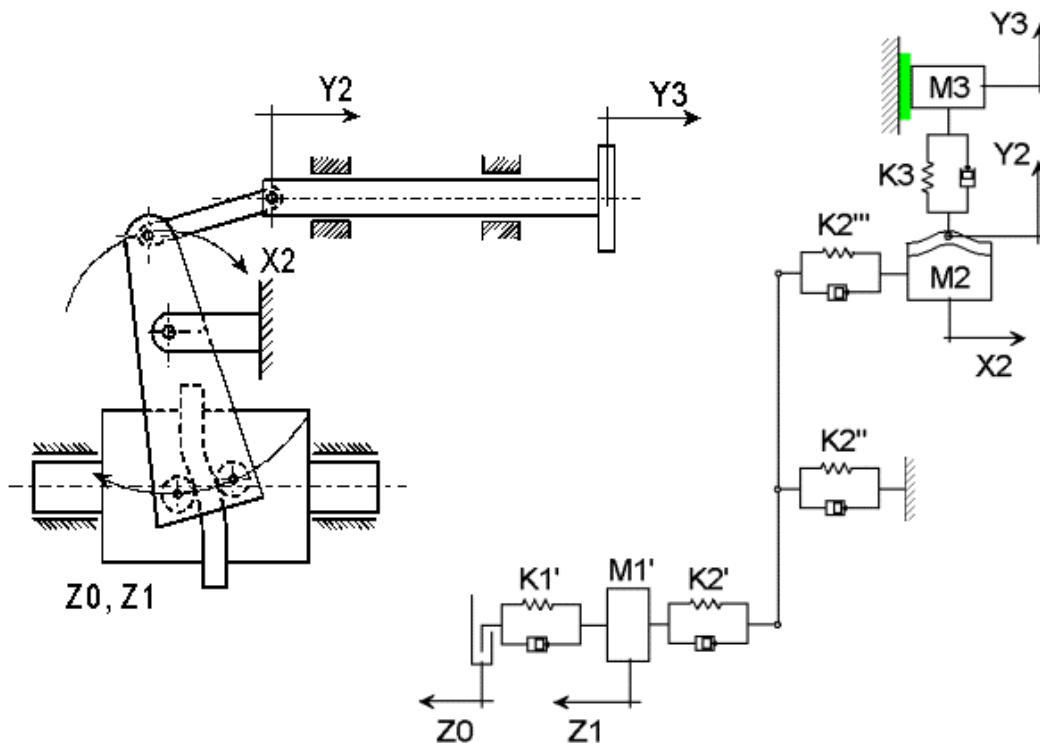
Legge di moto Teorica



Legge di moto Sperimentale del cedente



## ➤ Modello a Parametri Concentrati

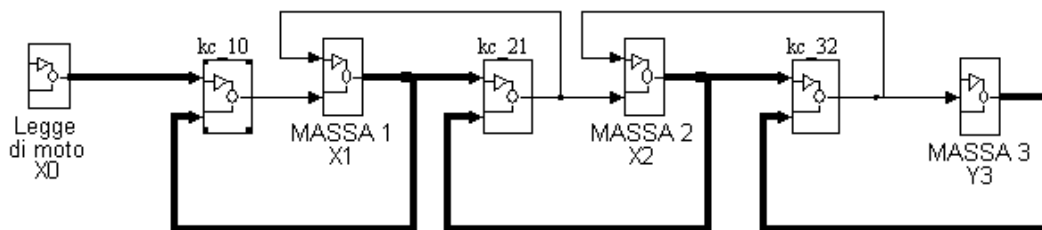


## ► Integrazione equazioni del moto: SIMULINK

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{e1} + F_{v1} - (F_{e2} + F_{v2})$$

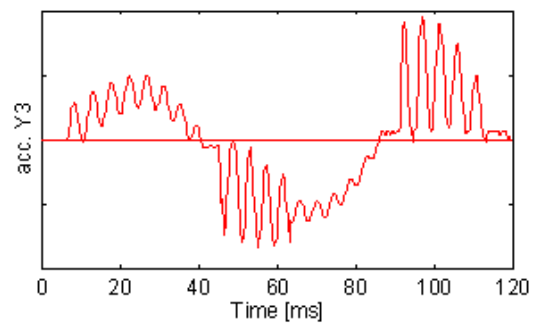
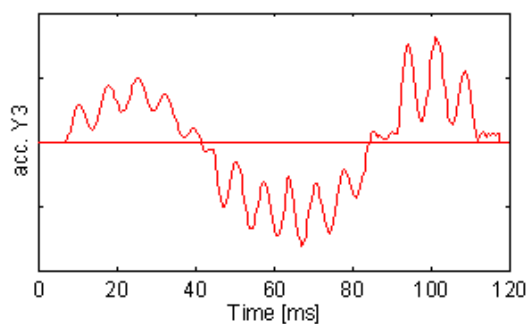
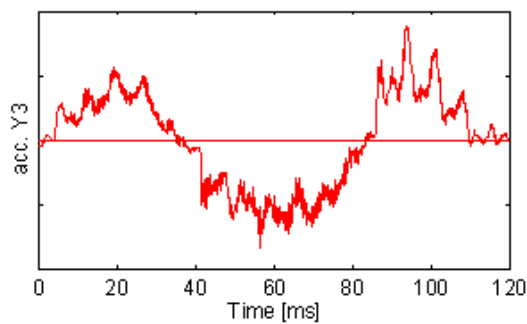
$$m_2 \ddot{x}_2 = F_{e2} + F_{v2} - i \cdot (F_{e3} + F_{v3})$$

