Dispensa del corso di
“FLUIDODINAMICA DELLE MACCHINE”

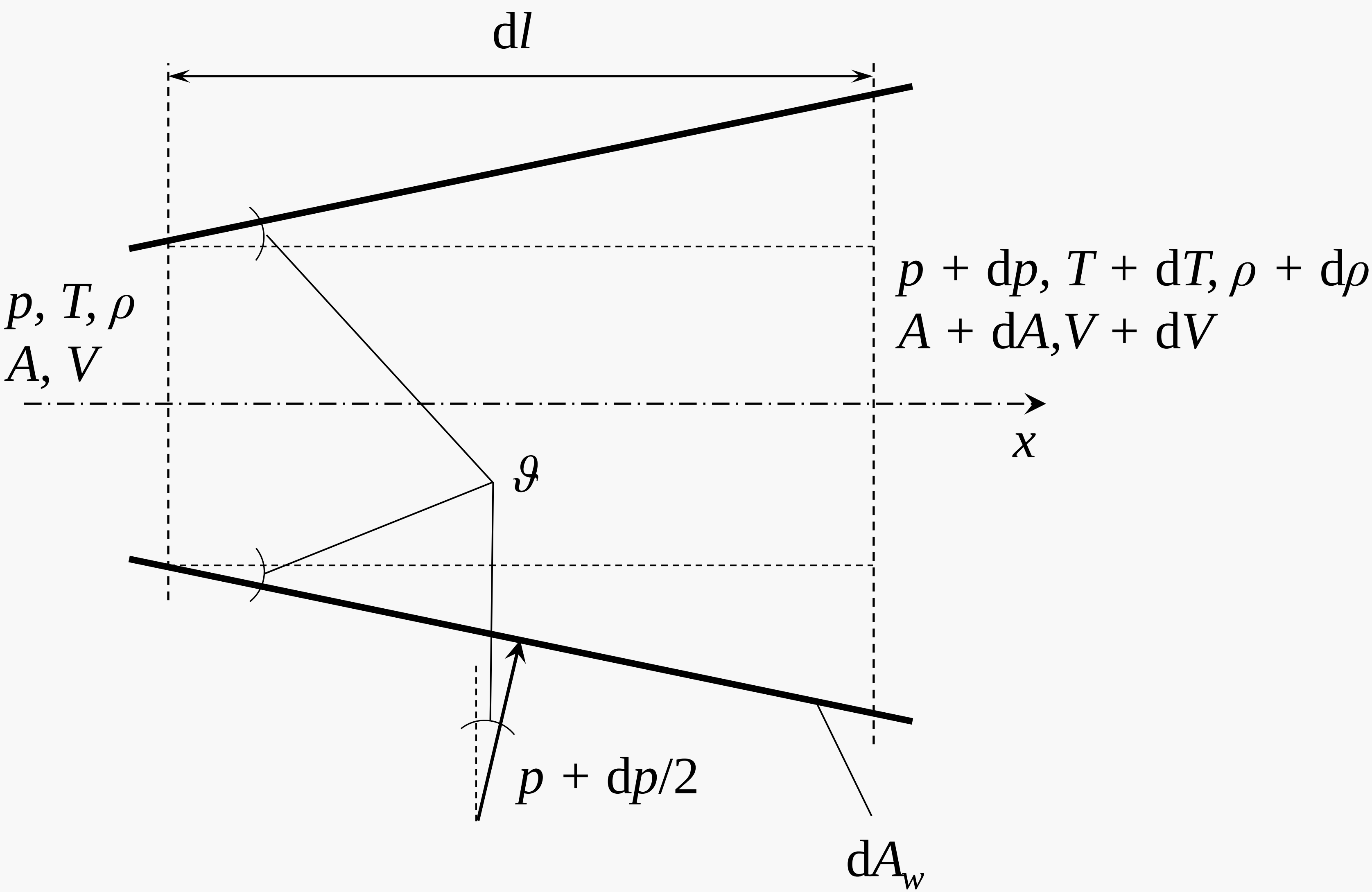
Argomento: Condotto di area variabile

Prof. Pier Ruggero Spina
Dipartimento di Ingegneria

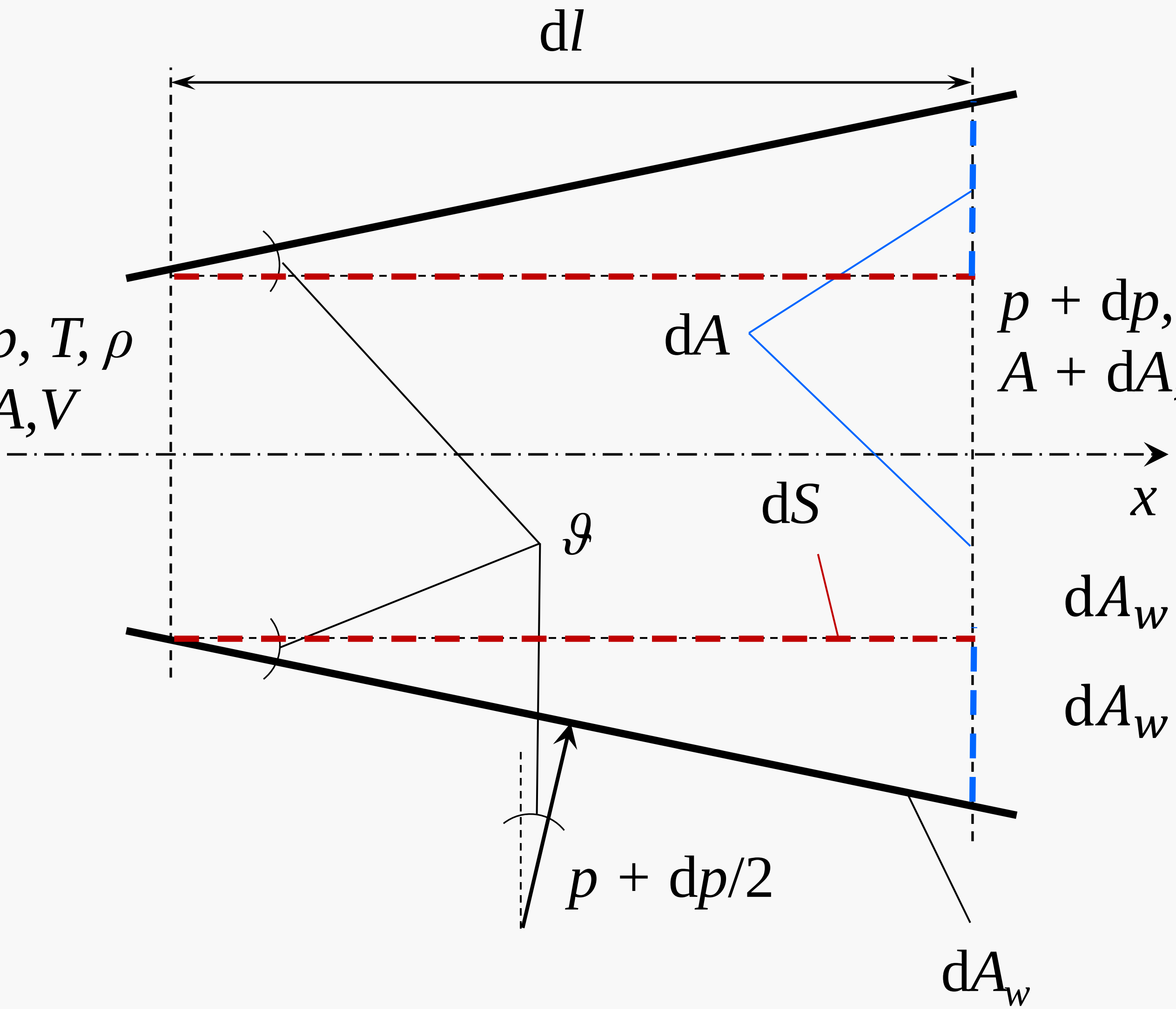
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
- EX LABORE FRUCTUS -

Flusso monodimensionale, stazionario, comprimibile di un gas perfetto in un condotto

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



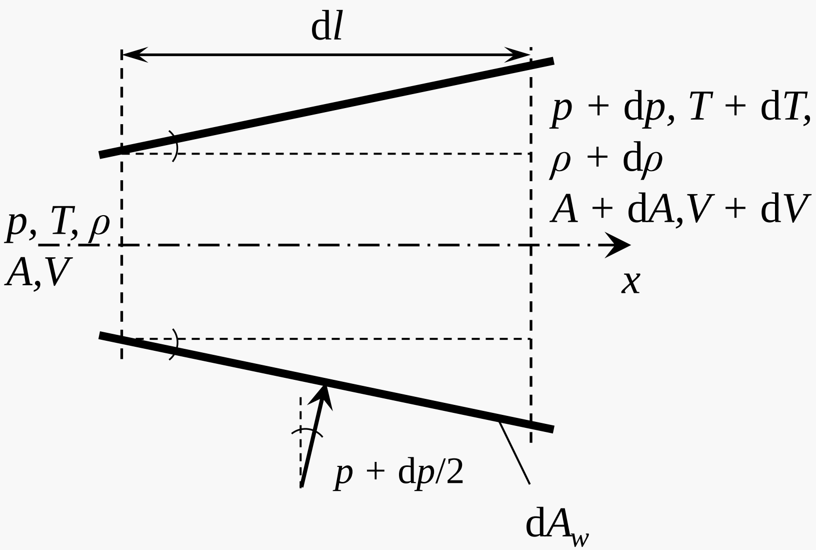
Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



$$\mathrm{d}A_w \, sen\vartheta = \mathrm{d}A$$

$$\mathrm{d}A_w \, cos\vartheta = \frac{4A \, \mathrm{d}l}{D_h} = \mathrm{d}S$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



Bilancio di massa:

$$(\rho + \mathrm{d}\rho)(V + \mathrm{d}V)(A + \mathrm{d}A) - \rho V A = 0$$

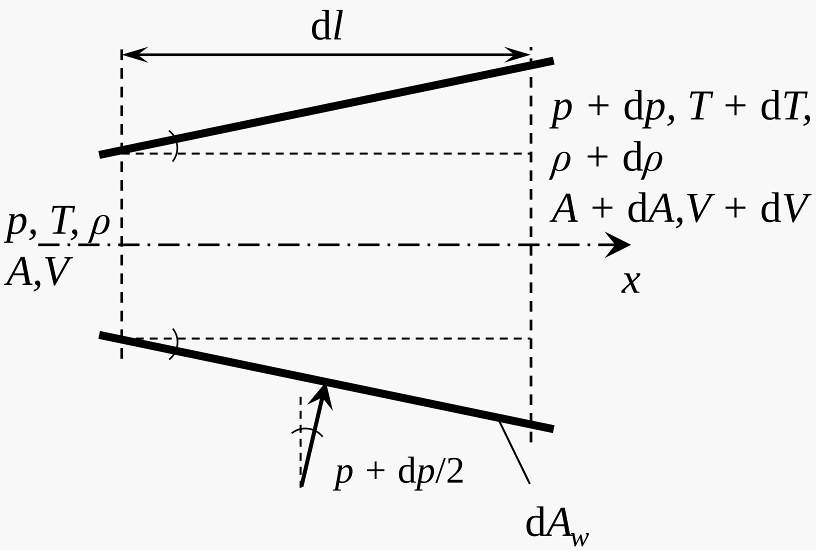
Sviluppando i prodotti, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore al primo, si ottiene:

$$VA\,\mathrm{d}\rho + \rho A\,\mathrm{d}V + \rho V\,\mathrm{d}A = 0 \quad (1)$$

Dividendo membro a membro per ρVA si ottiene:

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} + \frac{\mathrm{d}V}{V} + \frac{\mathrm{d}A}{A} = 0 \quad (1)'$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



Dall'eq. di stato dei gas perfetti:

$$p = \rho\, R\, T$$

che differenziata fornisce:

$$\mathrm{d}p = RT\,\mathrm{d}\rho + \rho R\,\mathrm{d}T$$

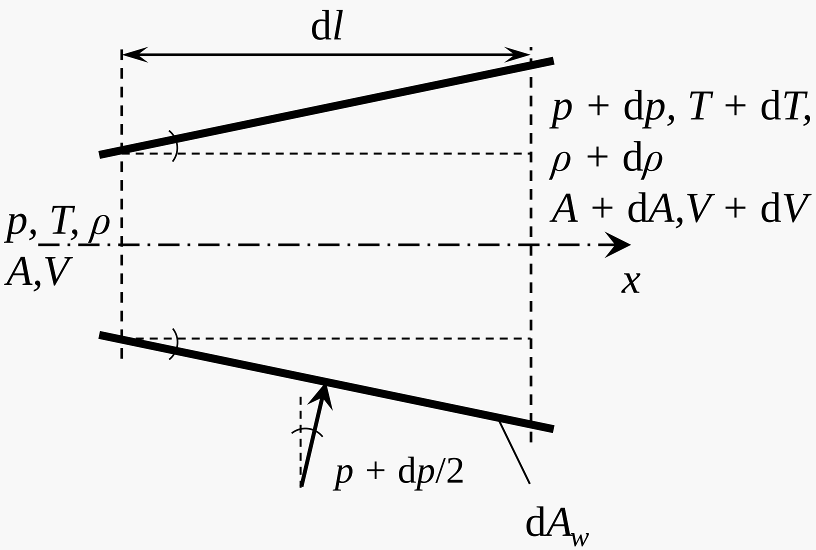
Dividendo membro a membro per $p=\rho RT$ si ottiene:

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} + \frac{\mathrm{d}T}{T} \quad \rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = \frac{\mathrm{d}p}{p} - \frac{\mathrm{d}T}{T}$$

che sostituita in (1)' fornisce:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}V}{V} + \frac{\mathrm{d}A}{A} + \frac{\mathrm{d}p}{p} - \frac{\mathrm{d}T}{T} = 0 \quad (1)''}$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto

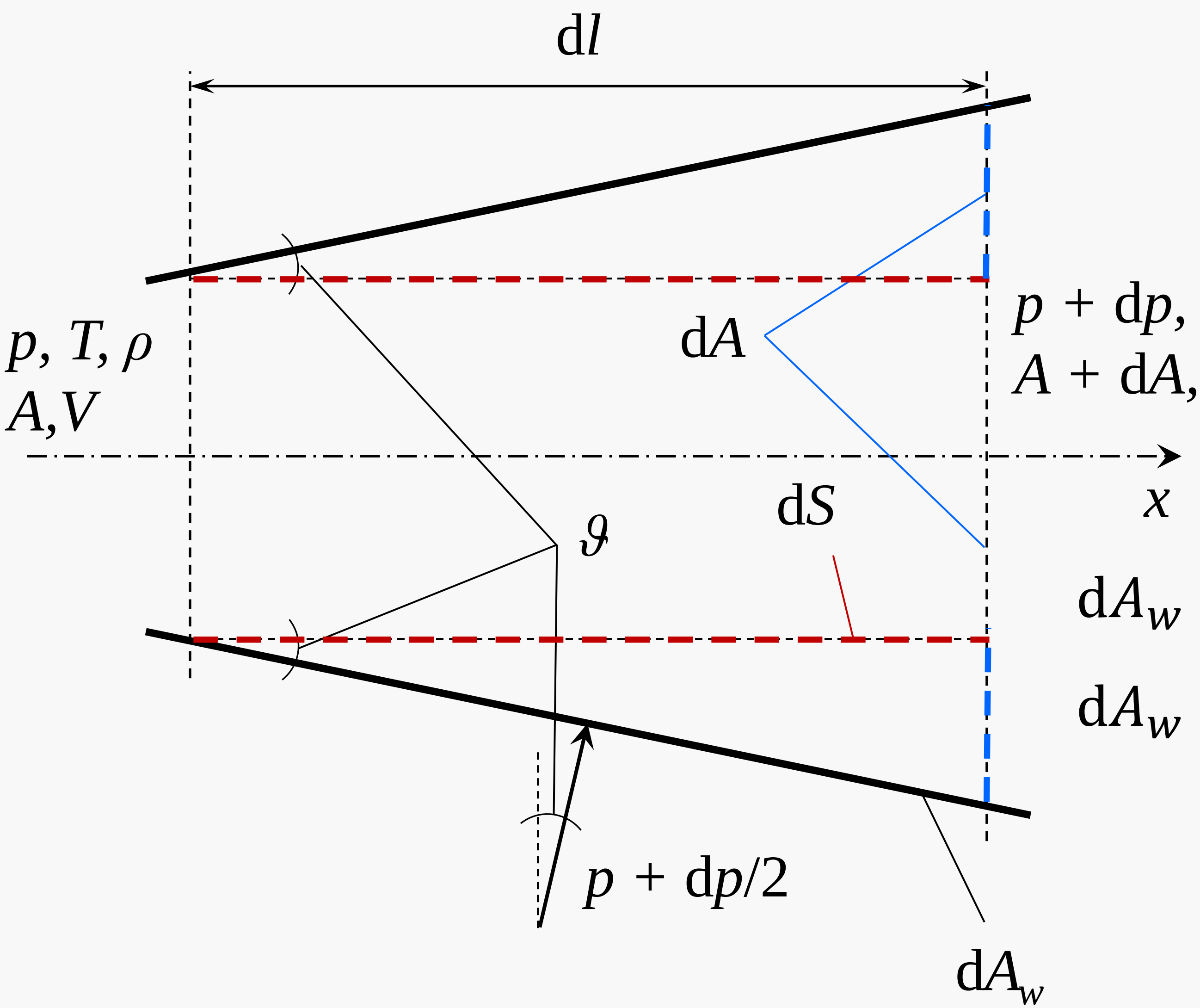


Bilancio della quantità di moto:

$$(\rho + \mathrm{d}\rho)(A + \mathrm{d}A)(V + \mathrm{d}V)^2 - \rho A V^2 =$$
$$= \sum F$$

$$\sum F = pA - (p + \mathrm{d}p)(A + \mathrm{d}A) + \left(p + \frac{\mathrm{d}p}{2}\right)\mathrm{d}A_w\, sen\vartheta - \tau\, \mathrm{d}A_w\, cos\vartheta$$

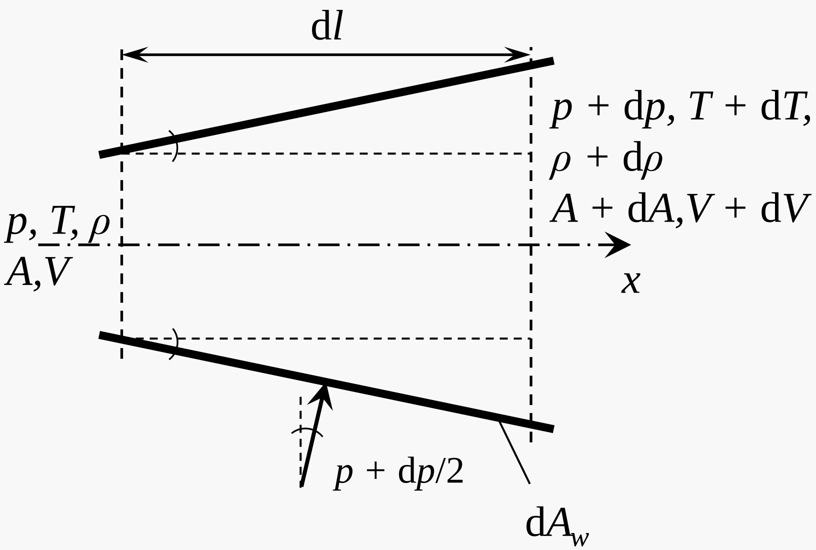
Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



$$dA_w\ sen\vartheta = dA$$

$$dA_w\ cos\vartheta = \frac{4A\ dl}{D_h} = dS$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



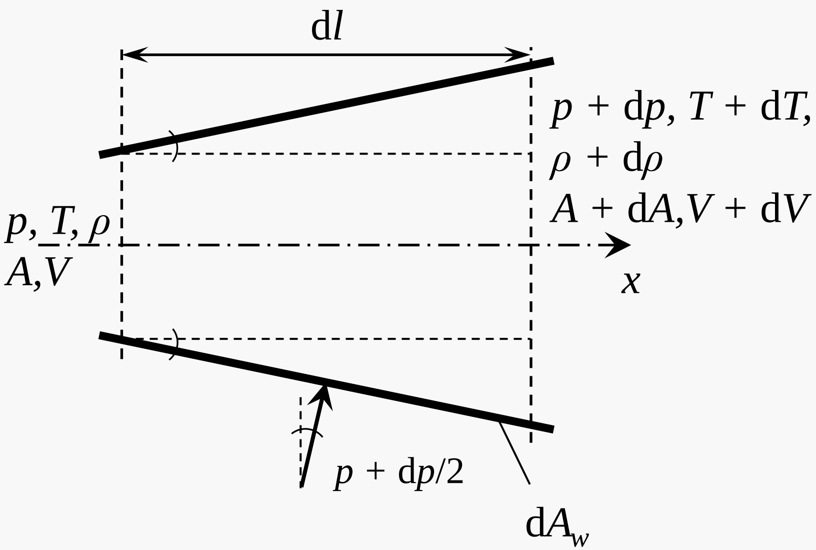
Bilancio della quantità di moto:

$$(\rho + \mathrm{d}\rho)(A + \mathrm{d}A)(V + \mathrm{d}V)^2 - \rho A V^2 = \\ = \sum F$$

$$\sum F = pA - (p + \mathrm{d}p)(A + \mathrm{d}A) + \left(p + \frac{\mathrm{d}p}{2}\right)\mathrm{d}A_w\, sen\vartheta - \tau\, \mathrm{d}A_w\, cos\vartheta$$

$$(\rho + \mathrm{d}\rho)(A + \mathrm{d}A)(V + \mathrm{d}V)^2 - \rho A V^2 = \\ = pA - (p + \mathrm{d}p)(A + \mathrm{d}A) + \left(p + \frac{\mathrm{d}p}{2}\right)\mathrm{d}A - \tau\, \mathrm{d}S$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



Bilancio della quantità di moto:

$$(\rho + \mathrm{d}\rho)(A + \mathrm{d}A)(V + \mathrm{d}V)^2 - \rho A V^2 =$$
$$= pA - (p + \mathrm{d}p)(A + \mathrm{d}A) +$$
$$+ \left(p + \frac{\mathrm{d}p}{2}\right)\mathrm{d}A - \tau\,\mathrm{d}S$$

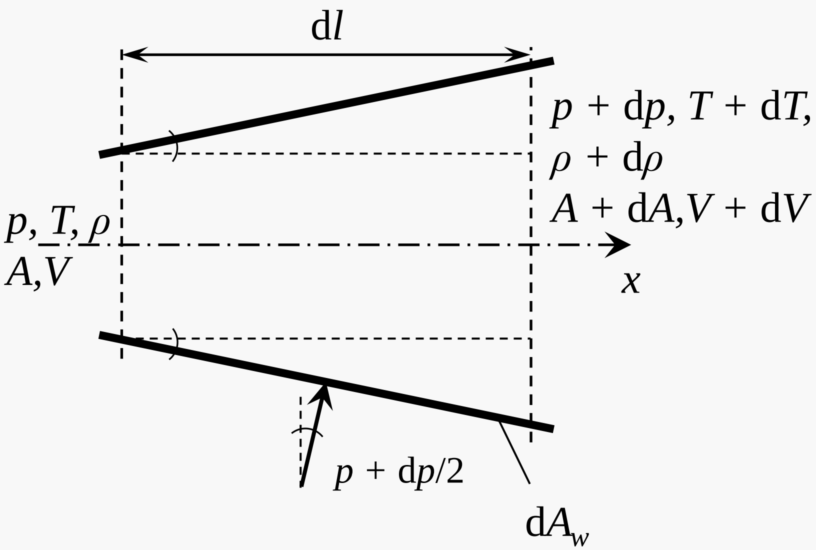
Sviluppando i prodotti, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore al primo, si ottiene:

$$V(VA\,\mathrm{d}\rho + \rho V\,\mathrm{d}A) + 2\rho A V\,\mathrm{d}V + A\mathrm{d}p + \tau\,\mathrm{d}S = 0$$

