

Metodologia per la validazione dei risultati

Criterio di validazione

Le determinazioni sperimentali della variabile r (dipendente) e della variabile X (indipendente) sono gravate da un'incertezza. Perciò per ogni punto che rappresenta una rilevazione sperimentale c'è un *box* di incertezza.

A sua volta, un modello che si basa su dei dati sperimentali fornisce in uscita una banda che rappresenta il dato predetto più o meno l'incertezza, centrata attorno alla curva $r=r(X)$, come rappresentato in figura 1.

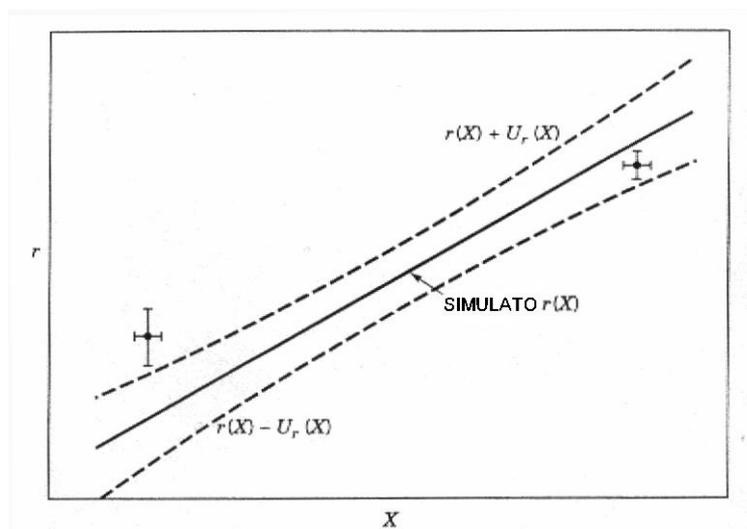


Figura 1: Incertezza nelle rilevazioni sperimentali e nelle simulazioni

Fino ad ora ci si è limitati ad una trattazione bidimensionale del problema, ma X può essere visto come un vettore di n dimensioni e il *box* di incertezza diventa di $(n+1)$ dimensioni, di cui n dovute a X e una dovuta a $r(X)$.

L'ampiezza della banda di incertezza della simulazione $U_r(X)$ può essere divisa in due ampie categorie: l'incertezza numerica e l'incertezza di modellizzazione.

La categoria dell'incertezza numerica considera l'incertezza dovuta alla soluzione delle equazioni matematiche (U_{SN}). La categoria dell'incertezza di modellizzazione include l'incertezza dovuta alle assunzioni e approssimazioni per la rappresentazione matematica di un processo fisico (U_{SMA}) e l'incertezza dovuta all'incorporazione nel modello di dati sperimentali (U_{SPD}).

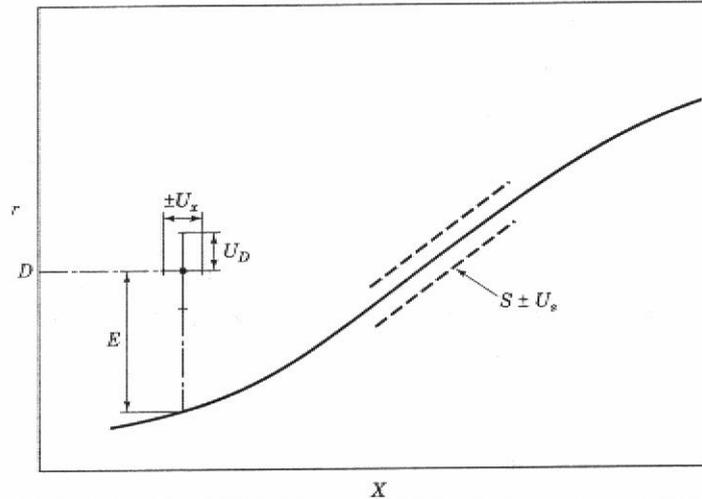


Figura 2: Definizione dell'errore

Definendo il valore predetto dal modello come S e le determinazioni sperimentali come D (si veda la figura 2), si definisce l'errore E

$$E = D - S \quad (1)$$

Se X , r e S non condividono fonti di errore, l'incertezza su E (U_E) può essere espressa come

$$U_E^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial D}\right)^2 U_D^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)^2 U_S^2 = U_D^2 + U_S^2 \quad (2)$$

dove U_D e U_S sono le incertezze rispettivamente sulle rilevazioni sperimentali e sul dato simulato. Possiamo assumere che

$$U_S^2 = U_{SN}^2 + U_{SPD}^2 + U_{SMA}^2 \quad (3)$$

Sostituendo la (3) nella (2) si ottiene

$$U_E^2 = U_D^2 + U_{SN}^2 + U_{SPD}^2 + U_{SMA}^2 \quad (4)$$

Idealmente possiamo postulare che se il valore assoluto di E è minore della sua incertezza U_E il codice è validato. In realtà U_E è difficilmente stimabile perché non è noto U_{SMA} . Questo ci porta a una condizione di validazione più rigida, definendo l'incertezza di validazione come la combinazione delle incertezze che possiamo stimare

$$U_V^2 = U_E^2 - U_{SMA}^2 = U_D^2 + U_{SN}^2 + U_{SPD}^2 \quad (5)$$

Se il modulo di E è minore di U_V si dice che il codice è validato a livello di U_V . U_V è l'unità di misura per il processo validativo, il "noise level" di validazione imposto dalle incertezze

sul valore misurato, sulla metodologia di risoluzione e sui dati sperimentali inseriti nel modello.

L'equazione per il calcolo di U_D da usare nella (5) è

$$U_D^2 = U_r^2 + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial r}{\partial X_j} U_{X_j} \right)^2 \quad (6)$$

dove U_r è l'incertezza sperimentale per la rilevazione di r e l'altro termine è la sommatoria delle incertezze su r dovute alle incertezze sperimentali su X .

Per il calcolo di U_{SPD} si usano invece le incertezze (U_{d_i}) associate ai dati sperimentali inseriti nel modello che possono essere, ad esempio le costanti empiriche o i valori di proprietà,

$$U_{SPD}^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial S}{\partial d_i} U_{d_i} \right)^2 \quad (7)$$