$$m_3 \ddot{y}_3 = F_{e3} + F_{v3} + F_{a3}$$

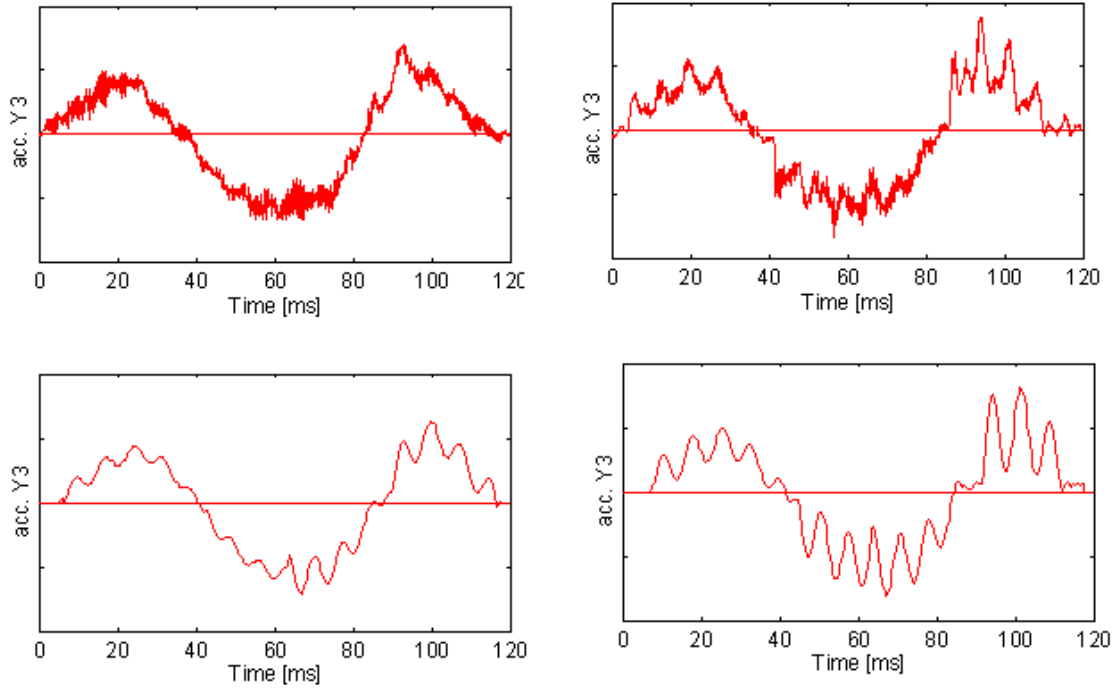


## ► Validazione

Velocità rotazione  
camma: 500 rpm



## ➤ Risultati: tempo

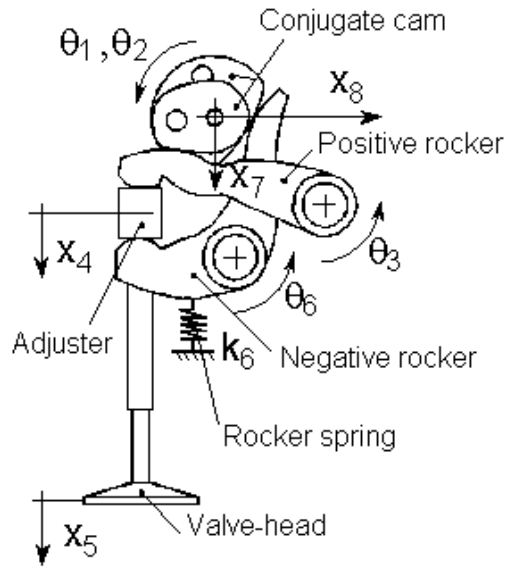