Da (1) risulta $VA\,\mathrm{d}\rho + \rho V\,\mathrm{d}A = -\rho A\,\mathrm{d}V$, che sostituita fornisce:

$$\rho A V\,\mathrm{d}V + A\mathrm{d}p + \tau\,\mathrm{d}S = 0 \quad (2)$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



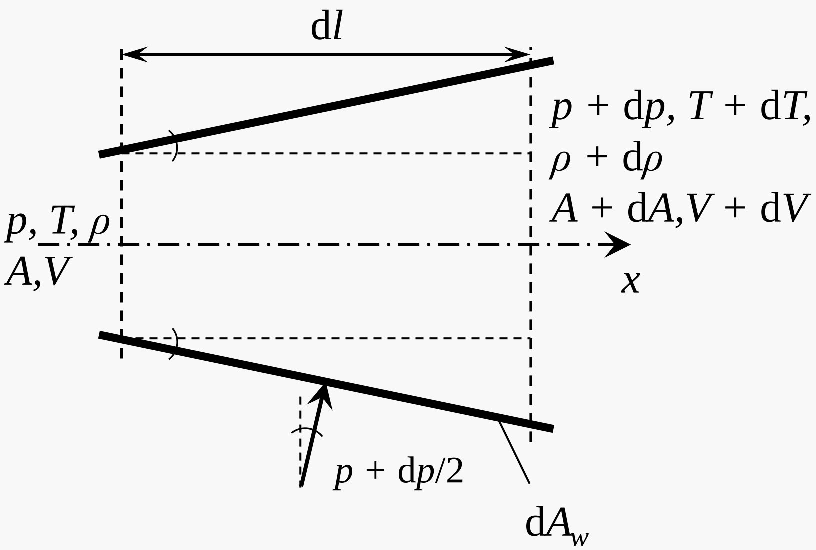
Dividendo membro a membro la (2) per $A\,p$, si ottiene:

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{V\,\mathrm{d}V}{p/\rho} - \frac{\tau\,\mathrm{d}S}{Ap}$$

$$= -\gamma\frac{V^2}{\gamma p/\rho}\frac{\mathrm{d}V}{V} - \frac{\gamma}{\rho}\frac{\tau\,\mathrm{d}S}{A\,\gamma p/\rho}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\gamma M^2\frac{\mathrm{d}V}{V} - \frac{\gamma\,\tau\,\mathrm{d}S}{\rho c^2 A} \qquad (2)'}$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto



Bilancio dell'energia:

$$c_p\,\mathrm{d}T + V\,\mathrm{d}V = c_p\,\mathrm{d}T_0 = \mathrm{d}q \quad (3)$$

Dividendo membro a membro per $c_p\,T$, si ottiene:

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\mathrm{d}q}{c_p T} - \frac{V\,dV}{c_p T} =$$

$$= \frac{\mathrm{d}q}{c_p T} - (\gamma - 1)\frac{V^2}{\gamma R T}\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\mathrm{d}q}{c_p T} - (\gamma - 1)\; M^2 \frac{\mathrm{d}V}{V} \quad (3)'}$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto

Combinando le relazioni (1)'', (2)' e (3)'

$$\frac{\mathrm{d}V}{V}+\frac{\mathrm{d}A}{A}+\frac{\mathrm{d}p}{p}-\frac{\mathrm{d}T}{T}=0 \qquad (1)''$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{p}=-\gamma M^2\frac{\mathrm{d}V}{V}-\frac{\gamma\,\tau\,\mathrm{d}S}{\rho c^2 A} \qquad (2)'$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{T}=\frac{\mathrm{d}q}{c_p T}-(\gamma-1)\;M^2\frac{\mathrm{d}V}{V} \qquad (3)'$$

si ottiene:

$$\boxed{\left(M^2-1\right)\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}A}{A}-\frac{\mathrm{d}q}{c_p T}-\frac{\gamma\,\tau\,\mathrm{d}S}{\rho c^2 A}}$$

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto

$$\boxed{\left(M^2-1\right)\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}A}{A}-\frac{\mathrm{d}q}{c_pT}-\frac{\gamma\,\tau\,\mathrm{d}S}{\rho c^2 A}}$$

Moto subsonico ($M < 1$)

$$\mathrm{d}A > 0 \rightarrow \mathrm{d}V < 0$$
$$\mathrm{d}A < 0 \rightarrow \mathrm{d}V > 0$$
$$\mathrm{d}q > 0 \rightarrow \mathrm{d}V > 0$$
$$\mathrm{d}q < 0 \rightarrow \mathrm{d}V < 0$$

La presenza dell'attrito ($\tau > 0$) fa accelerare un flusso subsonico

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto

$$\boxed{\left(M^2-1\right)\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}A}{A}-\frac{\mathrm{d}q}{c_pT}-\frac{\gamma\,\tau\,\mathrm{d}S}{\rho c^2 A}}$$

Moto supersonico ($M > 1$)

$$\mathrm{d}A > 0 \rightarrow \mathrm{d}V > 0$$
$$\mathrm{d}A < 0 \rightarrow \mathrm{d}V < 0$$
$$\mathrm{d}q > 0 \rightarrow \mathrm{d}V < 0$$
$$\mathrm{d}q < 0 \rightarrow \mathrm{d}V > 0$$

La presenza dell'attrito ($\tau > 0$) fa decelerare un flusso supersonico

Flusso monodimensionale di un gas perfetto in un condotto

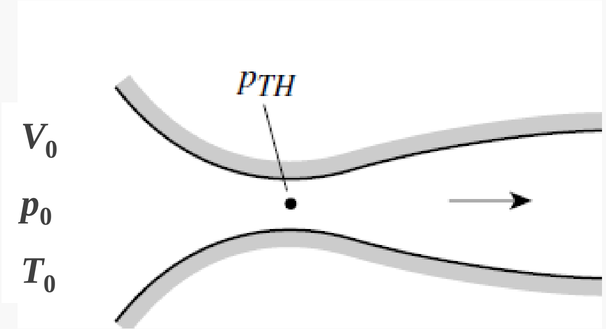
$$\boxed{(M^2-1)\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}A}{A}-\frac{\mathrm{d}q}{c_pT}-\frac{\gamma\,\tau\,\mathrm{d}S}{\rho c^2 A}}$$

Condizioni soniche ($M = 1$)

- dA = 0: il condotto e convergente-divergente
- Il condotto è ad area costante e al gas viene fornita una quantità q sufficiente da far accelerare un moto subsonico oppure decelerare un moto supersonico fino a $M = 1$
- Il condotto è ad area costante e gli attriti sono tali (ovvero la lunghezza del condotto è tale) da far accelerare un moto subsonico oppure decelerare un moto supersonico fino a $M = 1$

Flusso **isentropico**, monodimensionale, stazionario, comprimibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile



Temperatura, pressione, densità e velocità in una generica sez. del condotto hanno le seguenti espressioni:

$$\frac{T_0}{T} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$V = \sqrt{2\, c_p\, (T_0 - T)} = \sqrt{2\, c_p\, T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \gamma\, R\, T_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]}$$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

La velocità massica ha la seguente espressione:

$$\frac{\dot{M}}{A} = \rho V = \frac{p}{RT} V = \frac{p}{p_0} \frac{p_0}{T_0} \frac{T_0}{RT} V$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \gamma \, R \, T_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]}$$

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1 - \gamma}{\gamma}}$$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

La velocità massica ha la seguente espressione:

$$\frac{\dot{M}}{A} = \rho V = \frac{p}{RT} V = \frac{p}{p_0}\frac{p_0}{T_0}\frac{T_0}{RT} V =$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}\gamma\, R\, T_0\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

$$= \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

La velocità massica ha la seguente espressione:

$$\frac{\dot{M}}{A} = \rho V = \frac{p}{RT}V = \frac{p}{p_0}\frac{p_0}{T_0}\frac{T_0}{RT}V =$$

$$= \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

$$\boxed{\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}}$$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

La velocità massica ha la seguente espressione:

$$\frac{\dot{M}}{A} = \rho V = \frac{p}{RT} V = \frac{p}{p_0} \frac{p_0}{T_0} \frac{T_0}{RT} V =$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$= \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]} =$$

$$= \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \frac{M}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}}$$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

La velocità massica ha la seguente espressione:

$$\frac{\dot{M}}{A} = \rho V = \frac{p}{RT} V = \frac{p}{p_0} \frac{p_0}{T_0} \frac{T_0}{RT} V =$$

$$= \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]} =$$

$$= \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \frac{M}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}}$$

La funzione $\frac{\dot{M}}{A} = \mathrm{F}(M)$ presenta un massimo per $M = 1$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)_{\left(\frac{\dot M}{A}\right)_{\text{MAX}}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)_{M=1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)_{\text{cr}} = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\left(\frac{\dot M}{A}\right)_{\text{MAX}} = \left(\frac{\dot M}{A}\right)_{M=1} = \frac{\dot M}{A_{\text{cr}}} = \frac{\dot M}{A^*} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

$$\boxed{\frac{\dot M}{A} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\frac{M}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}}$$

Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)_{\left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_{\mathrm{MAX}}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)_{M=1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)_{\mathrm{cr}} = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_{\mathrm{MAX}} = \left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_{M=1} = \frac{\dot{M}}{A_{\mathrm{cr}}} = \frac{\dot{M}}{A^*} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{A}{A_{\mathrm{cr}}} = \frac{\dfrac{\dot{M}}{A_{\mathrm{cr}}}}{\dfrac{\dot{M}}{A}}$$

$$\boxed{\frac{\dot{M}}{A} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\frac{M}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}}$$

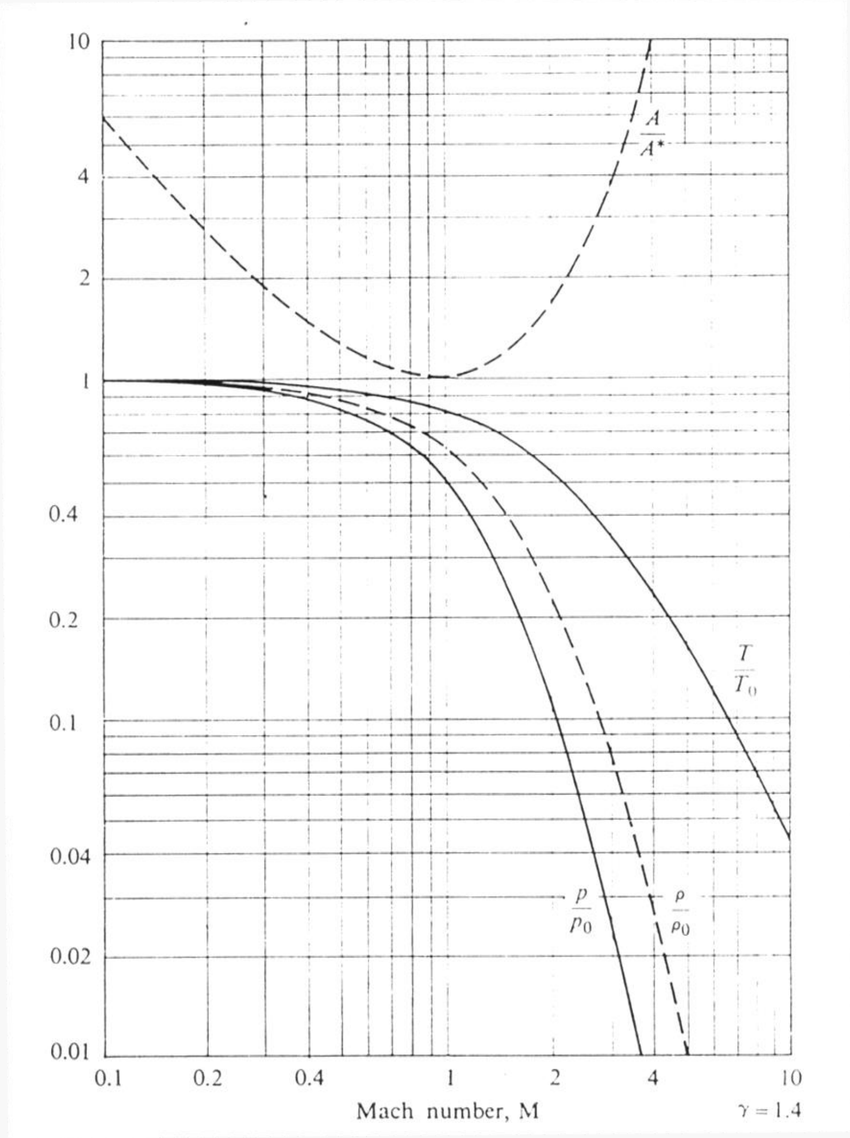
Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)_{\left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_{\mathrm{MAX}}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)_{M=1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)_{\mathrm{cr}} = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

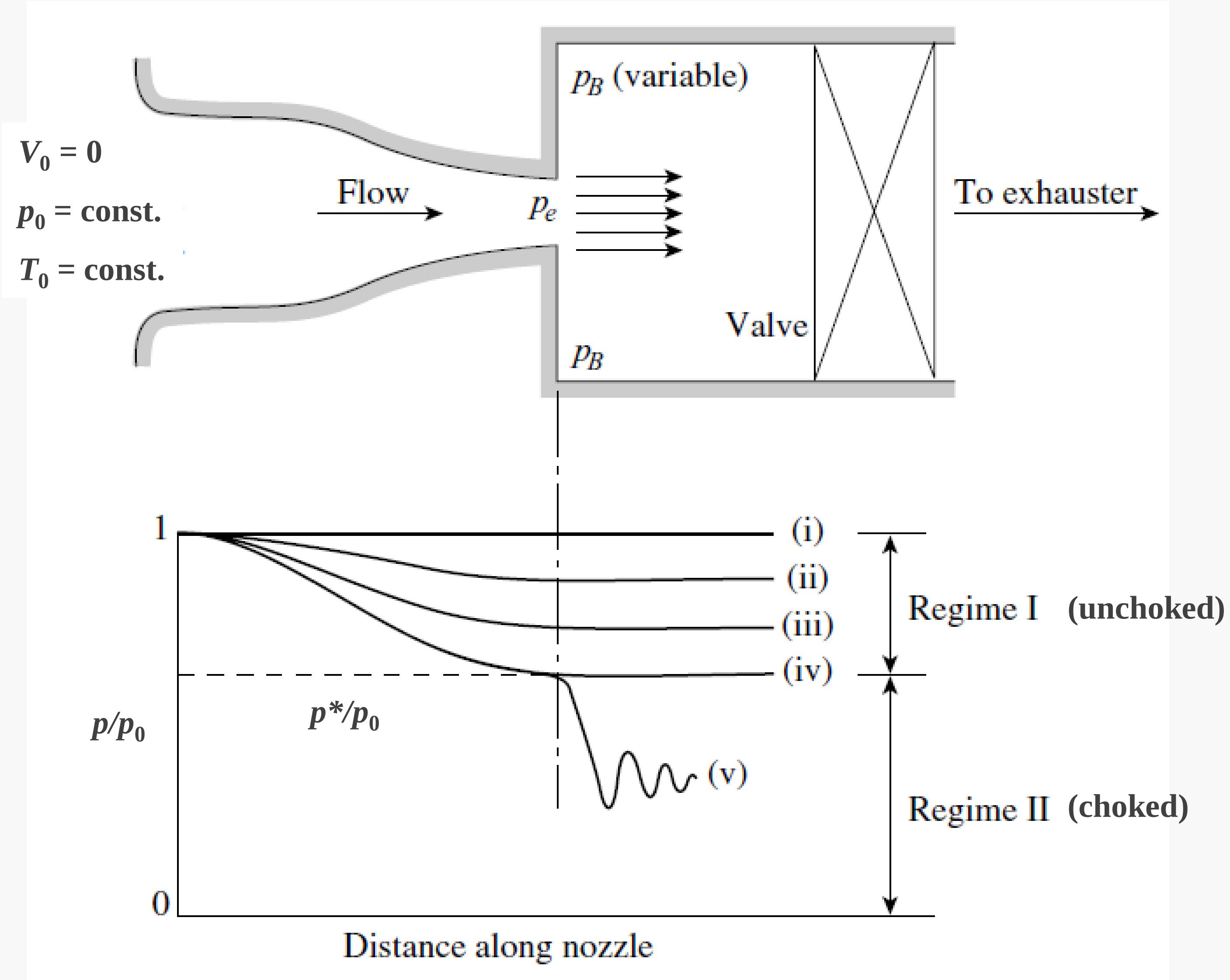
$$\left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_{\mathrm{MAX}} = \left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_{M=1} = \frac{\dot{M}}{A_{\mathrm{cr}}} = \frac{\dot{M}}{A^*} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}\cdot\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{A}{A_{\mathrm{cr}}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}{\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}} = \frac{1}{M}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

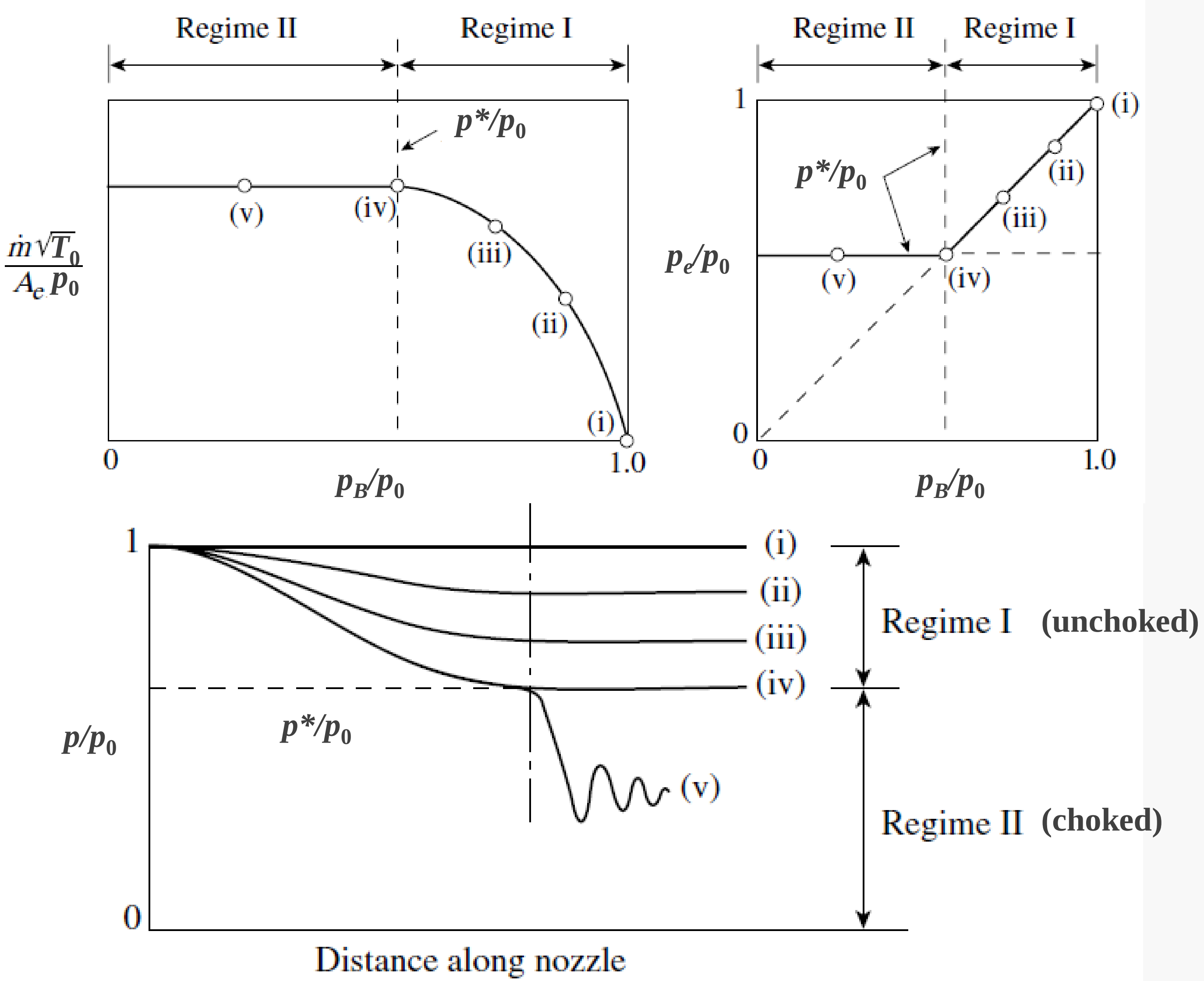
Flusso isentropico, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile



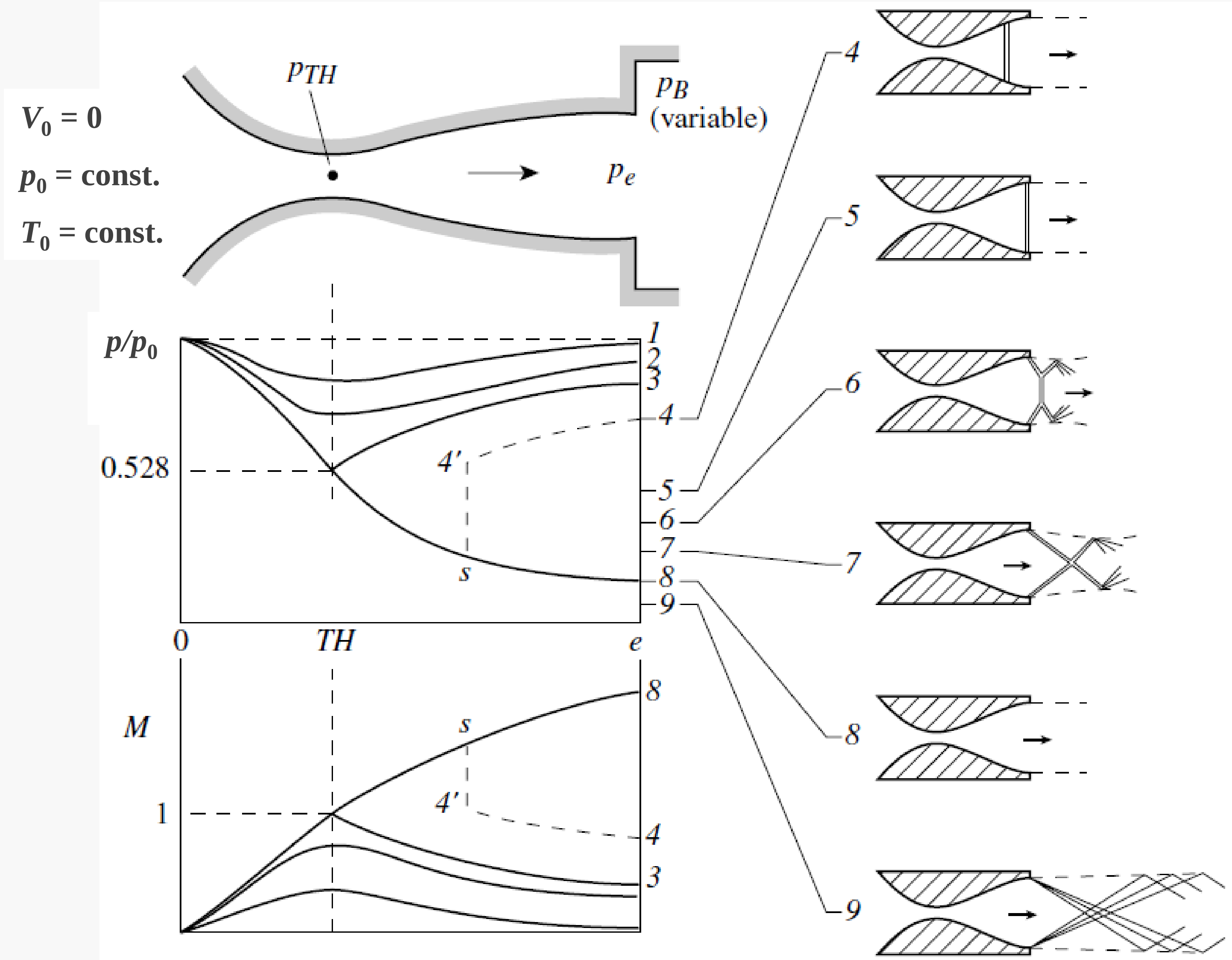
Comportamento di un condotto convergente al variare delle condizioni a valle



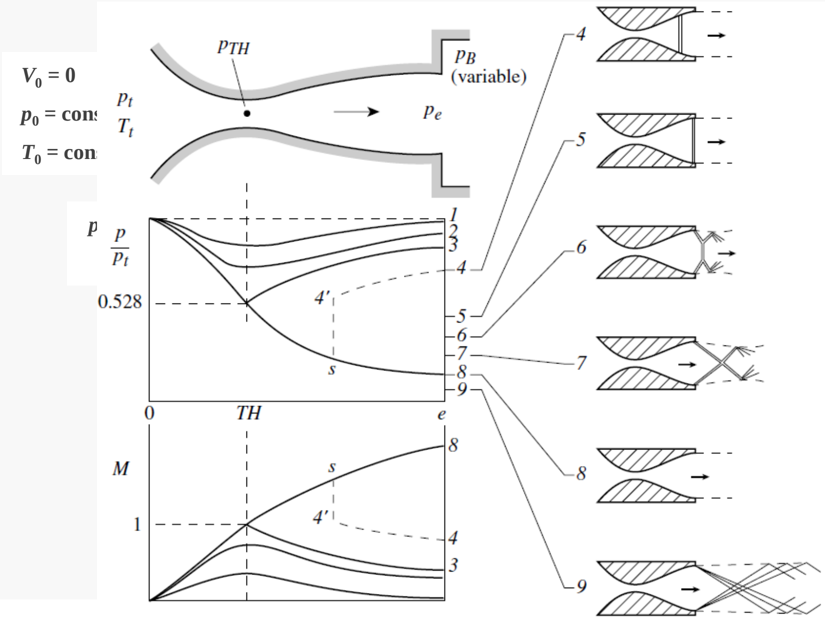
Comportamento di un condotto convergente al variare delle condizioni a valle



Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

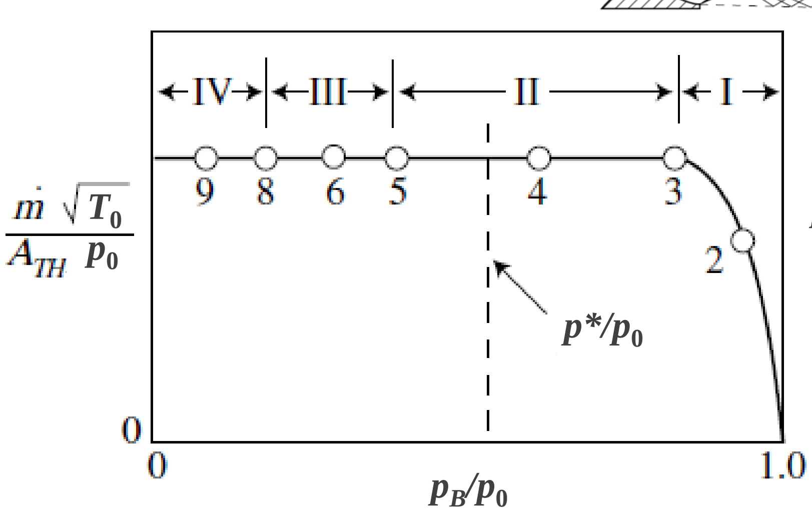


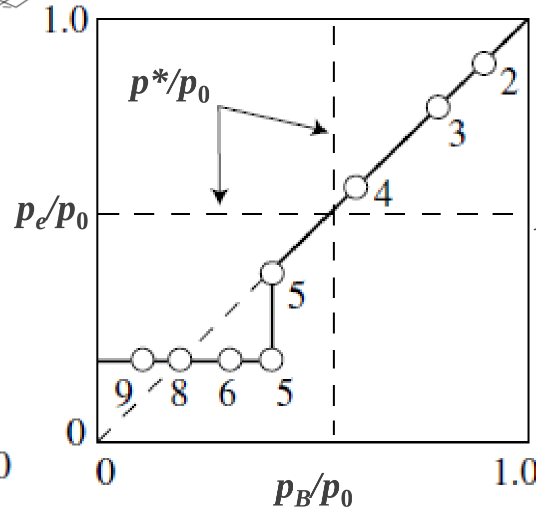
Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

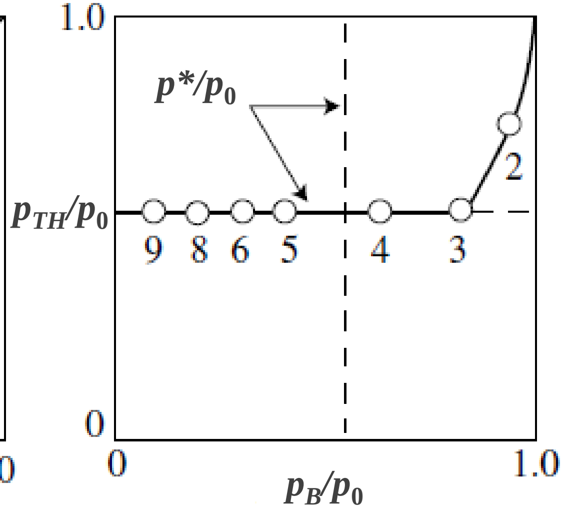


overexpanded flow (6, 7)

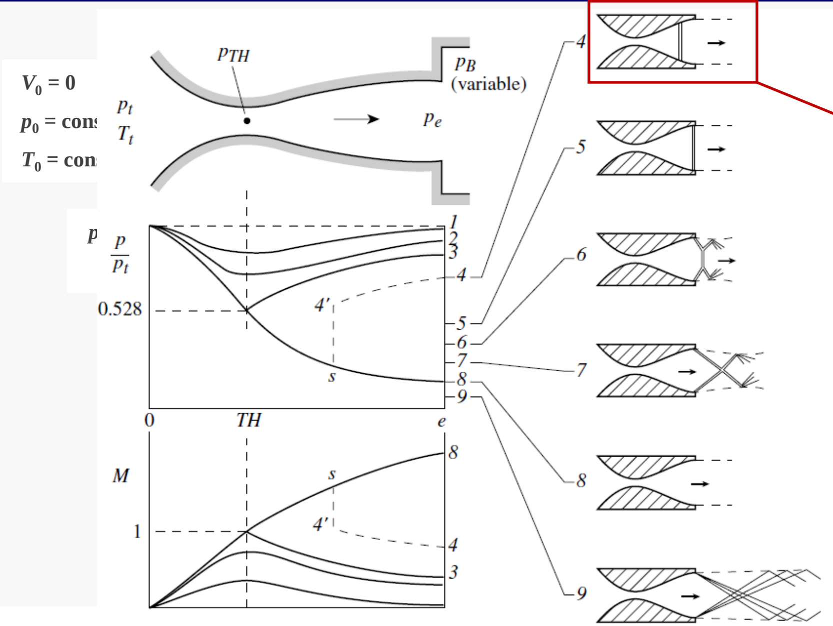
underexpanded flow (9)

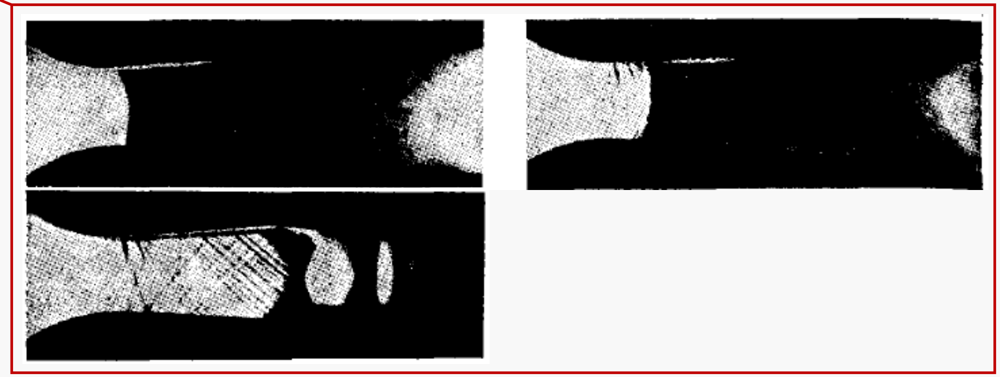


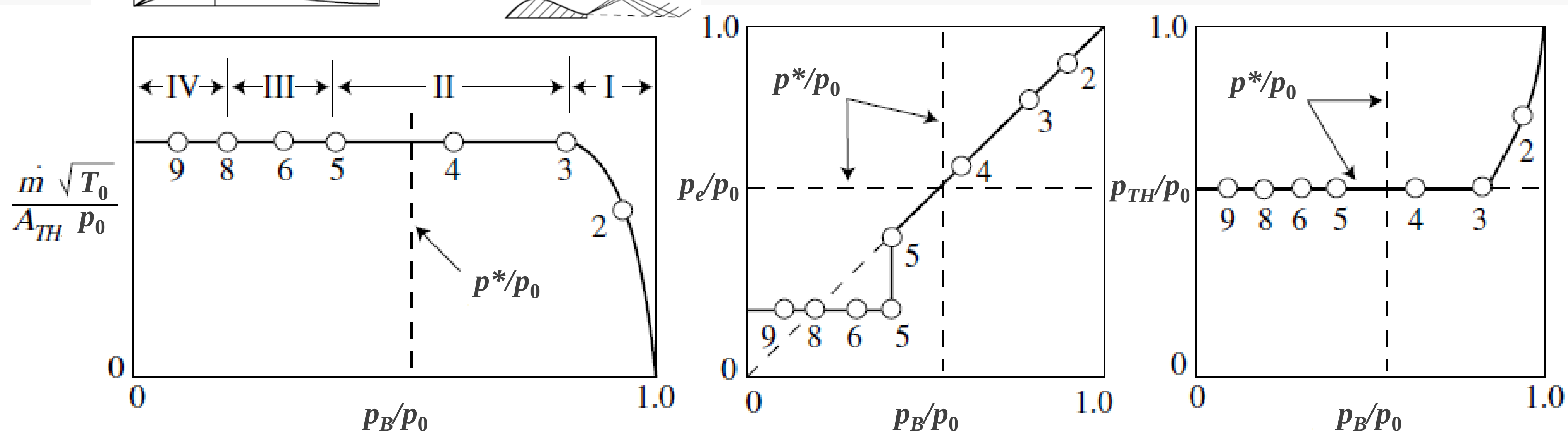




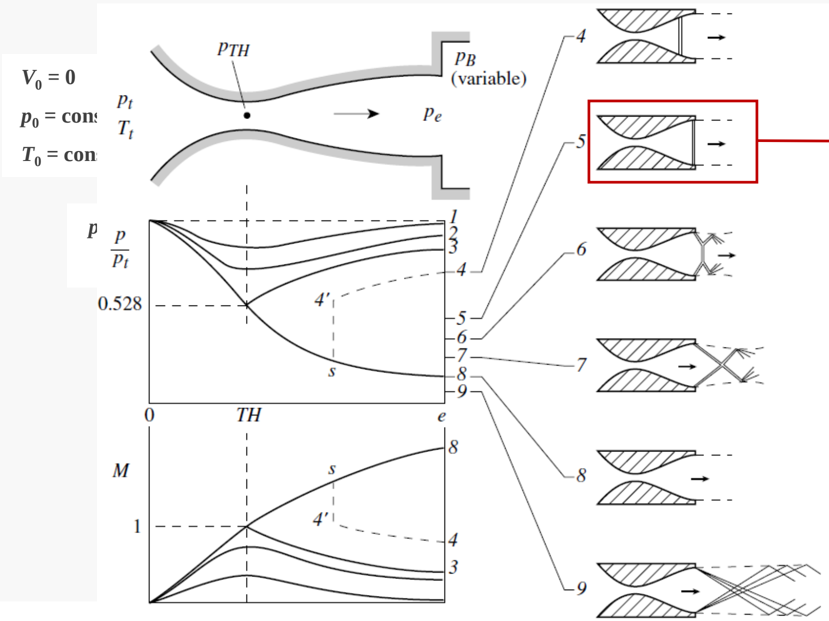
Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

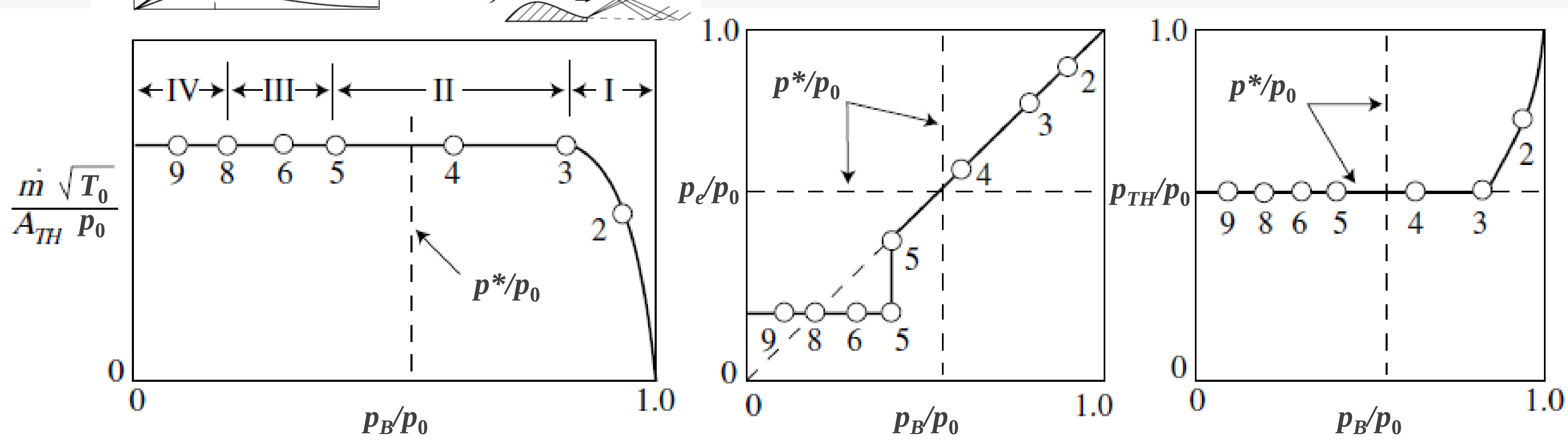




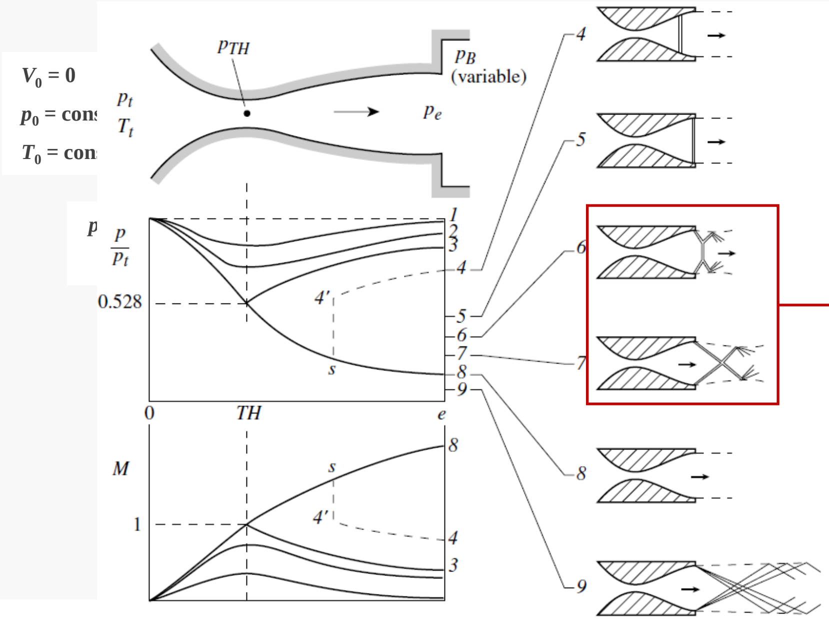


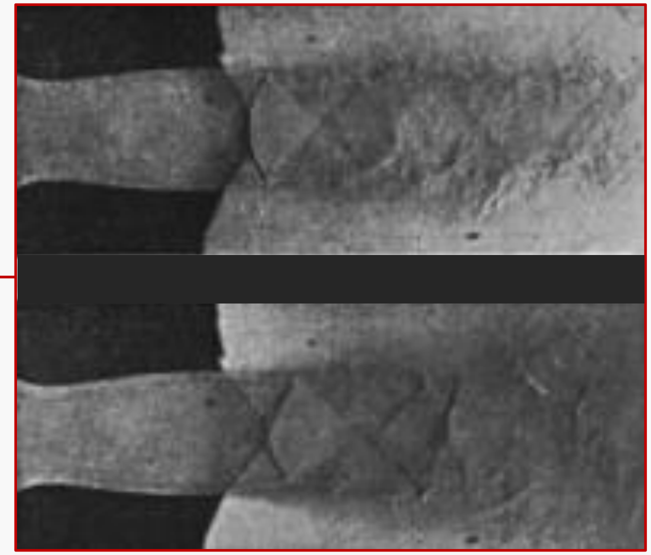
Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

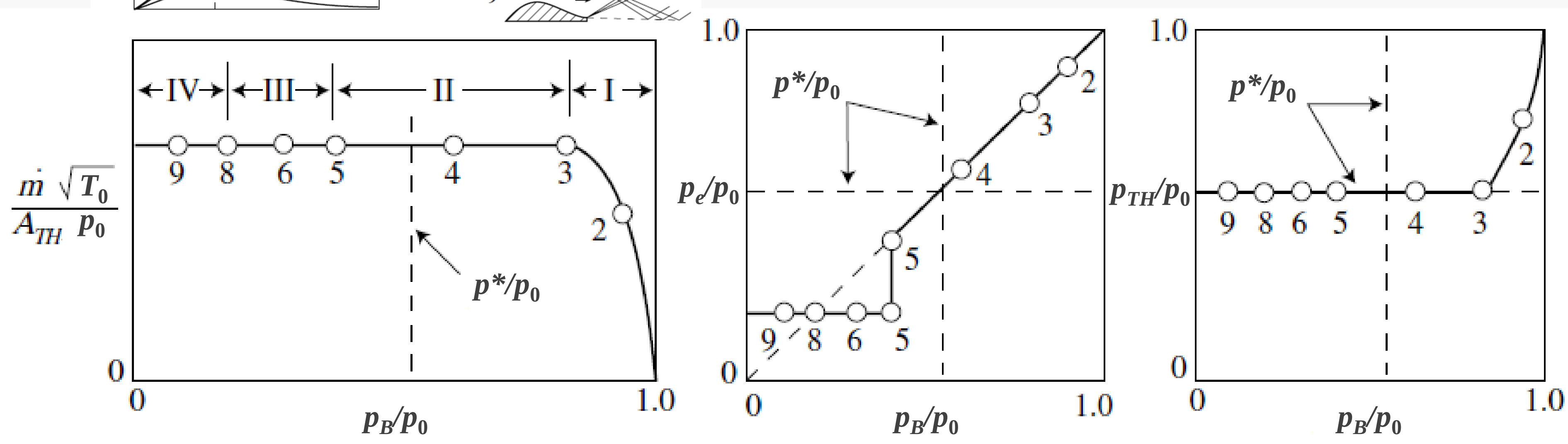




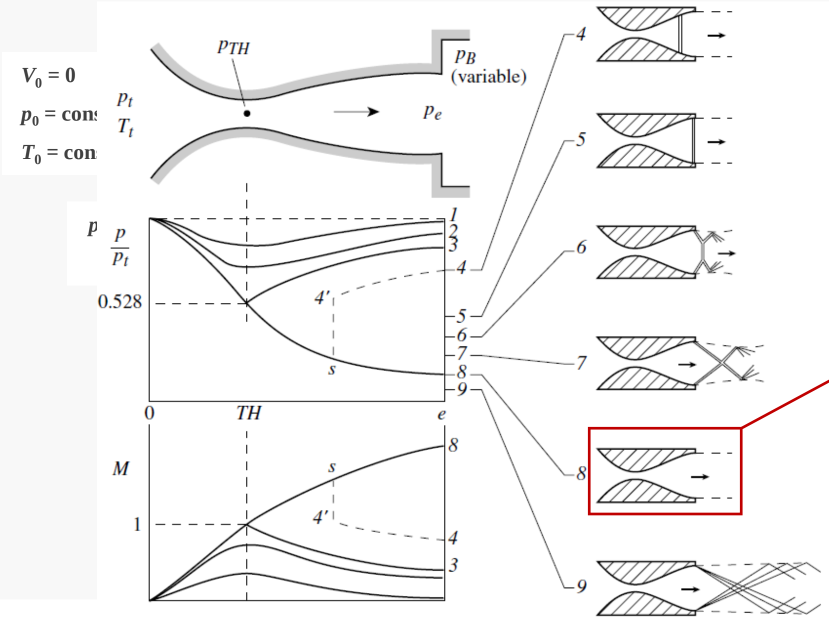
Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

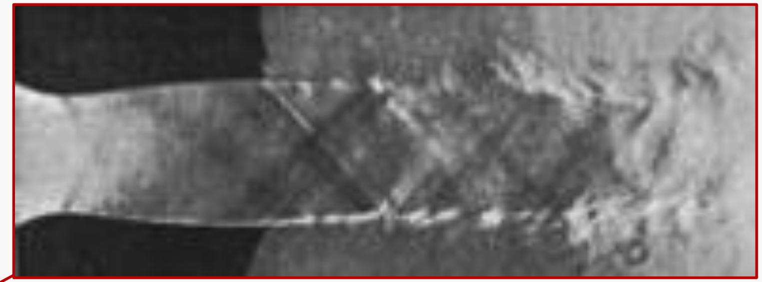


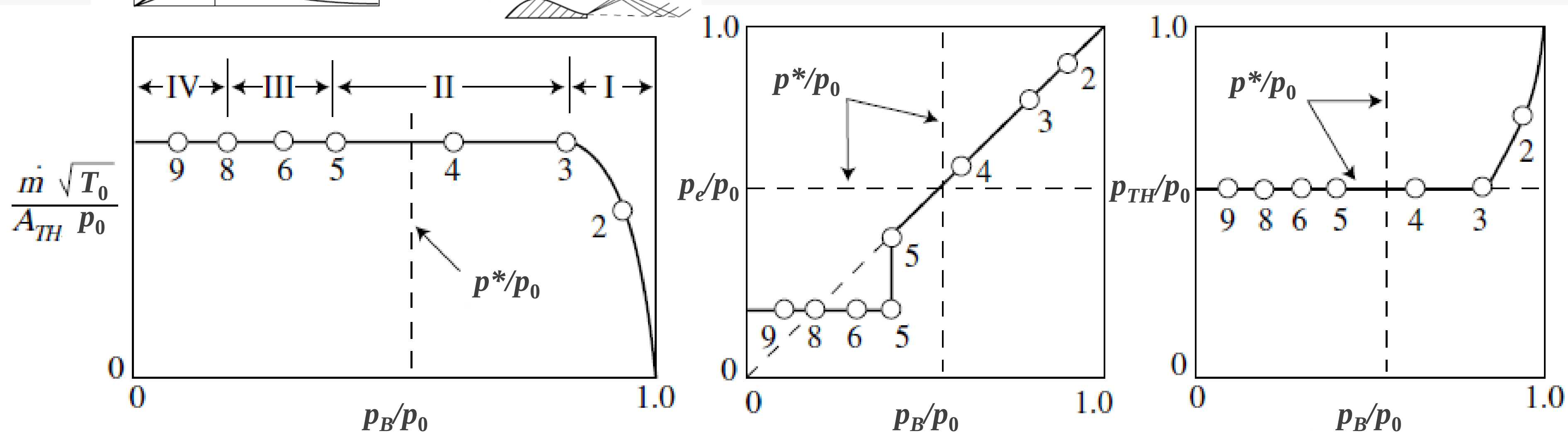




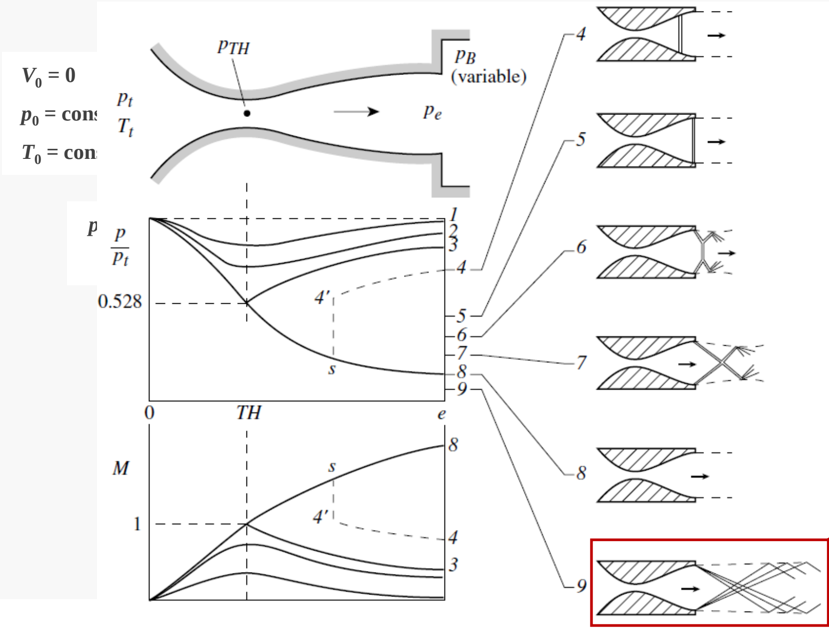
Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

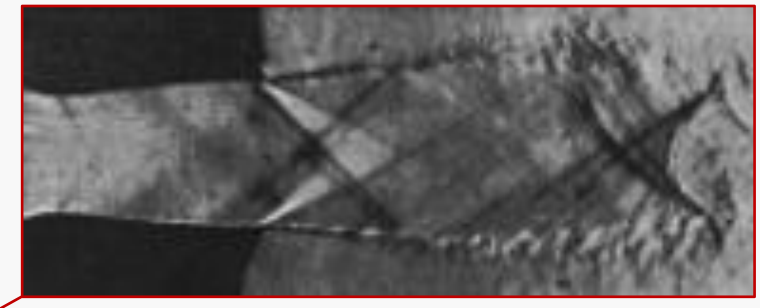


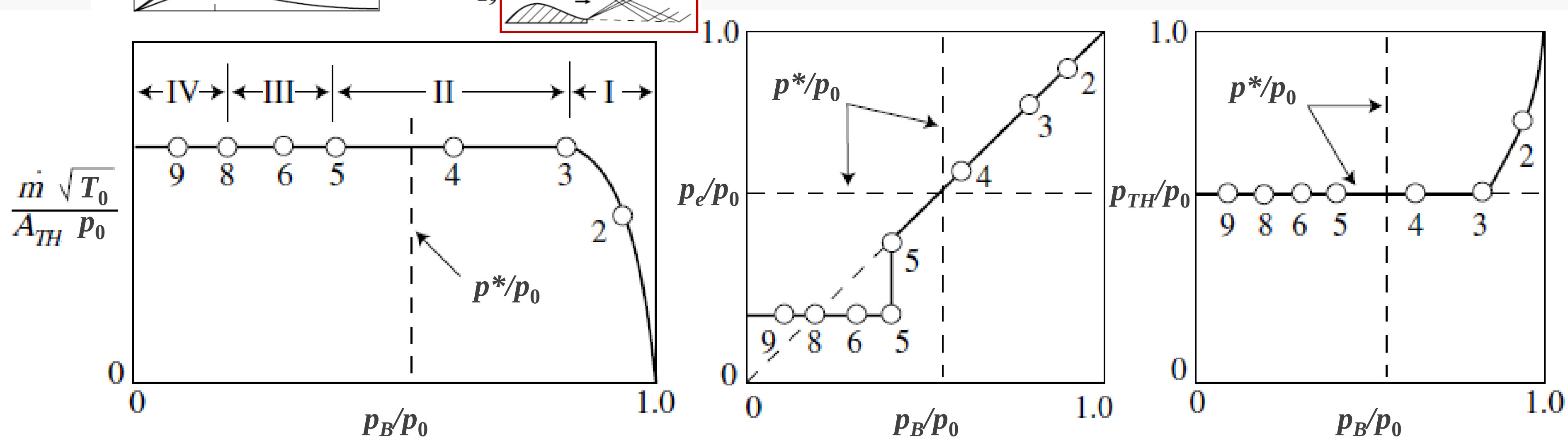




Comportamento di un condotto convergente-divergente al variare delle condizioni a valle

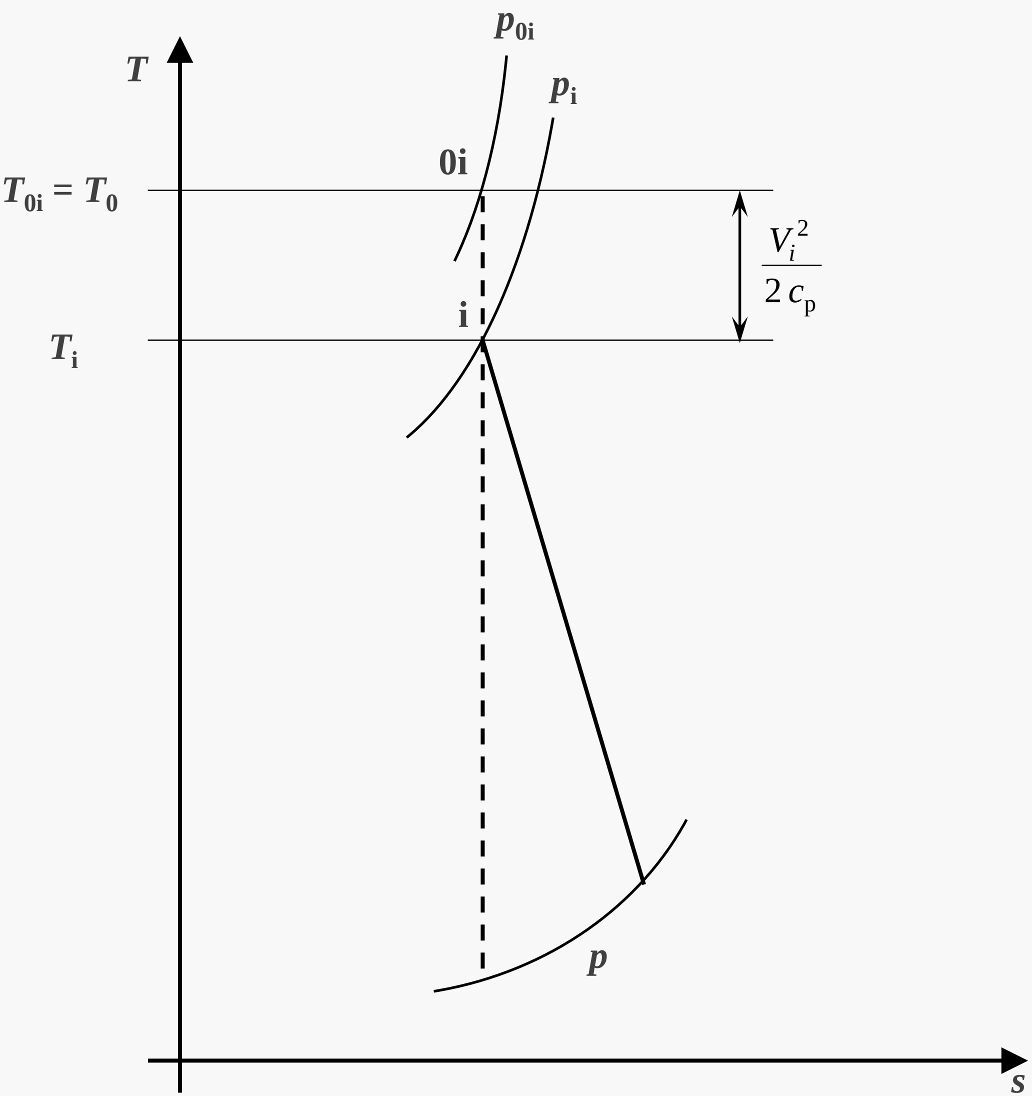






Flusso **adiabatico irreversibile**, monodimensionale, stazionario, comprimibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile

Flusso adiabatico irreversibile, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile



$$\frac{T_i}{T} = \left(\frac{p_i}{p}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

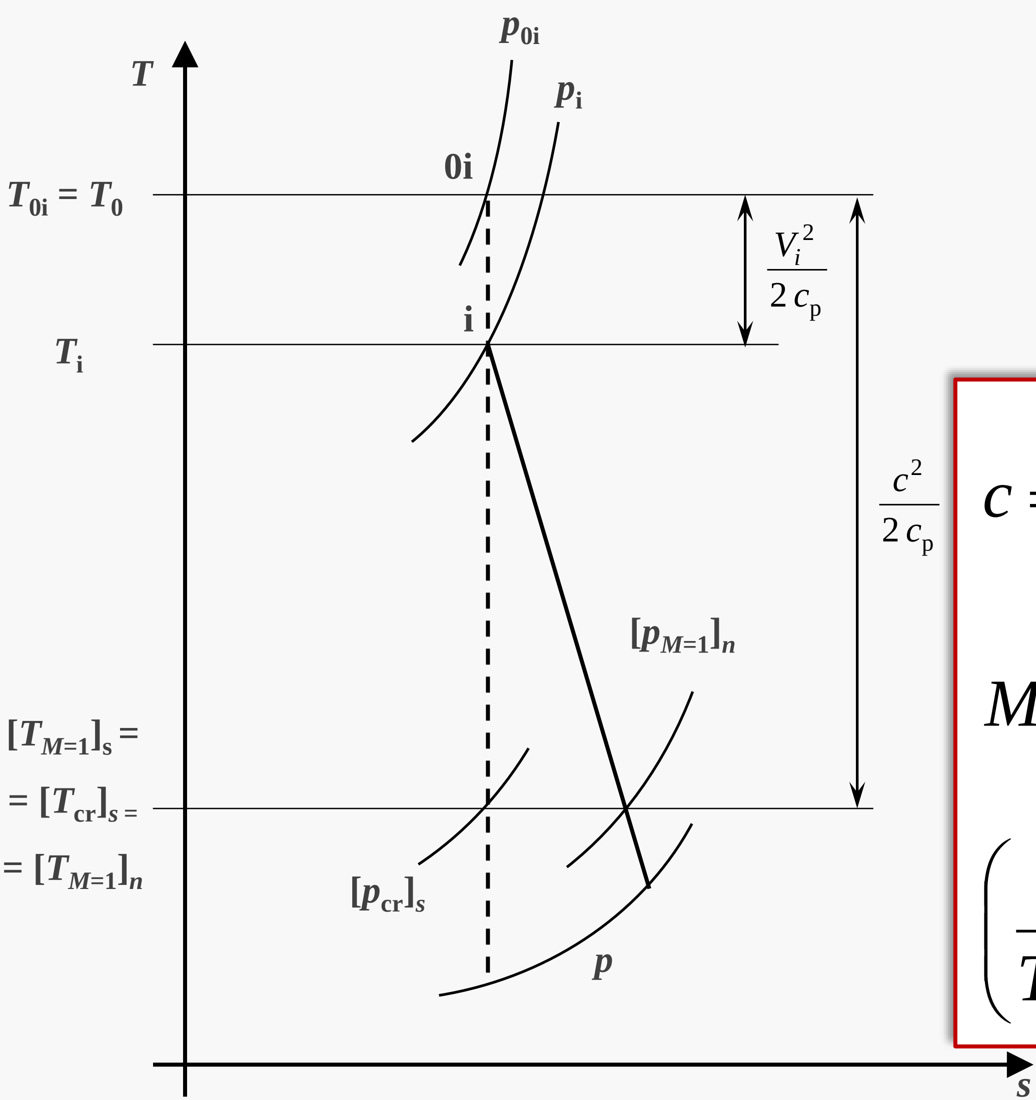
$$\frac{p_i}{p} = \left(\frac{\rho_i}{\rho}\right)^{n}$$

$$\Downarrow$$

$$n = \frac{\ln \dfrac{p_i}{p}}{\ln \dfrac{\rho_i}{\rho}} < \gamma$$

$$\eta_{pe} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{n-1}{n}$$

Flusso adiabatico irreversibile, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile



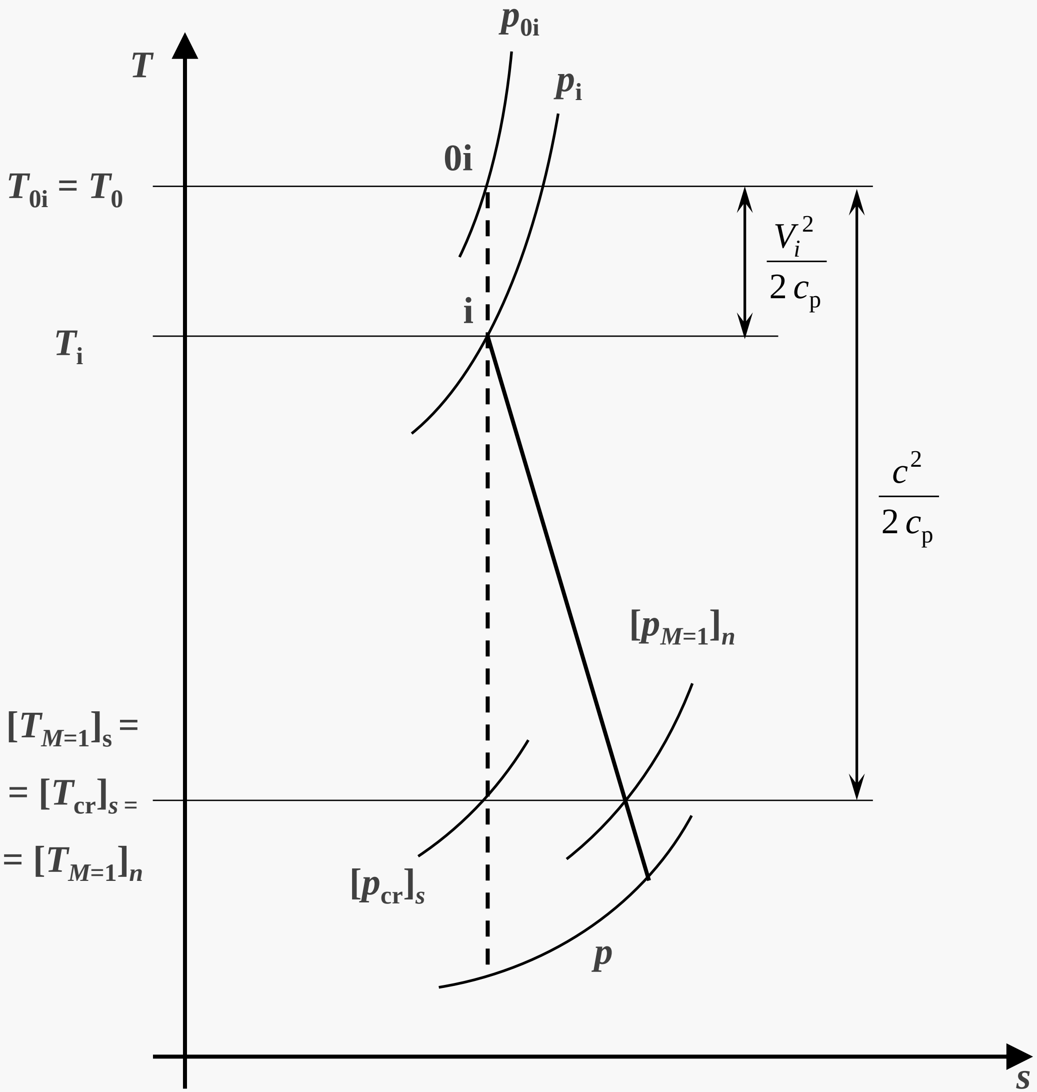
Nel caso adiabatico irreversibile il flusso diviene sonico per il medesimo rapporto $(T/T_{0i})_{M=1}$ per il quale diviene sonico nel caso isentropico

$$c = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\gamma\, R\, T_{M=1}\left[\left(\frac{T_{0i}}{T}\right)_{M=1} - 1\right]}$$

$$M = \frac{c}{\sqrt{\gamma\, R\, T_{M=1}}} = 1$$

$$\left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{M=1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

Flusso adiabatico irreversibile, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile



Il rapporto delle pressioni sonico nel caso adiabatico irreversibile è sempre **minore** del rapporto delle pressioni sonico isentropico

$$\boxed{\left[\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{M=1}\right]_n < \left[\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{cr}\right]_s}$$

Flusso adiabatico irreversibile, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

$$V = \sqrt{2c_{\mathrm{p}}\, T_{0\mathrm{i}} \left(1 - \frac{T}{T_{0\mathrm{i}}}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} RT_{\mathrm{i}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{\mathrm{i}}^2\right) \left[1 - \frac{T}{T_{\mathrm{i}}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{\mathrm{i}}^2\right)}\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_{\mathrm{i}}}{\rho_{\mathrm{i}}} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{\mathrm{i}}^2 - \left(\frac{p}{p_{\mathrm{i}}}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

Flusso adiabatico irreversibile, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

$$V = \sqrt{2c_p\, T_{0i}\left(1-\frac{T}{T_{0i}}\right)} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{p_i}{\rho_i}\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M_i^2-\left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

La velocità massica ha la seguente espressione:

$$\frac{\dot{M}}{A} = \rho V = \rho_i\left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{1}{n}} V =$$

$$= \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\rho_i\, p_i\left[\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_i^2\right)\left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{2}{n}}-\left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

La funzione $\dfrac{\dot{M}}{A} = \mathrm{F}\left(\dfrac{p}{p_\mathrm{i}}\right)$ presenta un massimo per il valore di p/p_i

$$\left(\frac{p}{p_\mathrm{i}}\right)_\mathrm{cr} = \left(\frac{p}{p_\mathrm{i}}\right)_{\left(\frac{\dot{M}}{A}\right)_\mathrm{MAX}} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}} \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_\mathrm{i}^2\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$\left(\frac{p}{p_{0\mathrm{i}}}\right)_\mathrm{cr} = \left(\frac{p}{p_\mathrm{i}}\right)_\mathrm{cr} \frac{p_\mathrm{i}}{p_{0\mathrm{i}}} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}} \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_\mathrm{i}^2\right)^{\left(\frac{n}{n-1}-\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}$$

$$\sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}} > M_\mathrm{i} > 0$$

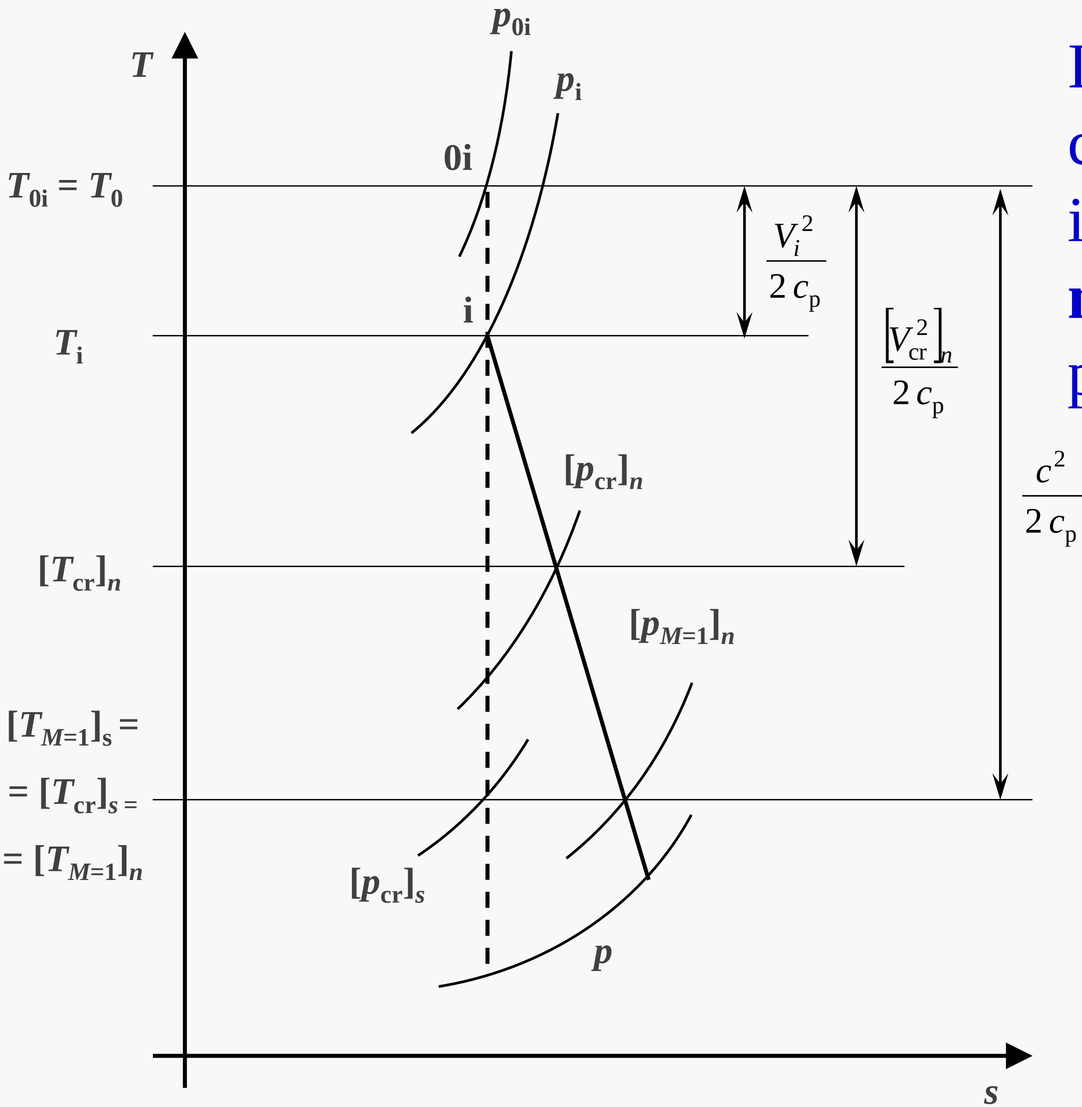
Il valore limite superiore di M_i è quello che si otterrebbe per $\left(\dfrac{p}{p_\mathrm{i}}\right)_\mathrm{cr} = 1$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

Dato che $n < \gamma$, il rapporto delle pressioni critico nel caso adiabatico irreversibile è sempre **maggiore** del rapporto delle pressioni critico isentropico

$$\boxed{\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}_{M_\mathrm{i}=\sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}}} > \left[\left(\frac{p}{p_{0\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}}\right]_n > \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}_{M_\mathrm{i}=0} > \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left[\left(\frac{p}{p_{0\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}}\right]_s}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche



Il rapporto delle pressioni critico nel caso adiabatico irreversibile è sempre **maggiore** del rapporto delle pressioni critico isentropico

$$\boxed{\left[\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{cr}\right]_n > \left[\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{cr}\right]_s}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}} = \left(\frac{p}{p_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}}^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{\mathrm{i}}^{2}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{0\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}} = \left(\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}} \frac{\rho_{\mathrm{i}}}{\rho_{0\mathrm{i}}} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{\mathrm{i}}^{2}\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}$$

$$\left(\frac{T}{T_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}} = \left(\frac{p}{p_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}}^{\frac{n-1}{n}} = \frac{2}{n+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{\mathrm{i}}^{2}\right)$$

$$\left(\frac{T}{T_{0\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}} = \left(\frac{T}{T_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}} \frac{T_{\mathrm{i}}}{T_{0\mathrm{i}}} = \frac{2}{n+1}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$V_{\mathrm{cr}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\gamma\, R\, T_{0\mathrm{i}}\left[1 - \left(\frac{T}{T_{0\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{cr}}\right]} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma - 1}\gamma\, R\, T_{0\mathrm{i}}\,\frac{2}{n+1}}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}\gamma\, R\, T_{0i}\left[1-\left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{cr}\right]} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}$$

$$M_{cr} = \frac{V_{cr}}{\sqrt{\gamma\, R\, T_{cr}}} = \frac{\sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}}{\sqrt{\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}} \quad < \quad 1$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{2}{\gamma -1}\gamma\, R\, T_{0i}\left[1-\left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{cr}\right]} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma -1}\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}$$

$$M_{cr} = \frac{V_{cr}}{\sqrt{\gamma\, R\, T_{cr}}} = \frac{\sqrt{\frac{n-1}{\gamma -1}\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}}{\sqrt{\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma -1}} \quad < \quad 1$$

$$A_{cr} = \frac{\dot{M}}{\rho_{cr} V_{cr}}$$

$$\boxed{V_{cr} = \sqrt{\gamma\, R\, T_{cr}}\sqrt{\frac{n-1}{\gamma -1}} = \sqrt{\gamma\, R\, T_{0i}\,\frac{2}{n+1}}\sqrt{\frac{n-1}{\gamma -1}}}$$

$$\boxed{\rho_{cr} = \rho_{0i}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}}\left(1+\frac{\gamma -1}{2}M_i^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma -1}\right)} = \frac{p_{0i}}{R\, T_{0i}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}}\left(1+\frac{\gamma -1}{2}M_i^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma -1}\right)}}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni critiche

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \gamma R T_{0i} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{0i}} \right)_{cr} \right]} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma - 1} \gamma R T_{0i} \frac{2}{n+1}}$$

$$M_{cr} = \frac{V_{cr}}{\sqrt{\gamma R T_{cr}}} = \frac{\sqrt{\frac{n-1}{\gamma - 1} \gamma R T_{0i} \frac{2}{n+1}}}{\sqrt{\gamma R T_{0i} \frac{2}{n+1}}} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma - 1}} < 1$$

$$A_{cr} = \frac{\dot{M}}{\rho_{cr} V_{cr}} = \frac{\frac{\dot{M}}{p_{0i}} \sqrt{\frac{R T_{0i}}{\gamma} \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\frac{n+1}{n-1}}}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_i^2 \right)^{\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{\gamma - 1} \right)} \sqrt{\frac{n-1}{\gamma - 1}}}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni soniche

$$\left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{M=1} = \frac{2}{\gamma+1}$$

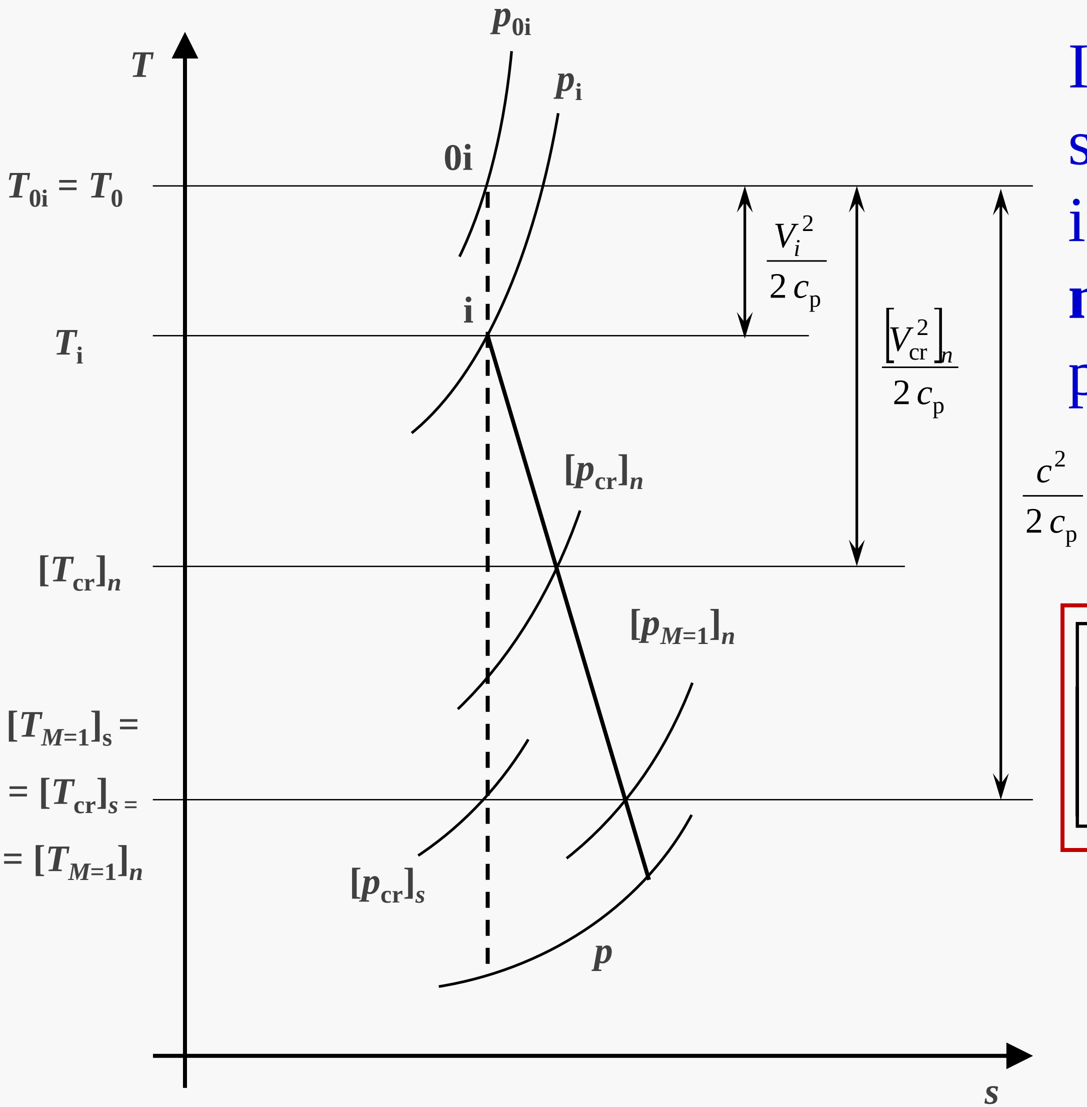
$$\left(\frac{\rho}{\rho_{0i}}\right)_{M=1} = \left(\frac{\rho}{\rho_{i}}\right)_{M=1}\frac{\rho_i}{\rho_{0i}} = \left(\frac{T}{T_{i}}\right)_{M=1}^{\frac{1}{n-1}}\frac{\rho_i}{\rho_{0i}} = \left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{M=1}^{\frac{1}{n-1}}\left(\frac{T_{0i}}{T_{i}}\right)^{\frac{1}{n-1}}\frac{\rho_i}{\rho_{0i}} =$$

$$= \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{n-1}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_i^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}$$

$$\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{M=1} = \left(\frac{p}{p_{i}}\right)_{M=1}\frac{p_i}{p_{0i}} = \left(\frac{T}{T_{i}}\right)_{M=1}^{\frac{n}{n-1}}\frac{p_i}{p_{0i}} = \left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{M=1}^{\frac{n}{n-1}}\left(\frac{T_{0i}}{T_{i}}\right)^{\frac{n}{n-1}}\frac{p_i}{p_{0i}} =$$

$$= \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_i^2\right)^{\left(\frac{n}{n-1}-\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni soniche



Il rapporto delle pressioni sonico nel caso adiabatico irreversibile è sempre **minore** del rapporto delle pressioni sonico isentropico

$$\left[\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{M=1}\right]_n < \left[\left(\frac{p}{p_{0i}}\right)_{cr}\right]_s$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni soniche

$$c = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \gamma \, R \, T_{0i} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{0i}} \right)_{M=1} \right]} = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1} \gamma \, \frac{p_{0i}}{\rho_{0i}}}$$

$$A_{M=1} = \frac{\dot{M}}{\rho_{M=1} \, c}$$

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1} \gamma \, \frac{p_{0i}}{\rho_{0i}}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1} \gamma \, R \, T_{0i}}}$$

$$\boxed{\rho_{M=1} = \rho_{0i} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{n-1}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_i^2 \right)^{\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{\gamma - 1} \right)} = \frac{p_{0i}}{R \, T_{0i}} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{n-1}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_i^2 \right)^{\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{\gamma - 1} \right)}}$$

Flusso adiabatico irreversibile di un gas perfetto in un condotto di area variabile: condizioni soniche

$$c = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\gamma\, R\, T_{0i}\left[1 - \left(\frac{T}{T_{0i}}\right)_{M=1}\right]} = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1}\gamma\,\frac{p_{0i}}{\rho_{0i}}}$$

$$A_{M=1} = \frac{\dot{M}}{\rho_{M=1}\, c} = \frac{\dfrac{\dot{M}}{p_{0i}}\sqrt{\dfrac{R\, T_{0i}}{\gamma}\left(\dfrac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}}}{\left(1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_i^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{\gamma - 1}\right)}}$$

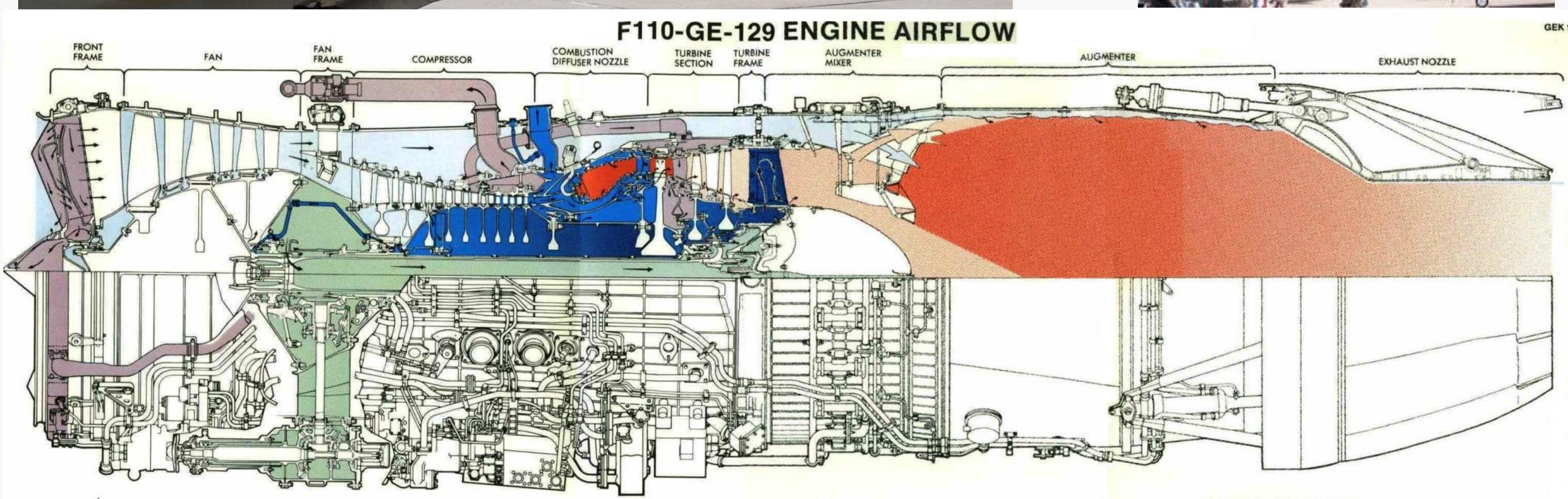
Flusso adiabatico irreversibile, monodimensionale, di un gas perfetto in un condotto di area variabile

$$\frac{[A_{M=1}]_n}{[A_{cr}]_n} = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}\left(\frac{\gamma+1}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}} \quad \mathbf{>1}$$

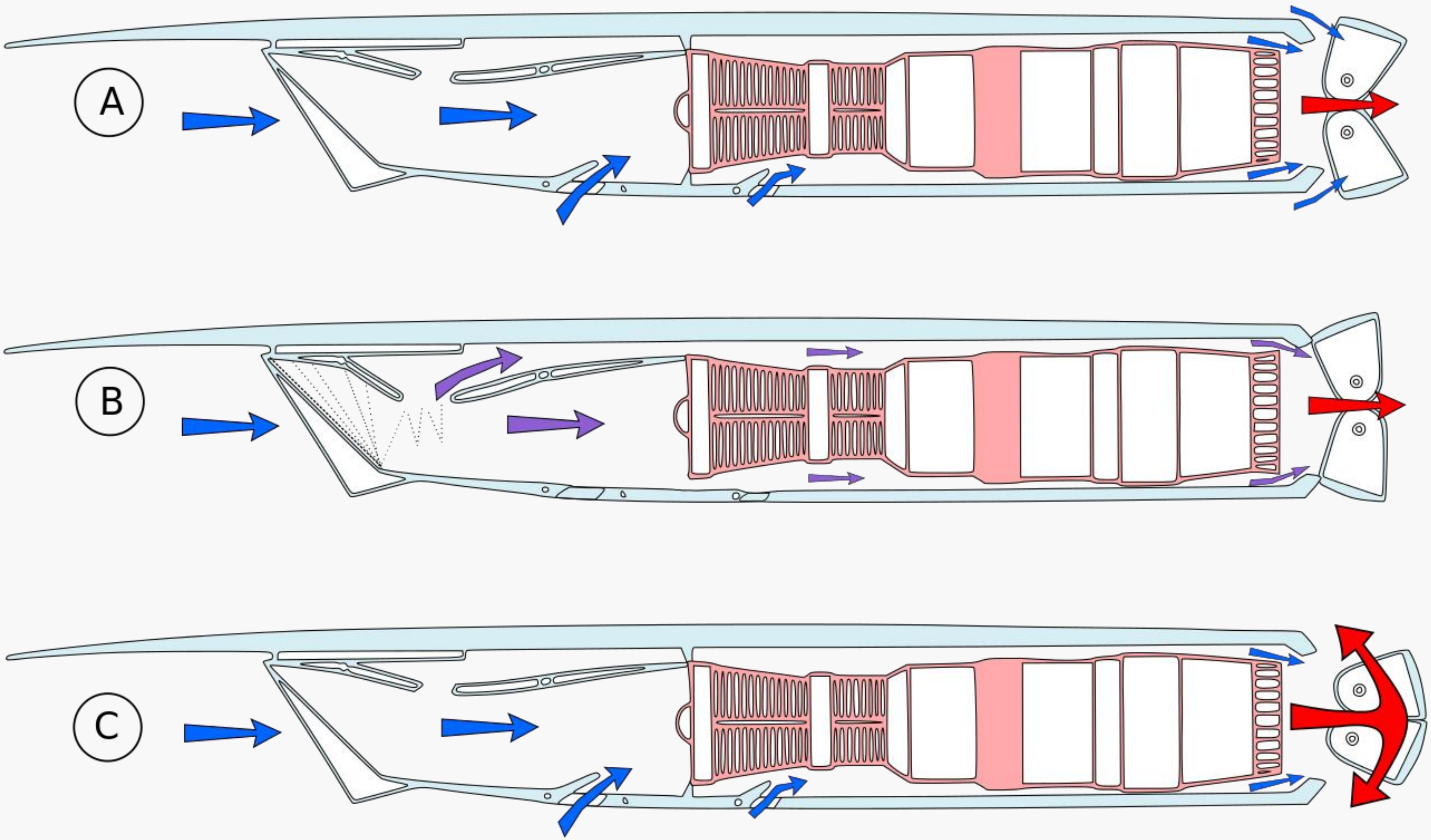
$$\frac{[A_{M=1}]_n}{[A_{cr}]_s} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\left(\frac{n+1}{n-1}-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)}}}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_i^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}} \quad \mathbf{>1}$$

$$\frac{[A_{cr}]_n}{[A_{cr}]_s} = \frac{[A_{cr}]_n}{[A_{M=1}]_n}\frac{[A_{M=1}]_n}{[A_{cr}]_s} = \frac{\sqrt{\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}}}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_i^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}\sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}} \quad \mathbf{>1}$$

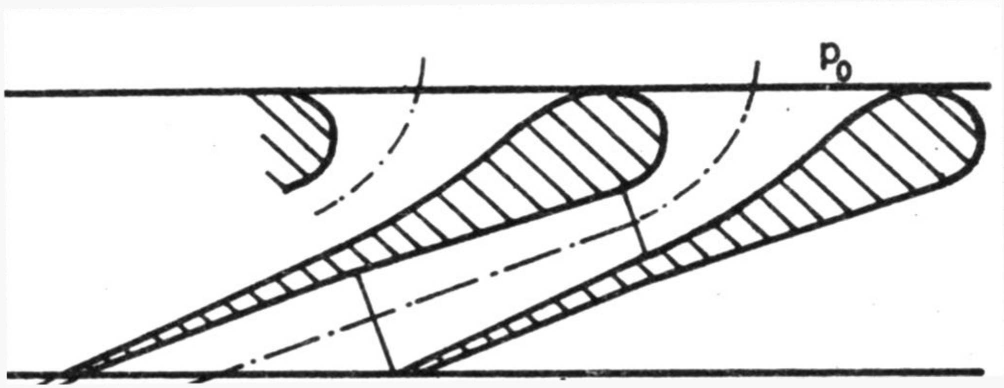
Ugello di spinta a geometria variabile

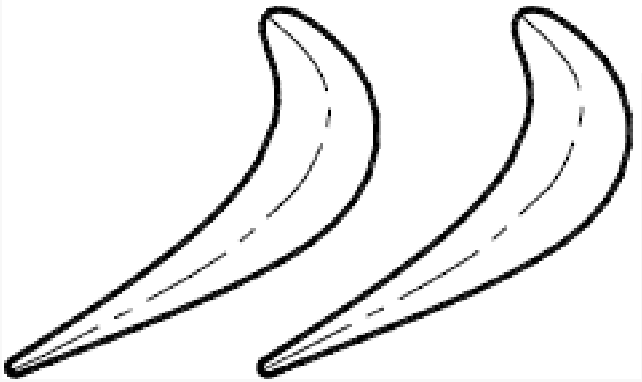


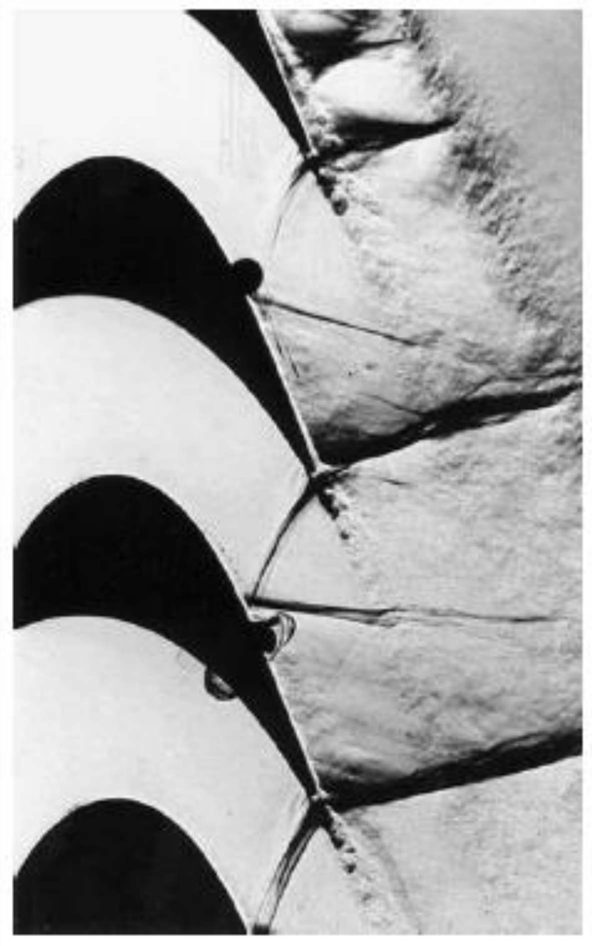
Ugello di spinta a geometria variabile



Ugello di turbina

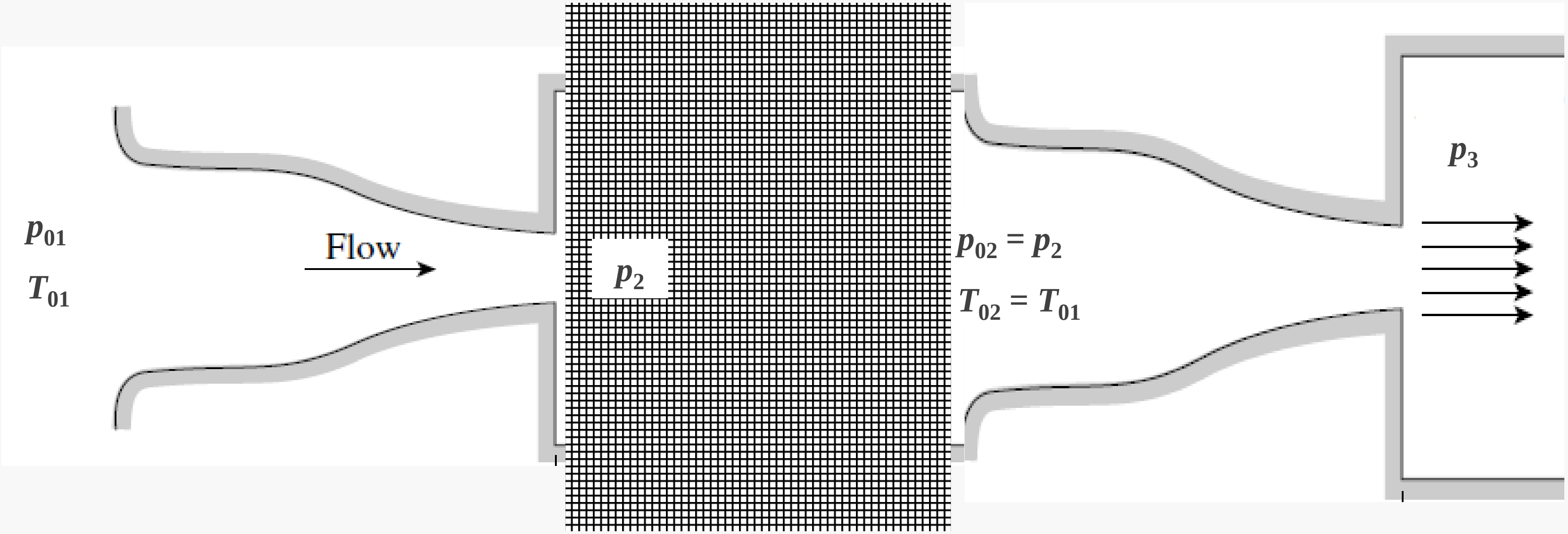




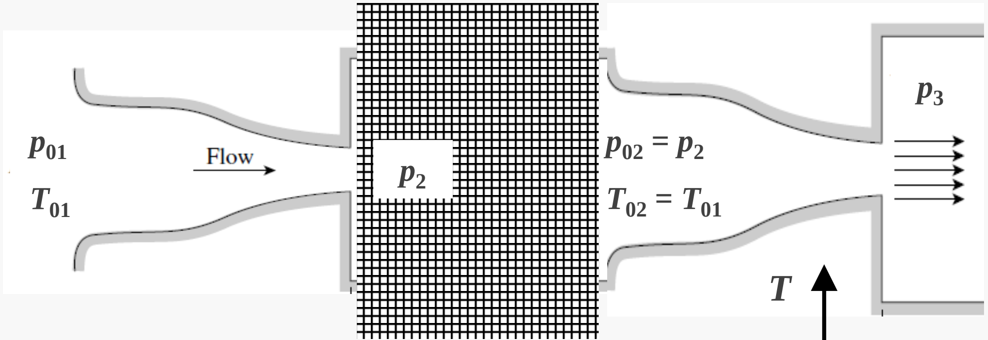


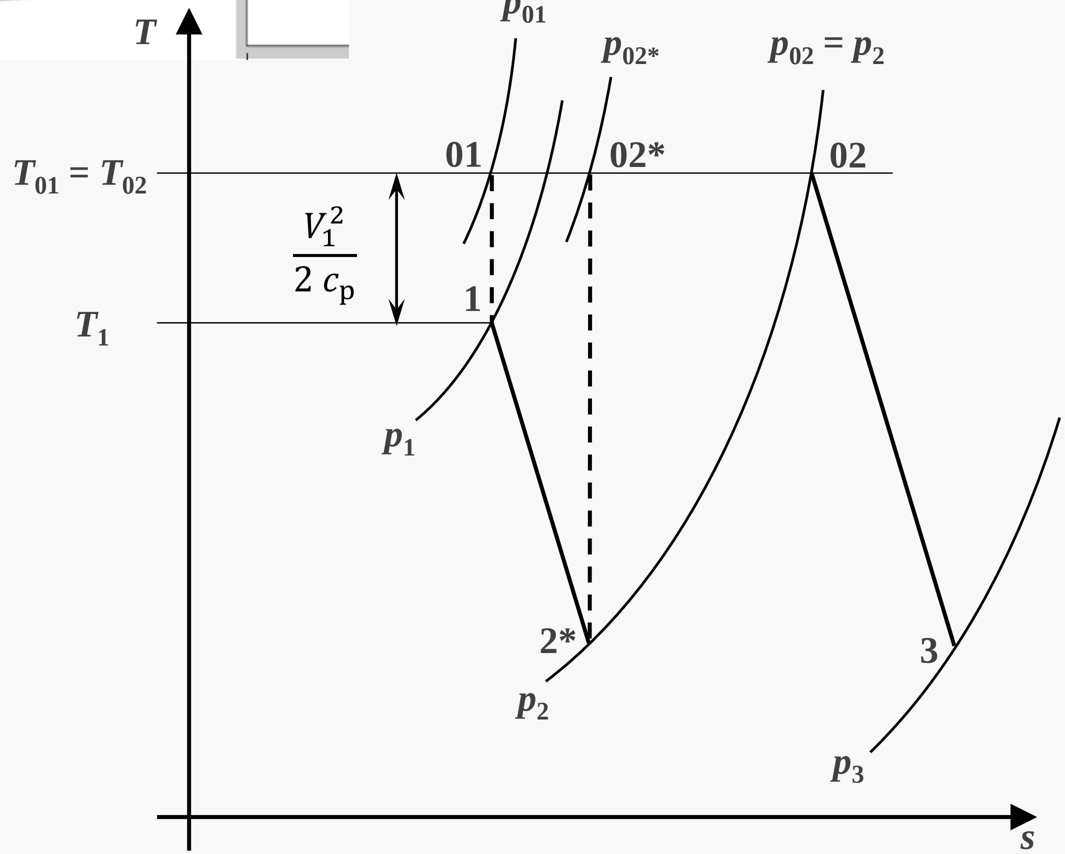
Schiera di turbina con numero di Mach all'uscita $M_u = 1.15$

Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)



Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)

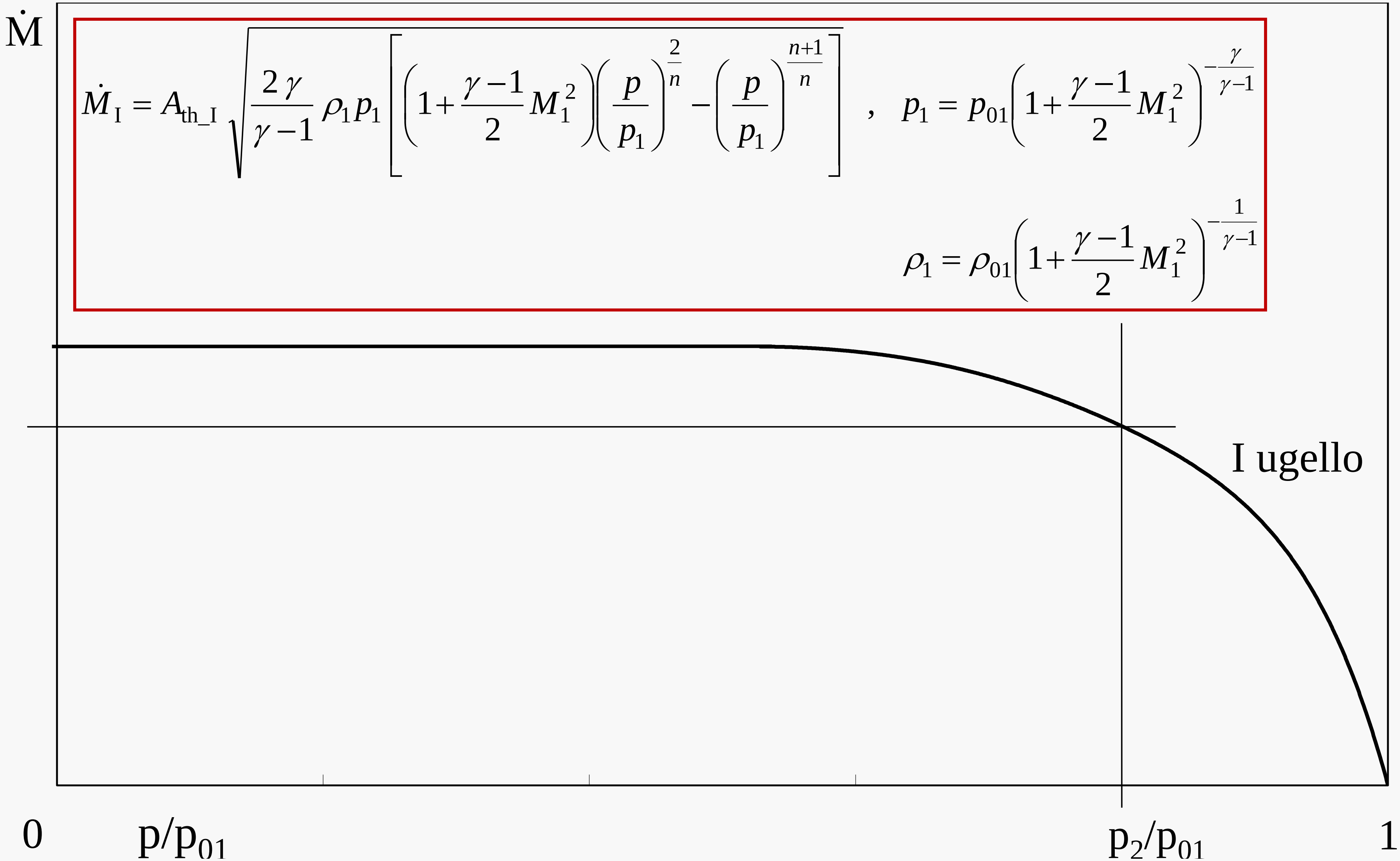




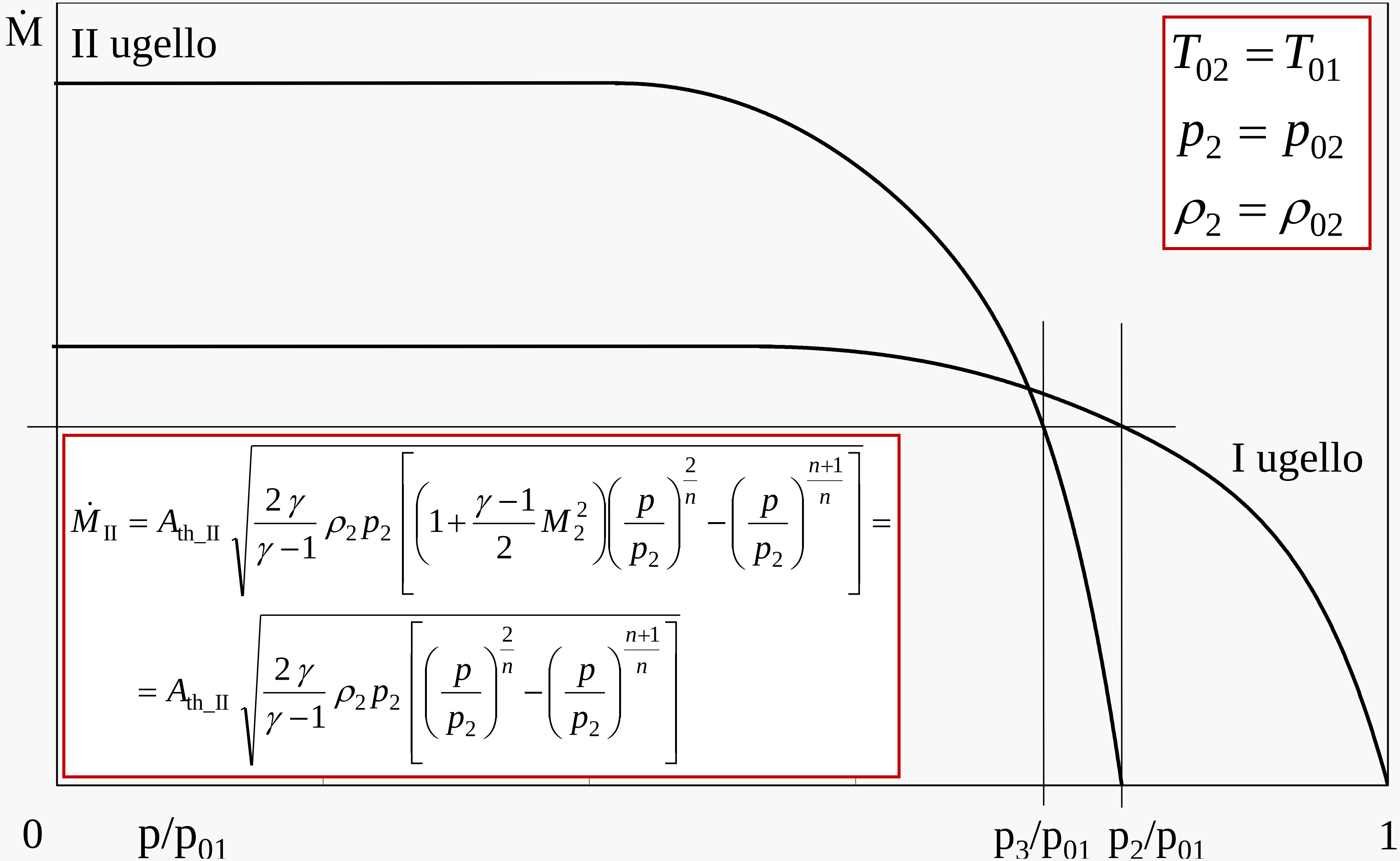
Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)

$$\dot{M}_{\mathrm{I}} = A_{\mathrm{th\_I}}\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\rho_1 p_1\left[\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}}-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]} \quad , \quad p_1 = p_{01}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\rho_1 = \rho_{01}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}}$$



Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)



$$T_{02} = T_{01}$$

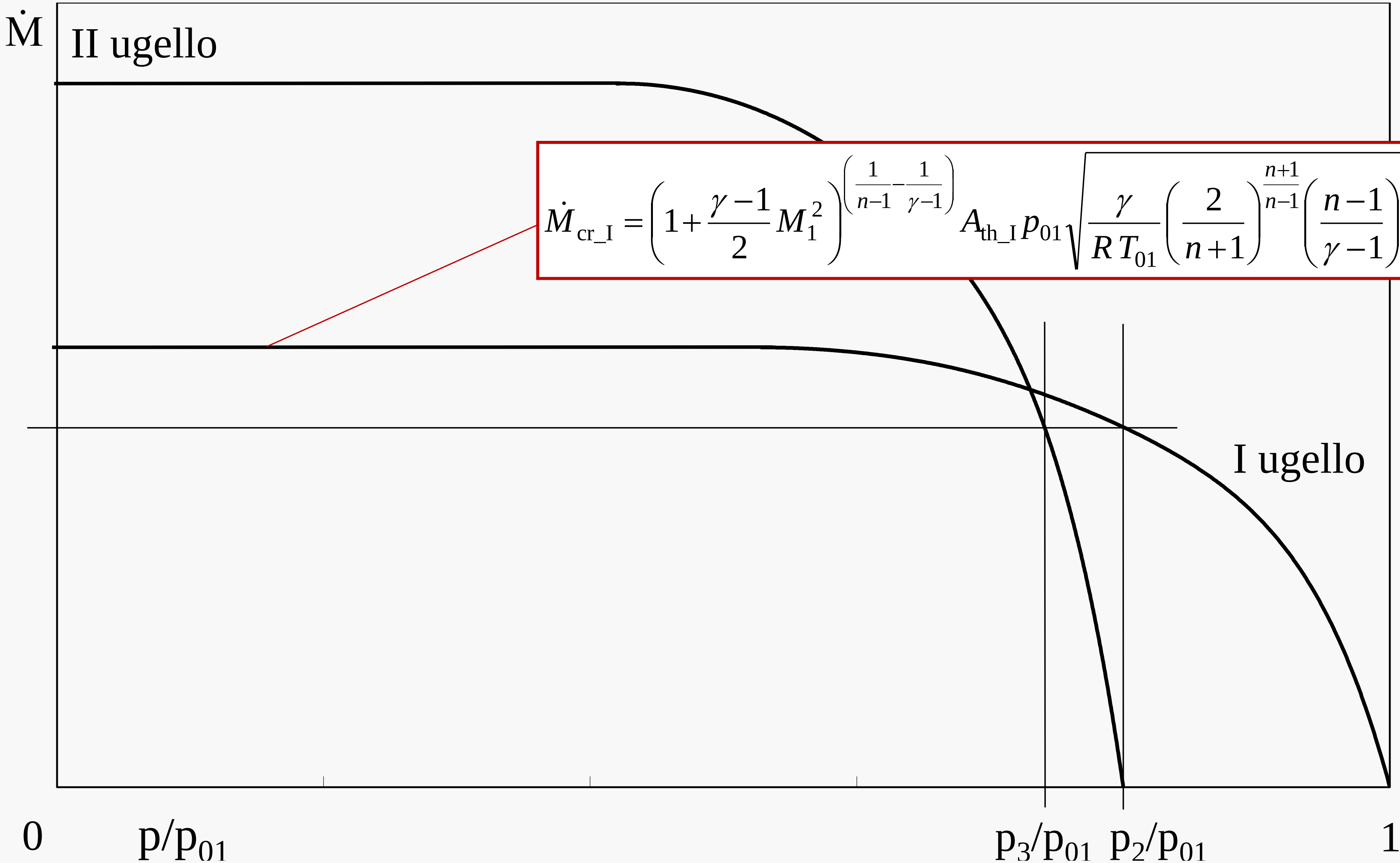
$$p_2 = p_{02}$$

$$\rho_2 = \rho_{02}$$

$$\dot{M}_{\mathrm{II}} = A_{\mathrm{th\_II}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}\rho_2 p_2 \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right)\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]} =$$

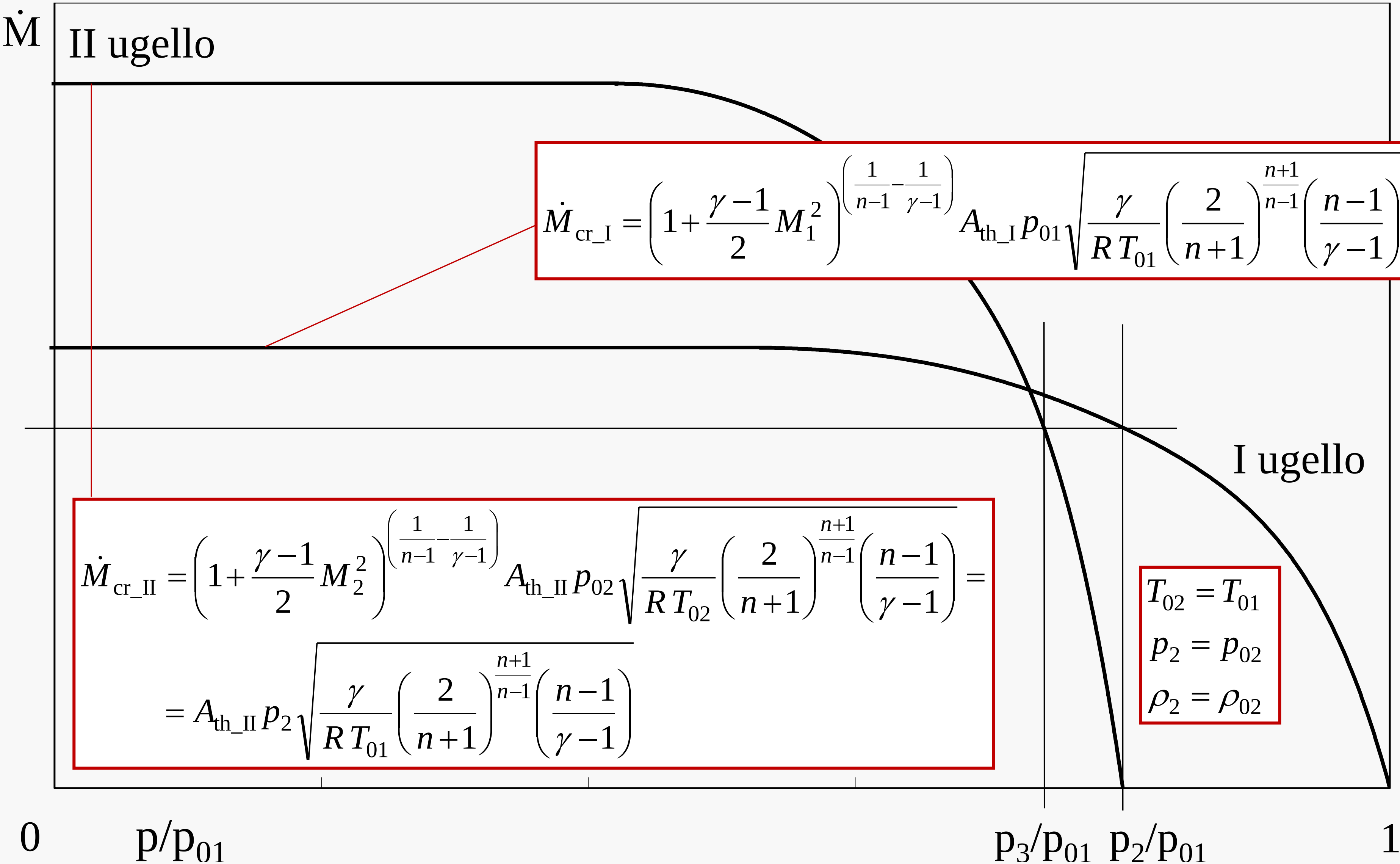
$$= A_{\mathrm{th\_II}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}\rho_2 p_2 \left[\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}$$

Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)



$$\dot{M}_{cr\_I} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{th\_I}\, p_{01}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)



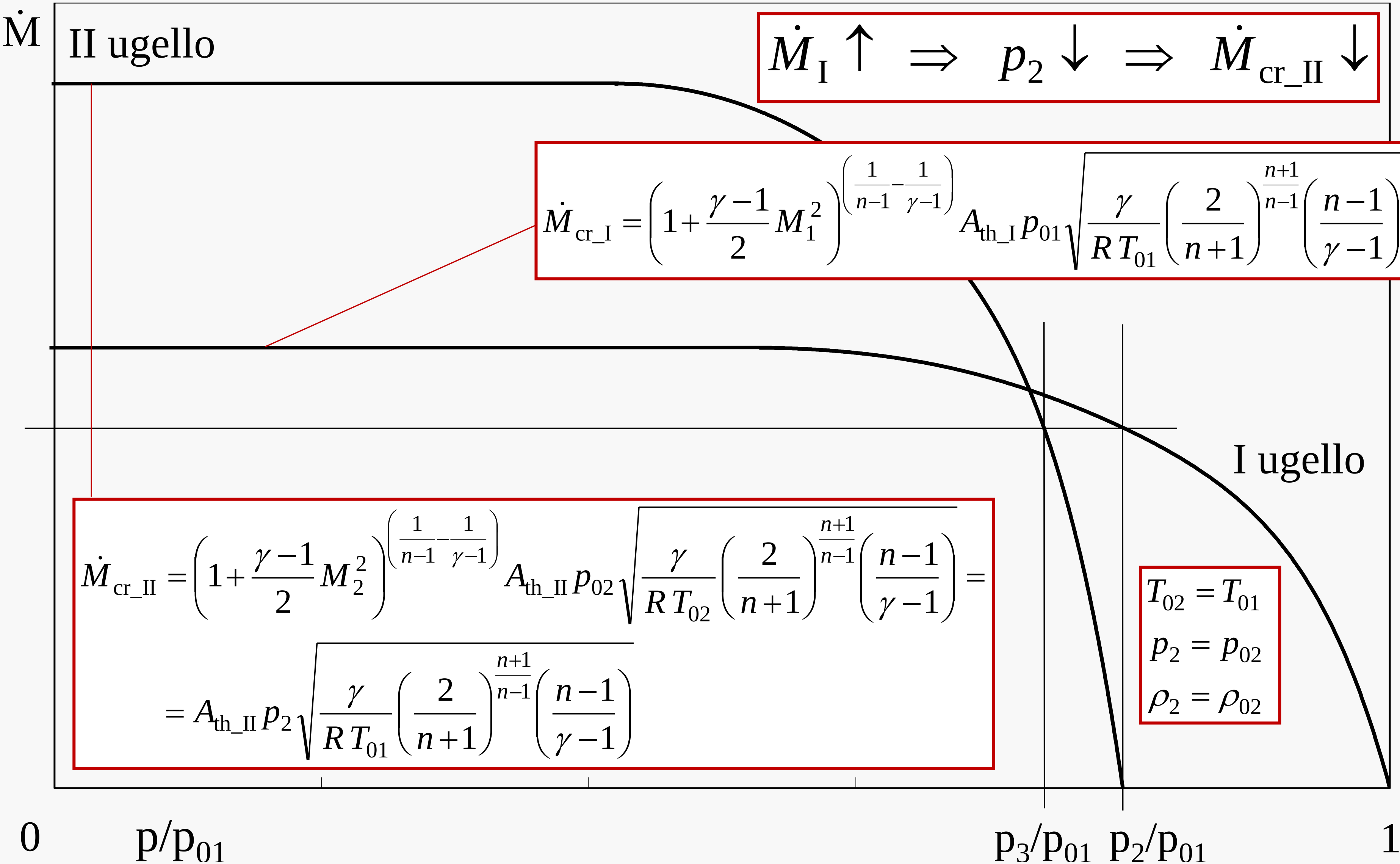
$$\dot{M}_{cr\_I} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{th\_I}\, p_{01}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

$$\dot{M}_{cr\_II} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_2^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{th\_II}\, p_{02}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{02}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)} =$$

$$= A_{th\_II}\, p_2\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

$$T_{02} = T_{01}$$
$$p_2 = p_{02}$$
$$\rho_2 = \rho_{02}$$

Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)



$$\dot{M}_{\mathrm{I}}\uparrow \;\Rightarrow\; p_2\downarrow \;\Rightarrow\; \dot{M}_{\mathrm{cr\_II}}\downarrow$$

$$\dot{M}_{\mathrm{cr\_I}}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}A_{\mathrm{th\_I}}\,p_{01}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

$$\dot{M}_{\mathrm{cr\_II}}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_2^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}A_{\mathrm{th\_II}}\,p_{02}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{02}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}=$$

$$=A_{\mathrm{th\_II}}\,p_2\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

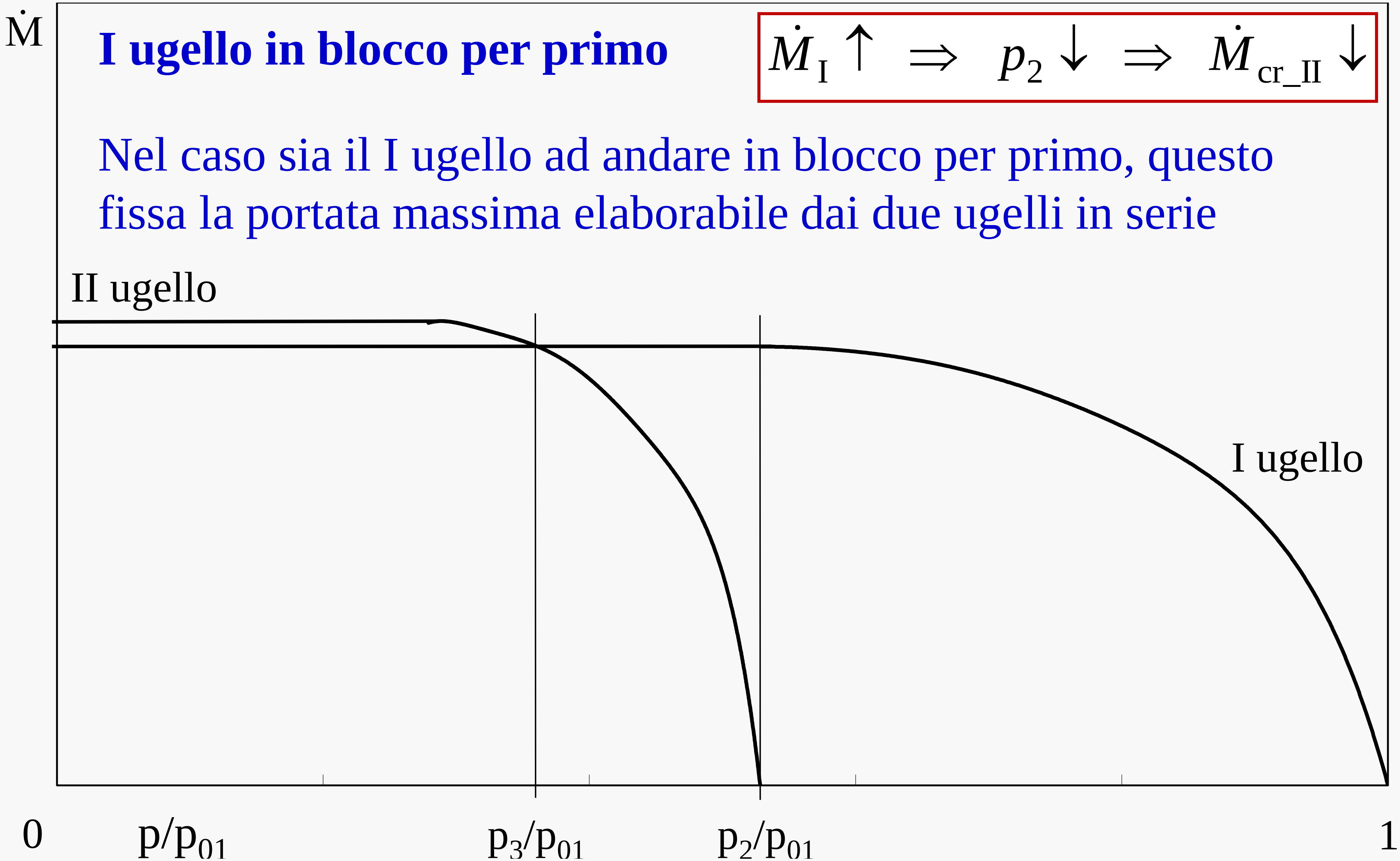
$$T_{02}=T_{01}$$
$$p_2=p_{02}$$
$$\rho_2=\rho_{02}$$

Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)

I ugello in blocco per primo

$$\dot{M}_{\mathrm{I}} \uparrow \;\Rightarrow\; p_2 \downarrow \;\Rightarrow\; \dot{M}_{cr\_II} \downarrow$$

Nel caso sia il I ugello ad andare in blocco per primo, questo fissa la portata massima elaborabile dai due ugelli in serie

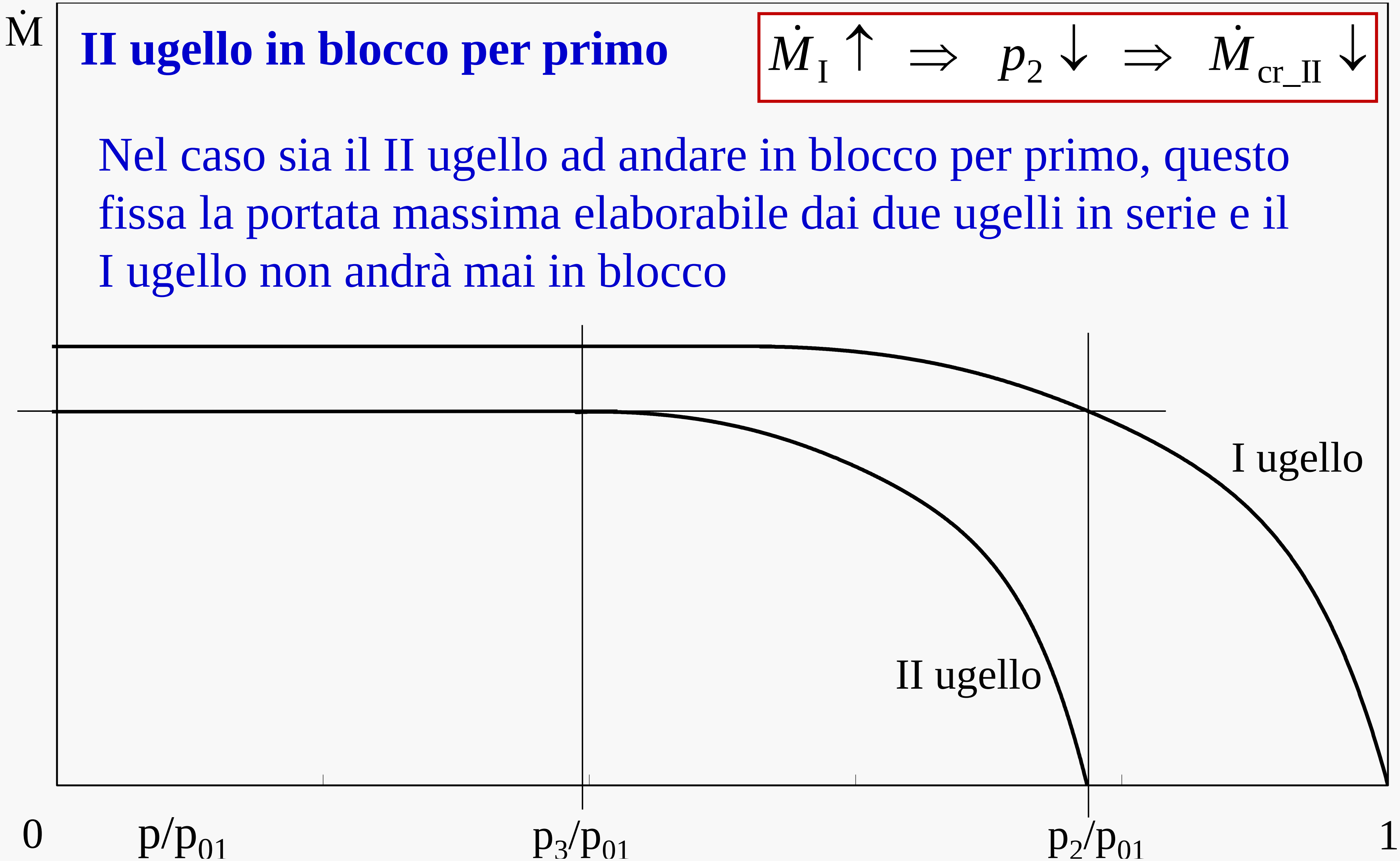


Comportamento di due ugelli fissi in serie (completa dissipazione dell'energia cinetica tra i due ugelli)

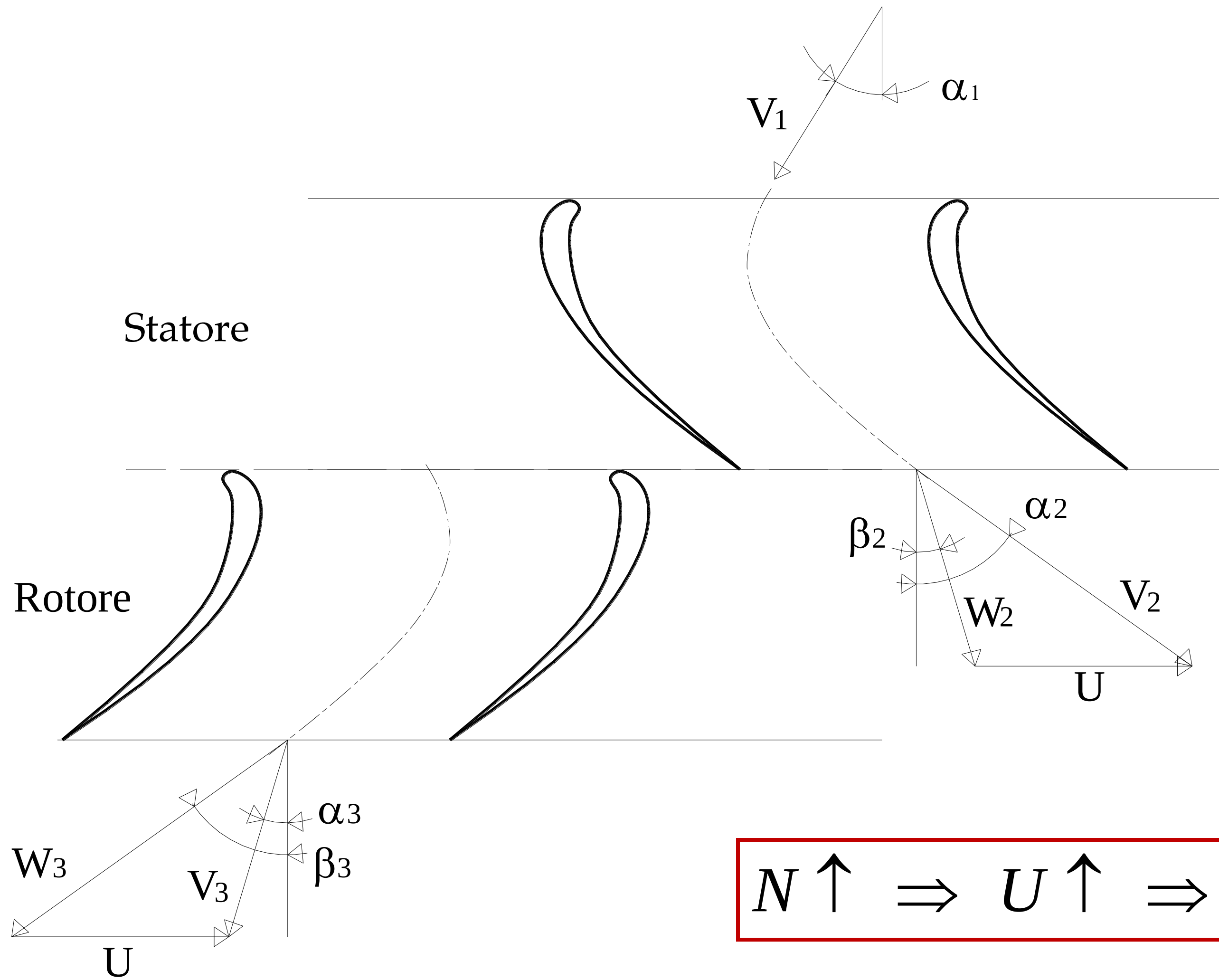
II ugello in blocco per primo

$$\dot{M}_{\mathrm{I}} \uparrow \;\Rightarrow\; p_2 \downarrow \;\Rightarrow\; \dot{M}_{\mathrm{cr\_II}} \downarrow$$

Nel caso sia il II ugello ad andare in blocco per primo, questo fissa la portata massima elaborabile dai due ugelli in serie e il I ugello non andrà mai in blocco

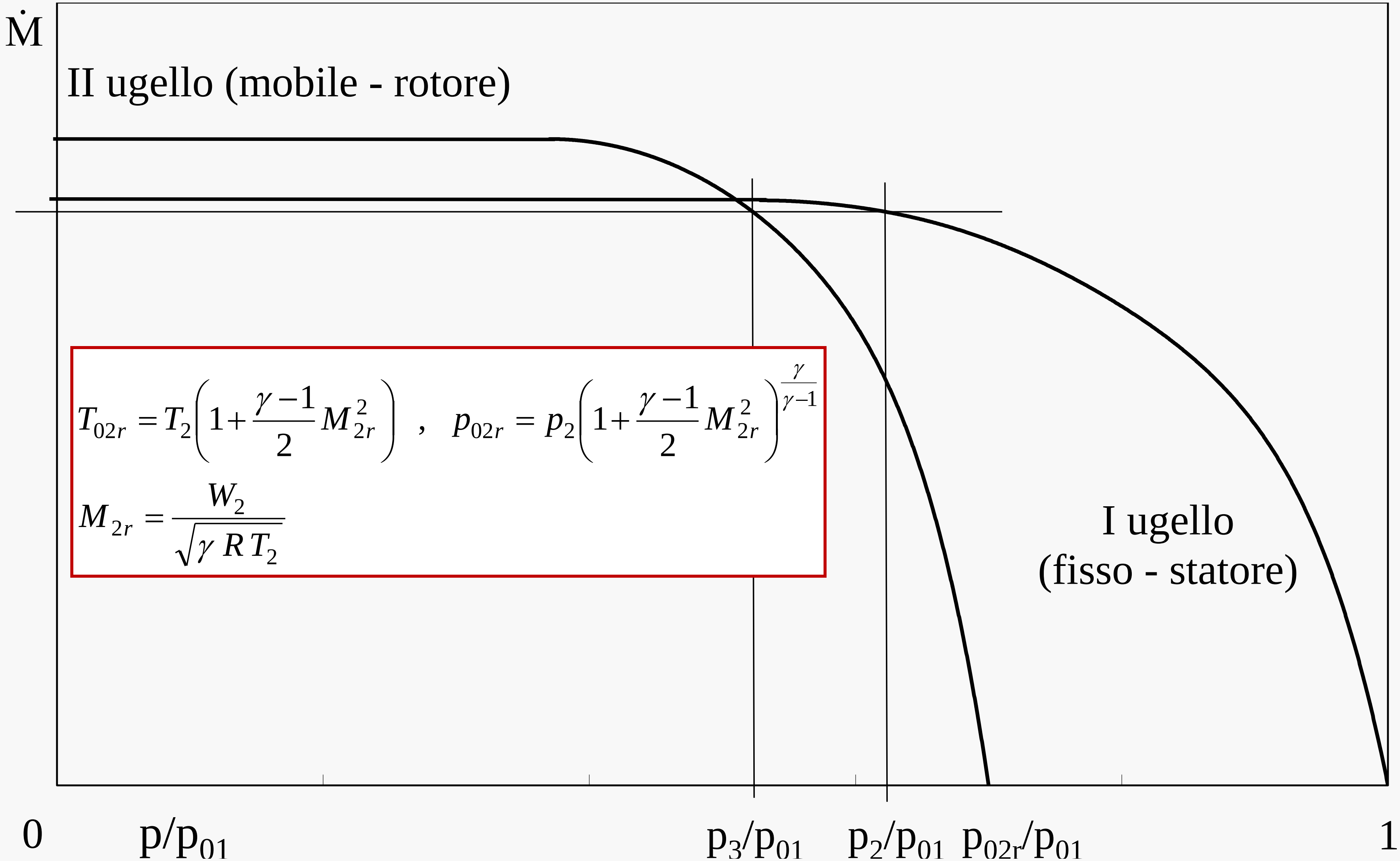


Stadio di turbina come serie di due ugelli, uno fisso e uno mobile



$$\boxed{N \uparrow \;\Rightarrow\; U \uparrow \;\Rightarrow\; W_2 \downarrow}$$

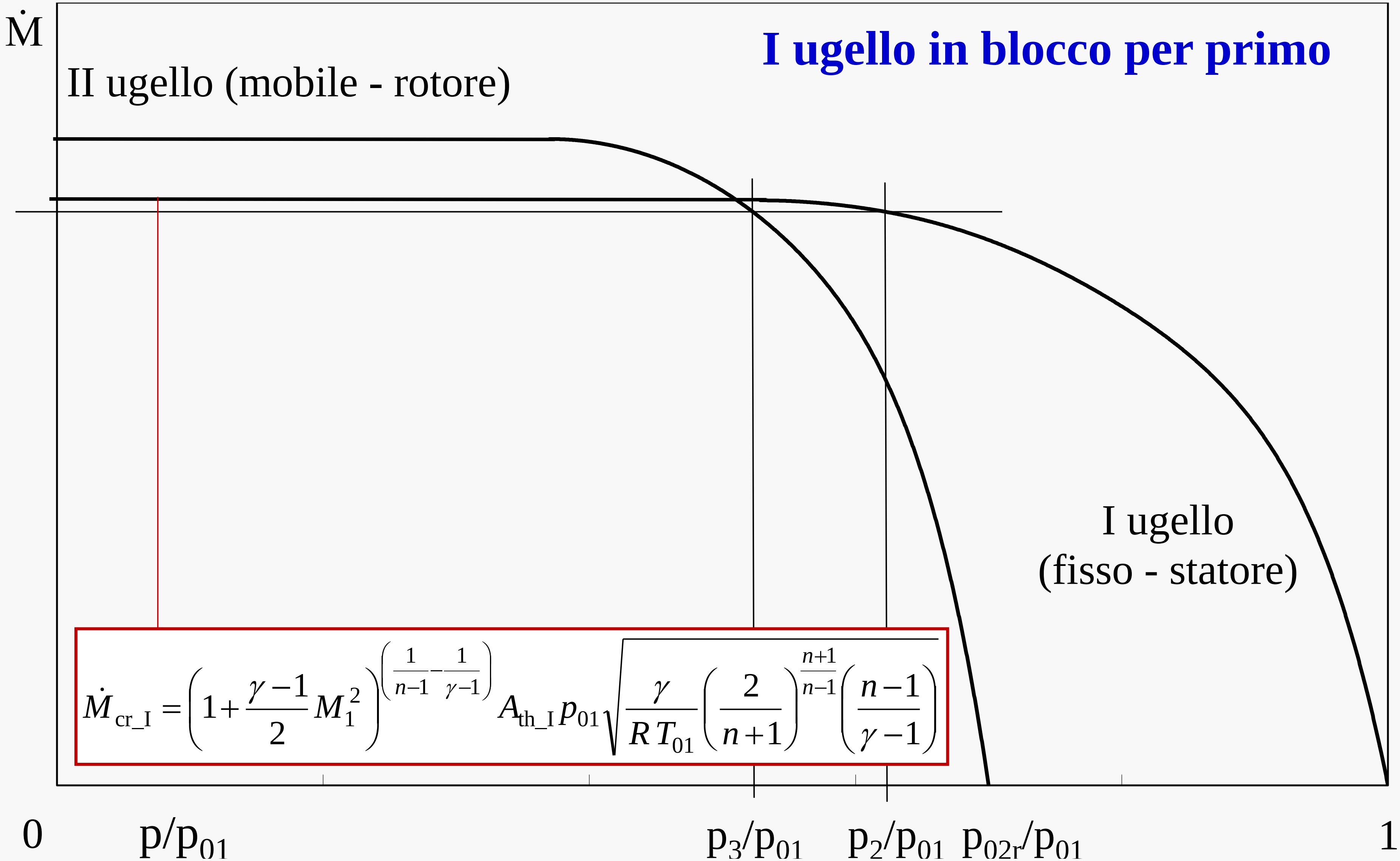
Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile



$$T_{02r} = T_2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^2\right) \quad , \quad p_{02r} = p_2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$M_{2r} = \frac{W_2}{\sqrt{\gamma\, R\, T_2}}$$

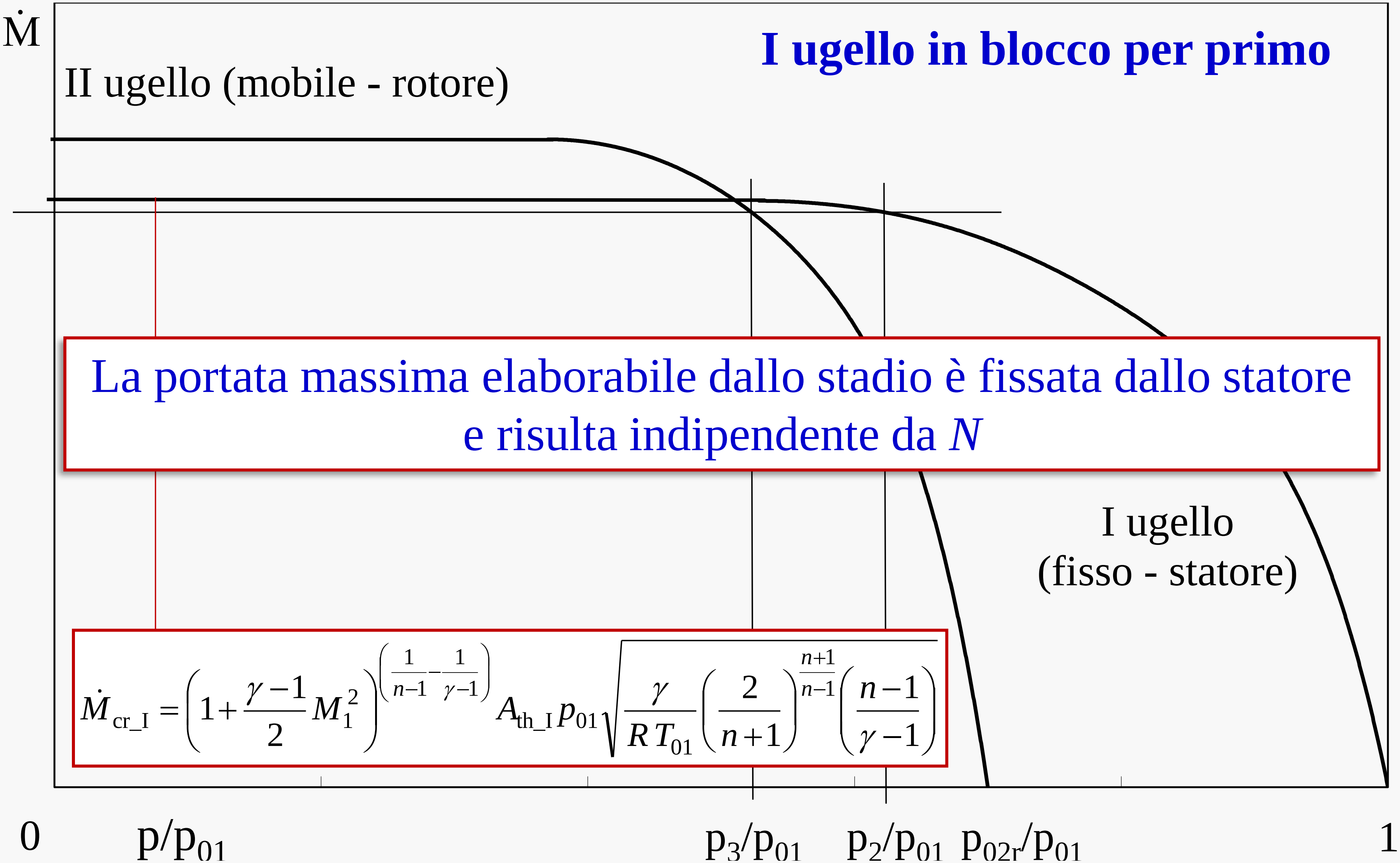
Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile



$$\dot M_{cr\_I} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{th\_I}\, p_{01}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile

I ugello in blocco per primo

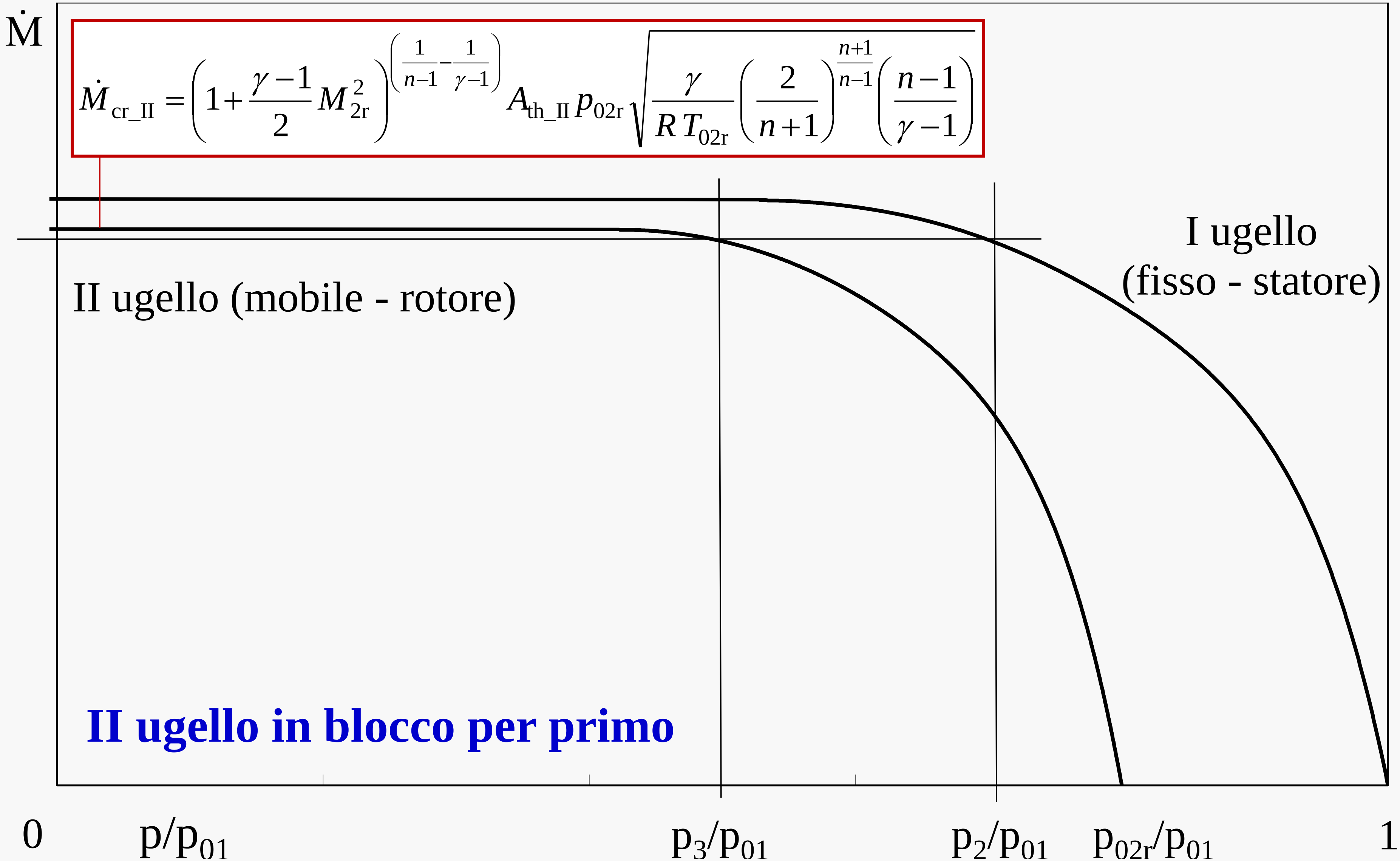


La portata massima elaborabile dallo stadio è fissata dallo statore e risulta indipendente da *N*

$$\dot{M}_{\mathrm{cr\_I}} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{\mathrm{th\_I}}\, p_{01}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{01}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

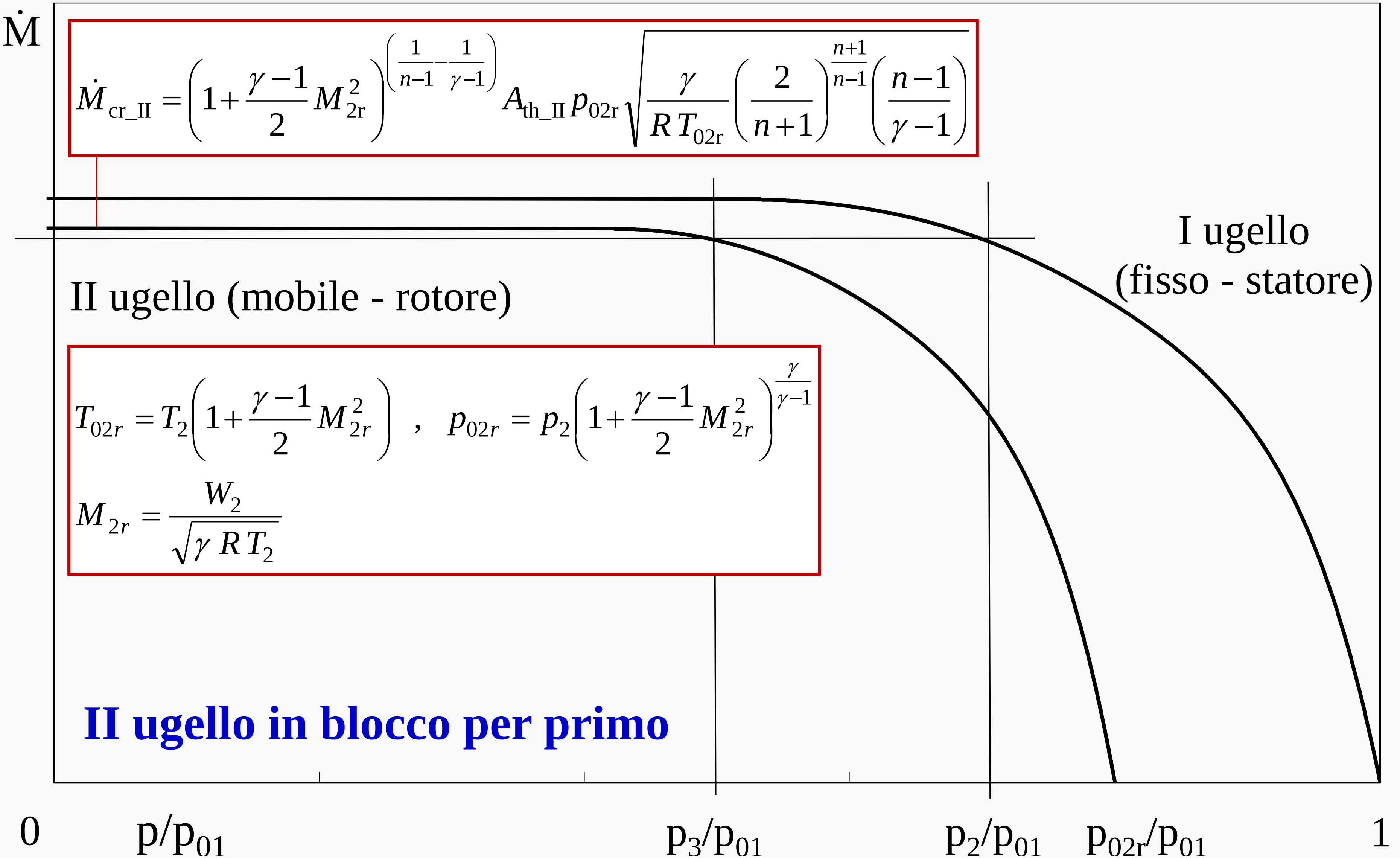
Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile

$$\dot M_{\mathrm{cr\_II}} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2\mathrm{r}}^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{\mathrm{th\_II}}\, p_{02\mathrm{r}}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{02\mathrm{r}}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$



II ugello in blocco per primo

Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile



$$\dot{M}_{cr\_II}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^{2}\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}A_{th\_II}\,p_{02r}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{02r}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

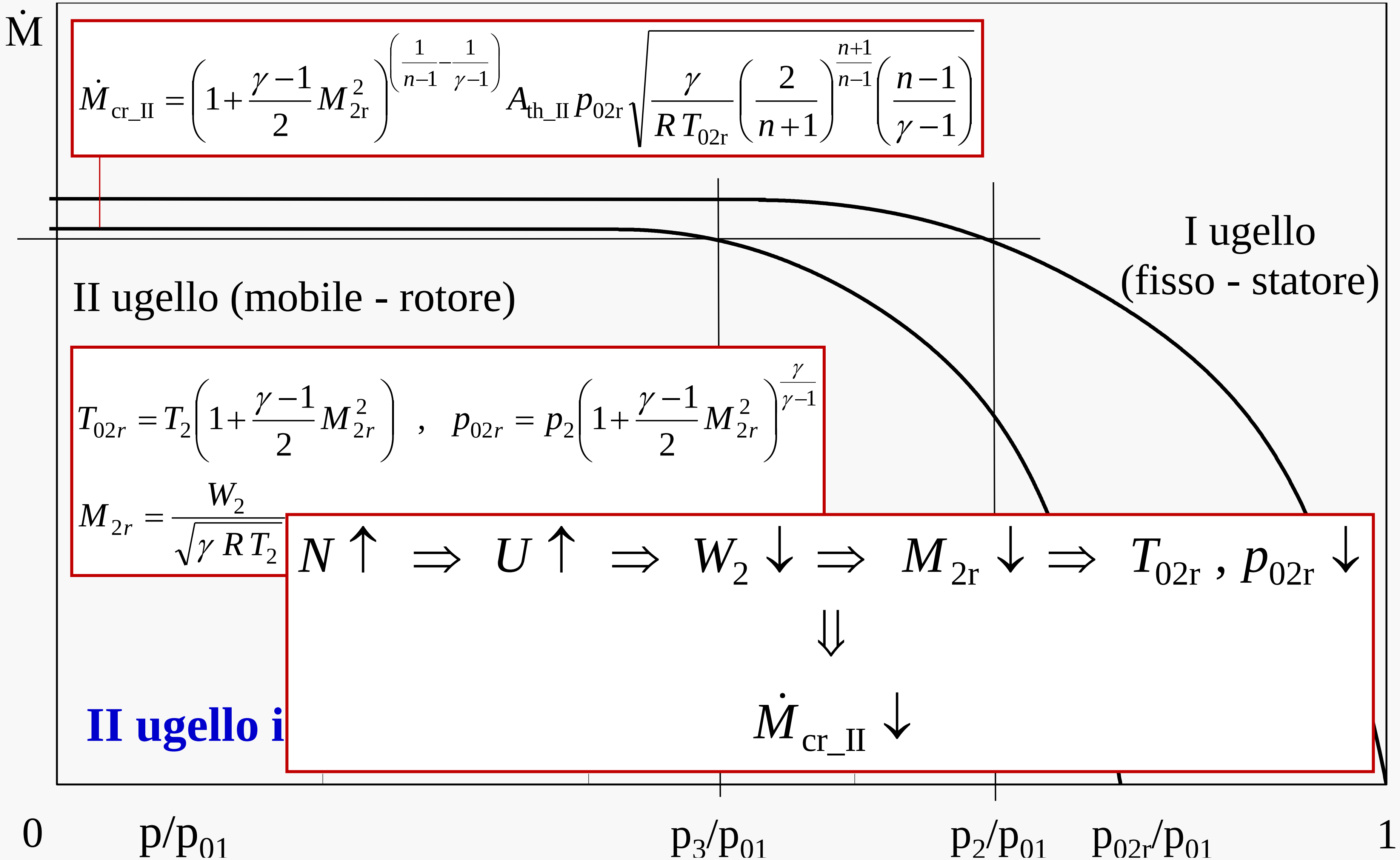
$$T_{02r}=T_2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^{2}\right)\quad,\quad p_{02r}=p_2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$M_{2r}=\frac{W_2}{\sqrt{\gamma\,R\,T_2}}$$

II ugello in blocco per primo

Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile

$$\dot{M}_{cr\_II}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^{2}\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)}A_{th\_II}\,p_{02r}\sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{02r}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$



$$T_{02r}=T_2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^{2}\right)\quad,\quad p_{02r}=p_2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$M_{2r}=\frac{W_2}{\sqrt{\gamma\,R\,T_2}}$$

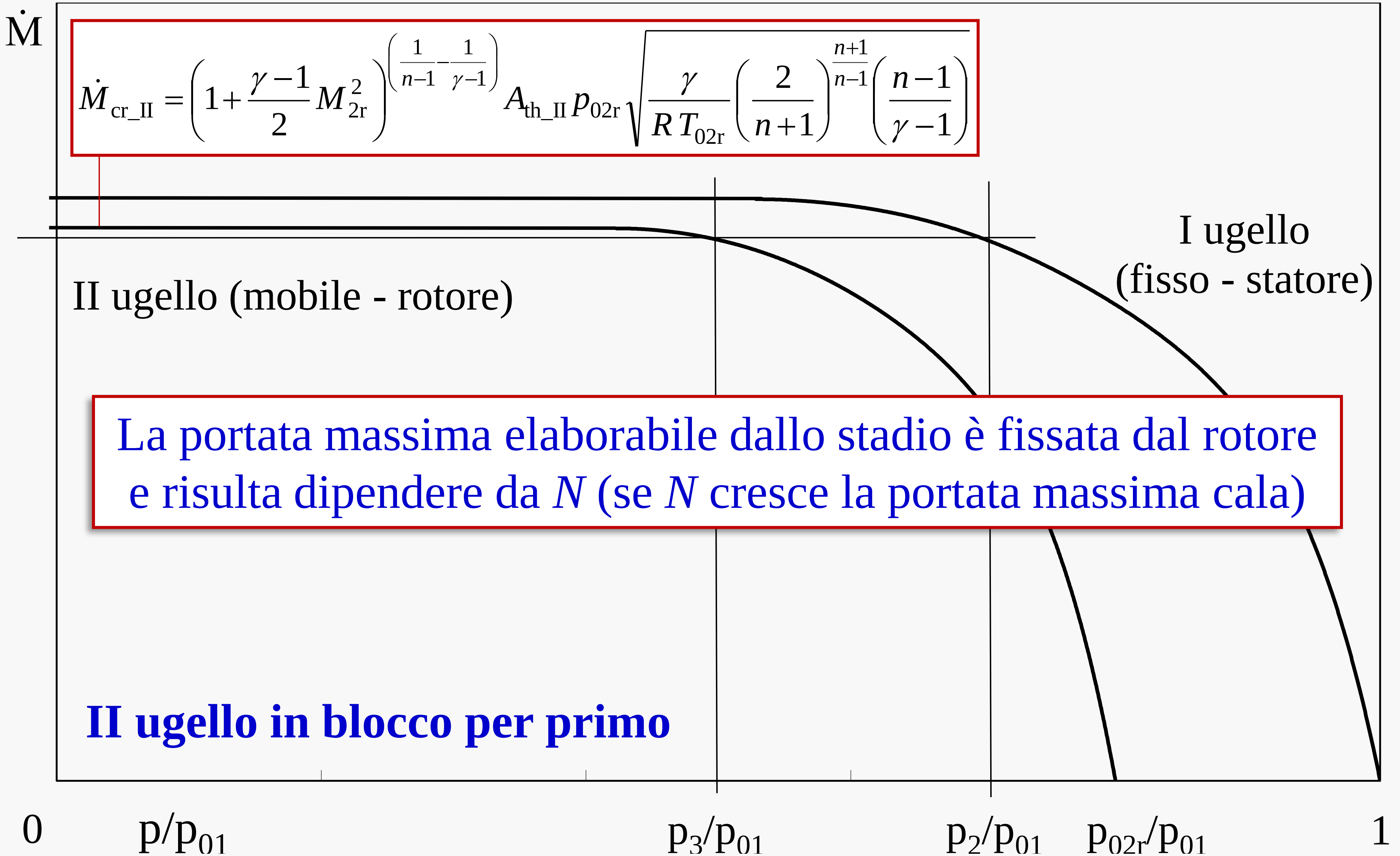
$$N\uparrow\ \Rightarrow\ U\uparrow\ \Rightarrow\ W_2\downarrow\ \Rightarrow\ M_{2r}\downarrow\ \Rightarrow\ T_{02r}\,,\,p_{02r}\downarrow$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{M}_{cr\_II}\downarrow$$

Comportamento di due ugelli in serie, uno fisso e uno mobile

$$\dot{M}_{cr\_II} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2r}^2\right)^{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{\gamma-1}\right)} A_{th\_II}\, p_{02r} \sqrt{\frac{\gamma}{R\,T_{02r}}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\left(\frac{n-1}{\gamma-1}\right)}$$

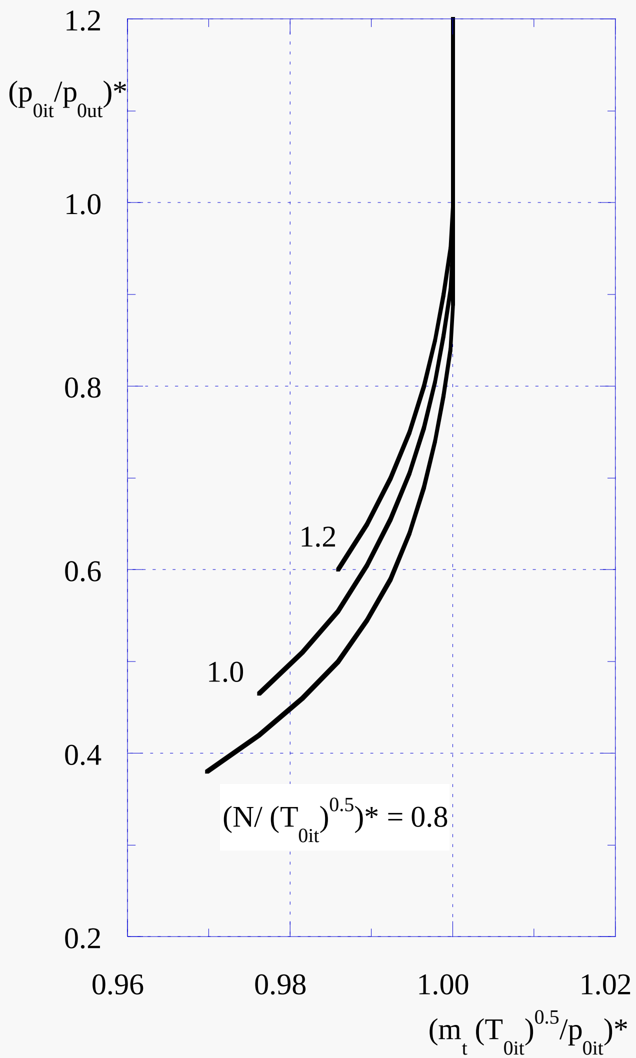


La portata massima elaborabile dallo stadio è fissata dal rotore e risulta dipendere da *N* (se *N* cresce la portata massima cala)

II ugello in blocco per primo

Curve turbina pluristadio

I statore in blocco per primo



Rotore (o statore successivo) in blocco per primo