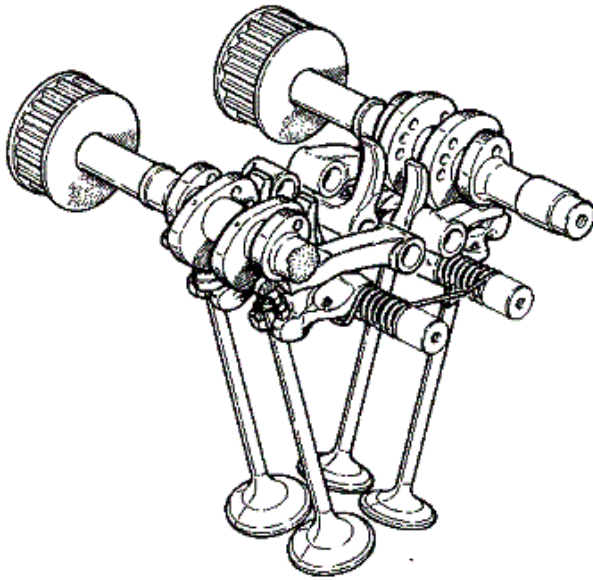


*Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi*

*Meccanica delle Vibrazioni – Modulo II*

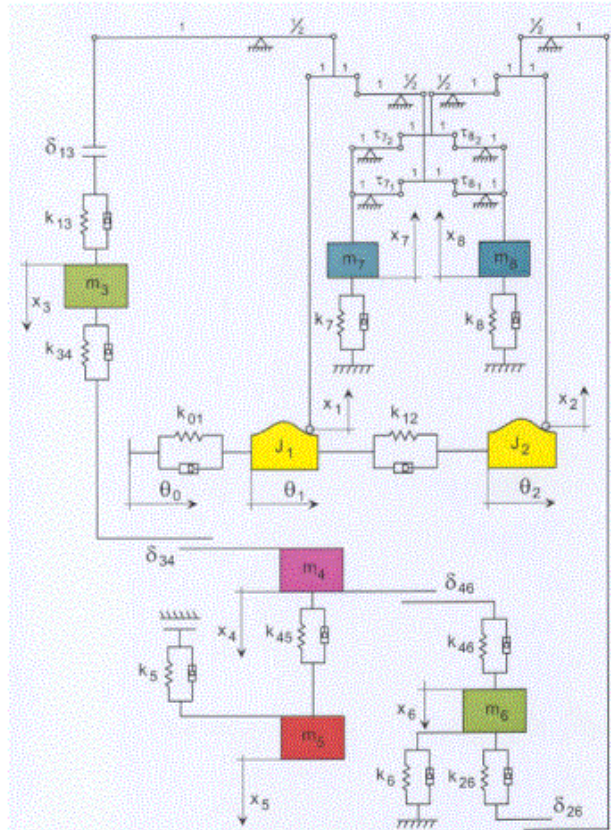
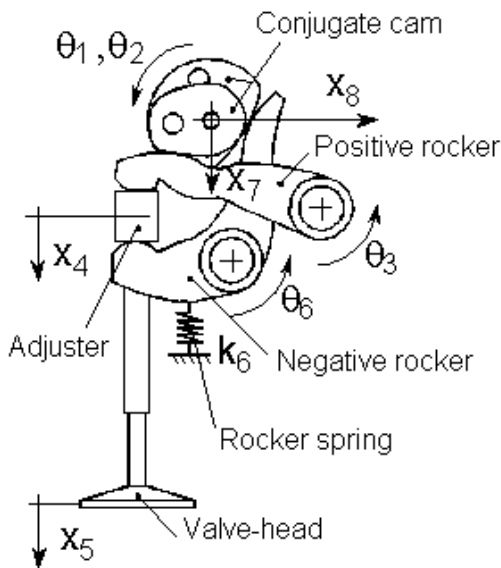
71

### ➤ 3° Esempio - Modellazione di una distribuzione desmodromica

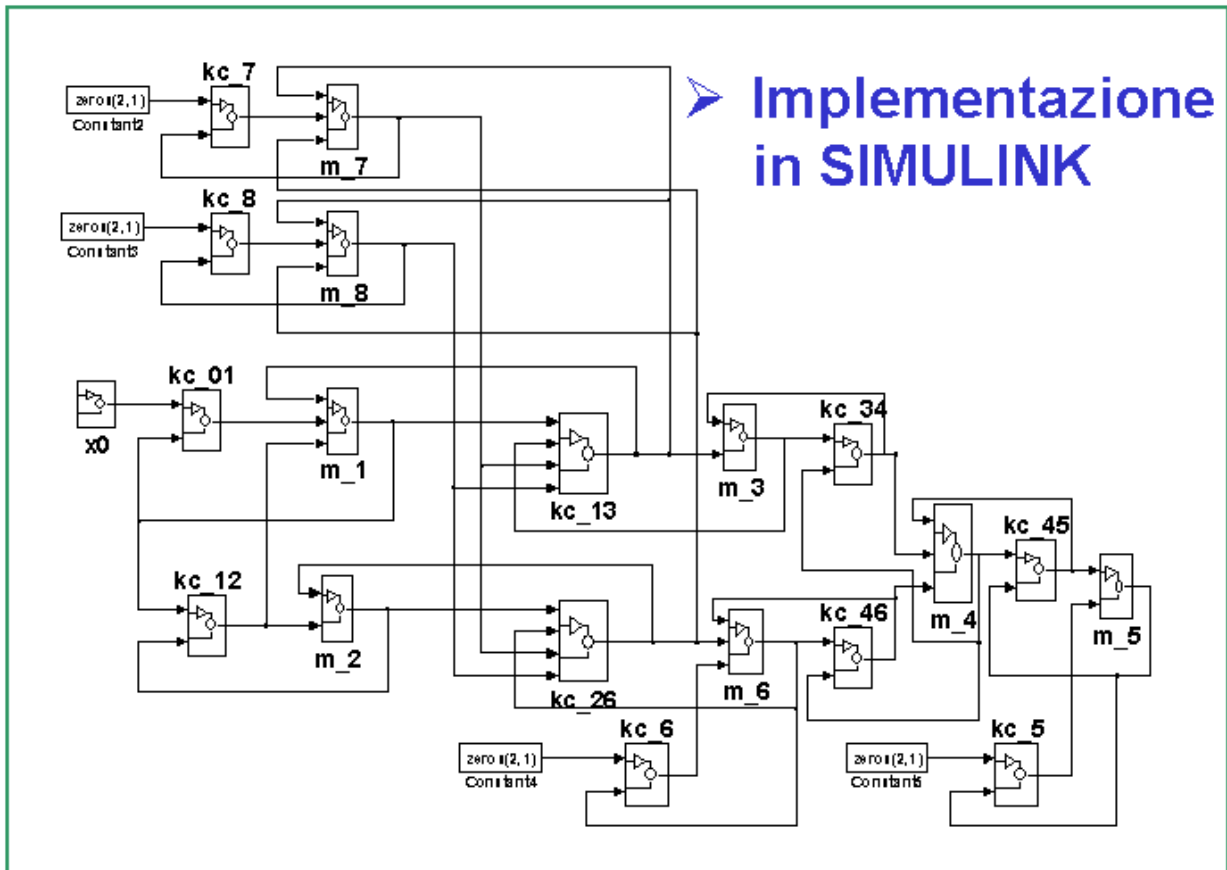


Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi

### ➤ Modello a parametri concentrati



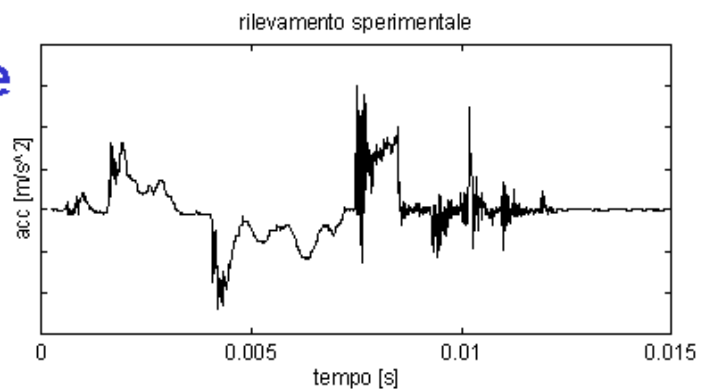
Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi



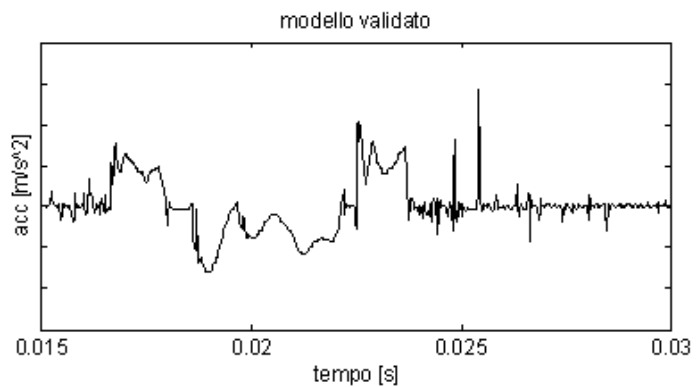
Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi

➤ Risultati:  
accelerazione  
valvola

Rilievo sperimentale



Risultato numerico



Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi