Indici

Leggere Cap 5 Riguzzi et al. Sistemi Informativi

Lucidi derivati da quelli di Hector Garcia-Molina

Tipi di indice

- Un indice è una struttura dati realizzata per migliorare i tempi di ricerca dei dati.
- indice primario:
  - Indice su un campo in base al quale e' ordinato il file
  - Sono anche detti indici clustered o clustering
- indice secondario
  - Indice su un campo sul quale il file non e' ordinato

- indice denso:
  - contiene un record per ciascun record del file
- indice sparso:
  - contiene un record per ogni pagina del file

Tipi di strutture ad indice

- ISAM: Indexed Sequential Access Method
  - Definito dall'IBM
  - Il piu' antico
- B+-Tree
  - Piu' recente
  - Piu' efficiente
- Vediamo prima ISAM

ISAM: Indici primari

File sequenziale ordinato

10	
20	

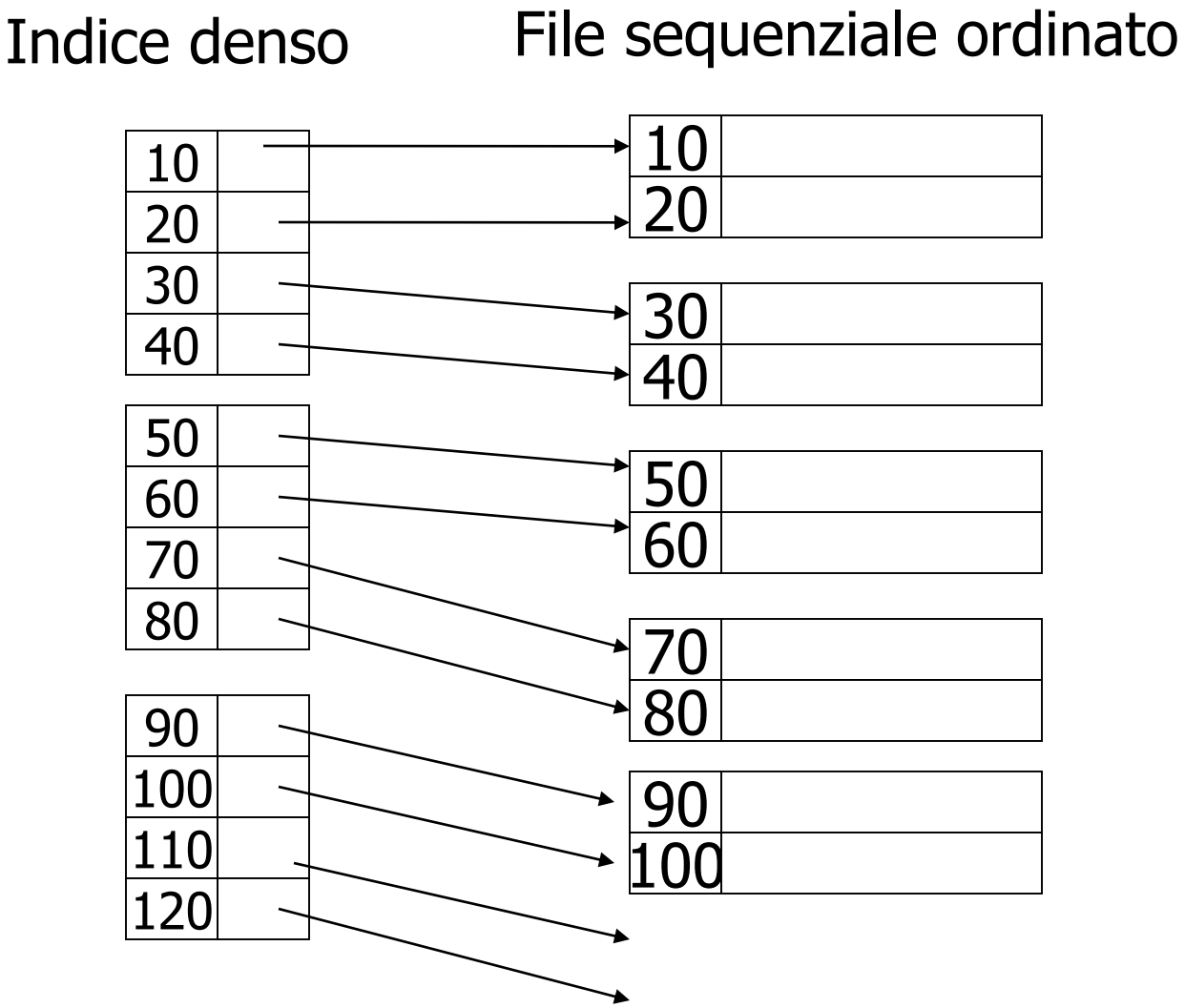
30	
40	

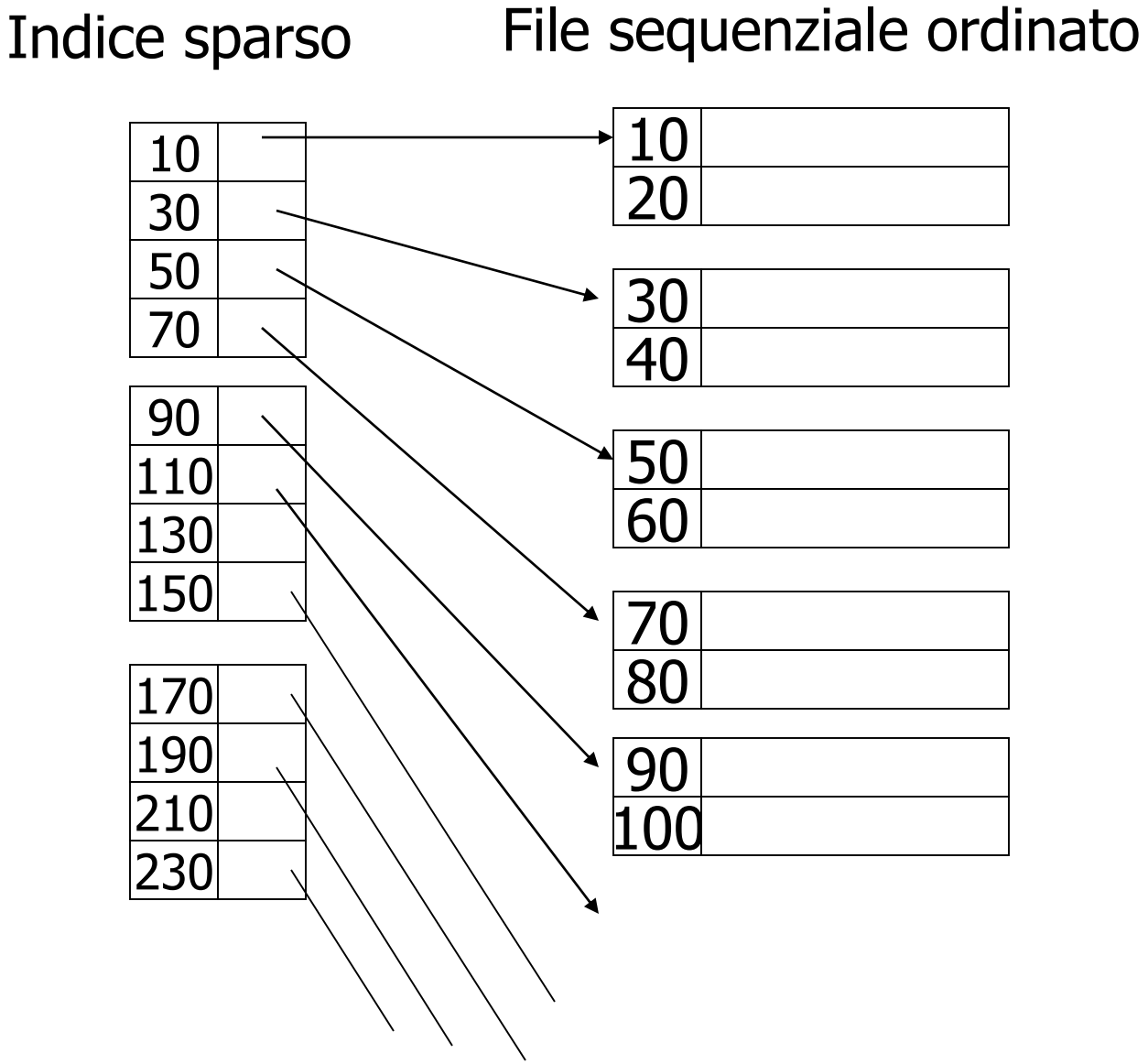
50	
60	

70	
80	

90	
100	

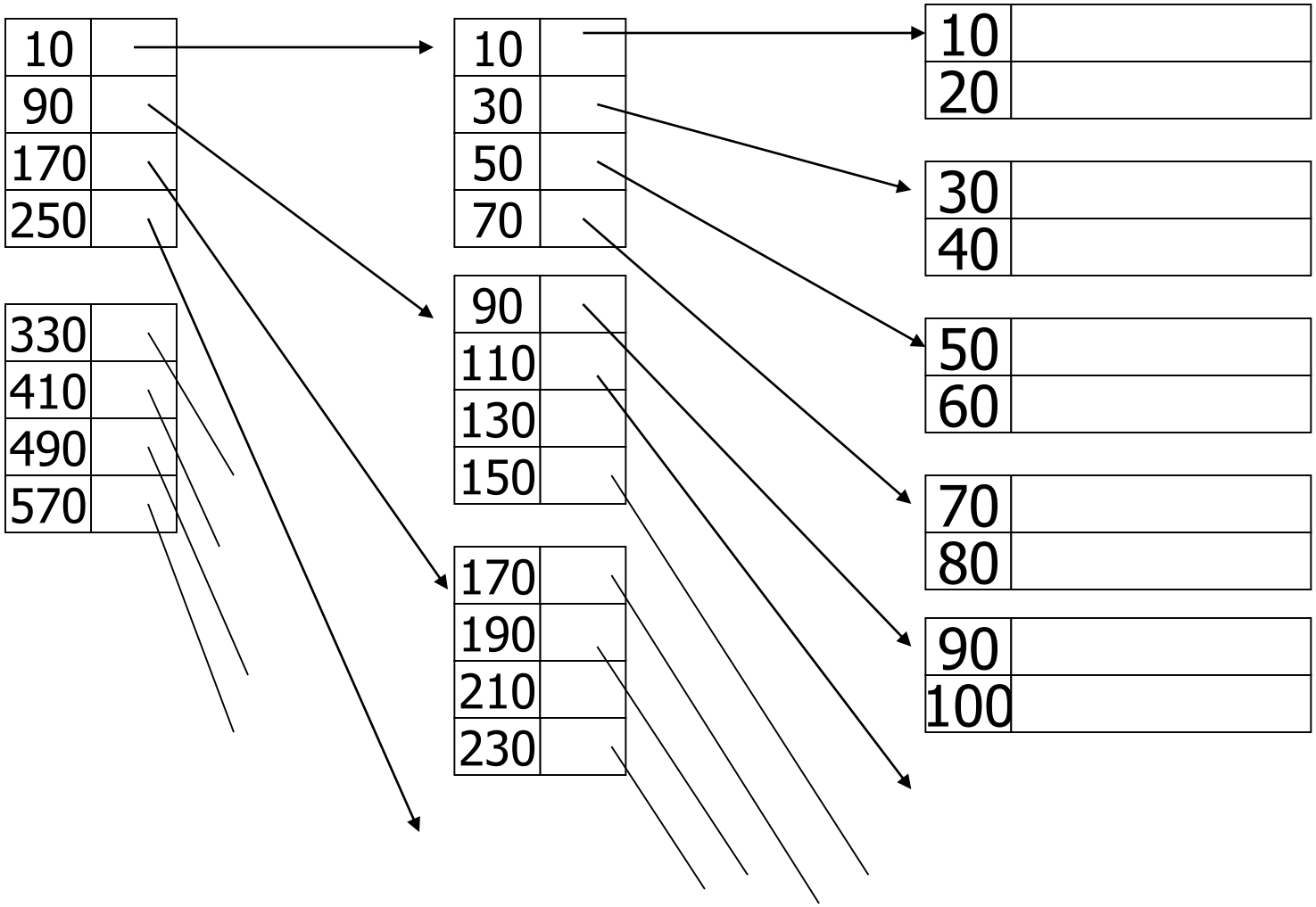
Indici primari




Indice sparso
File sequenziale ordinato
10
30
50
70
90
110
130
150
170
190
210
230
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

2o livello sparso

File sequenziale ordinato



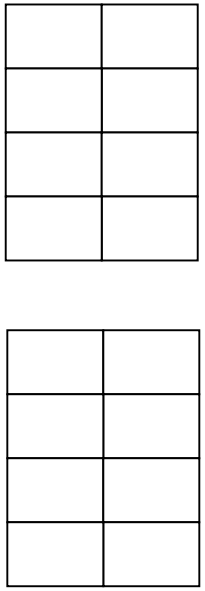
Tipi di indice, commenti

- Sparso: indice più piccolo, se ne puo' tenere una maggior parte in memoria
- Denso: si puo' determinare se un record e' presente senza accedere al file
- Un indice primario può essere denso o sparso
- Uno secondario deve essere denso

Tipi di indice, commenti

- Ogni file può avere al più un indice primario e un numero qualunque di indici secondari (su campi diversi).

Chiavi duplicate



10	
10	

10	
20	

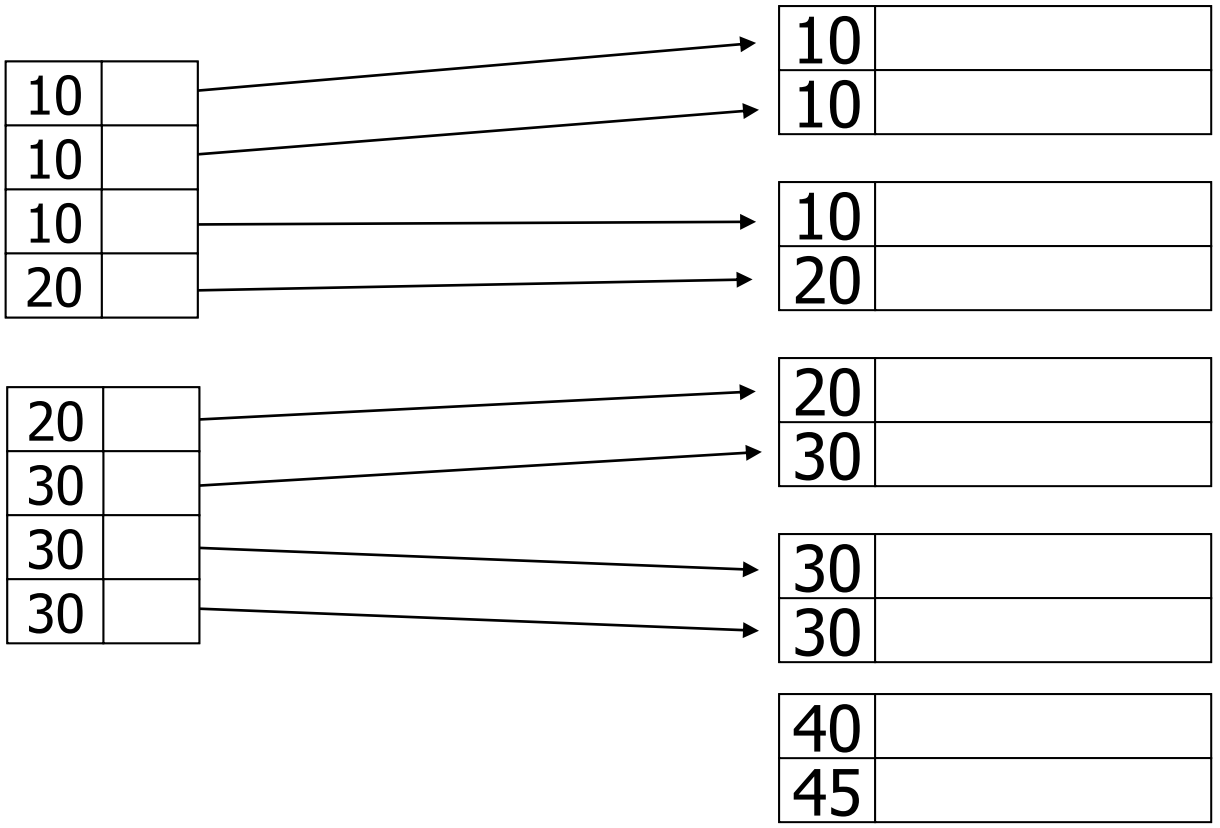
20	
30	

30	
30	

40	
45	

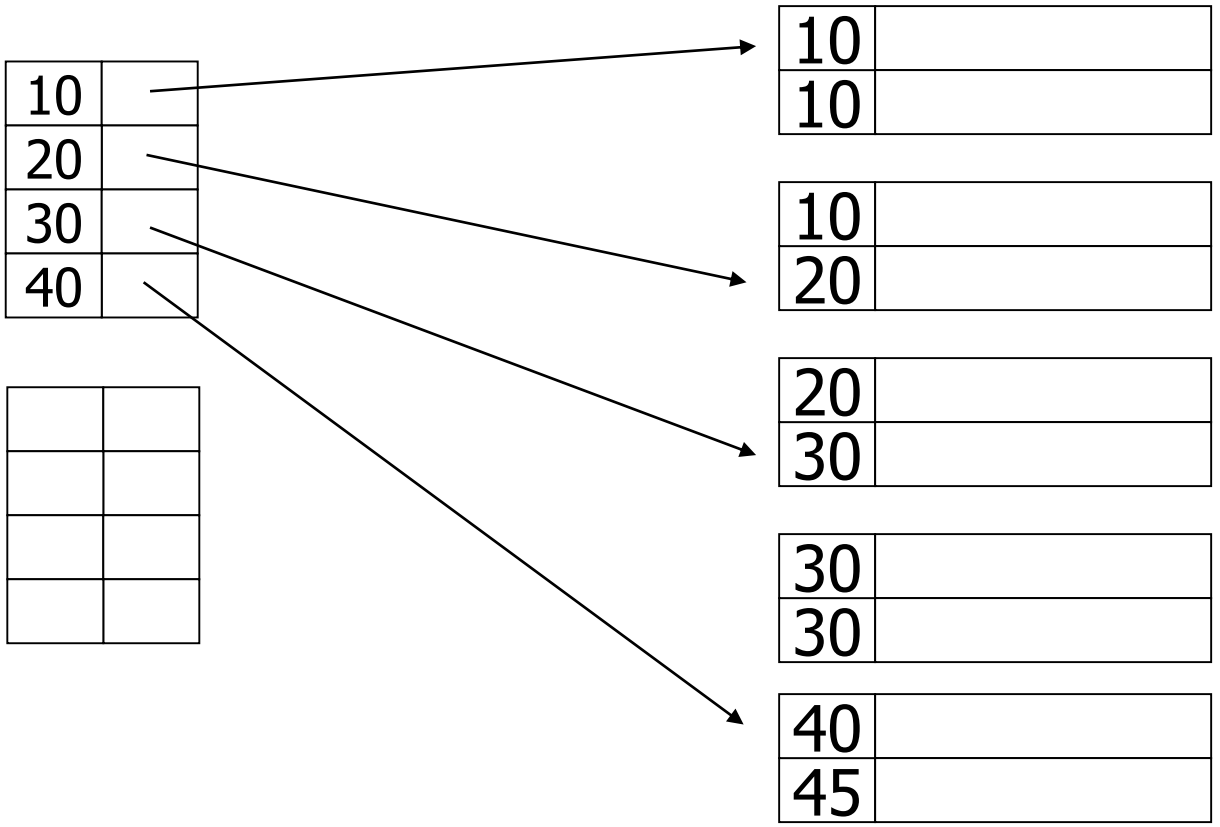
Chiavi duplicate

Indice denso



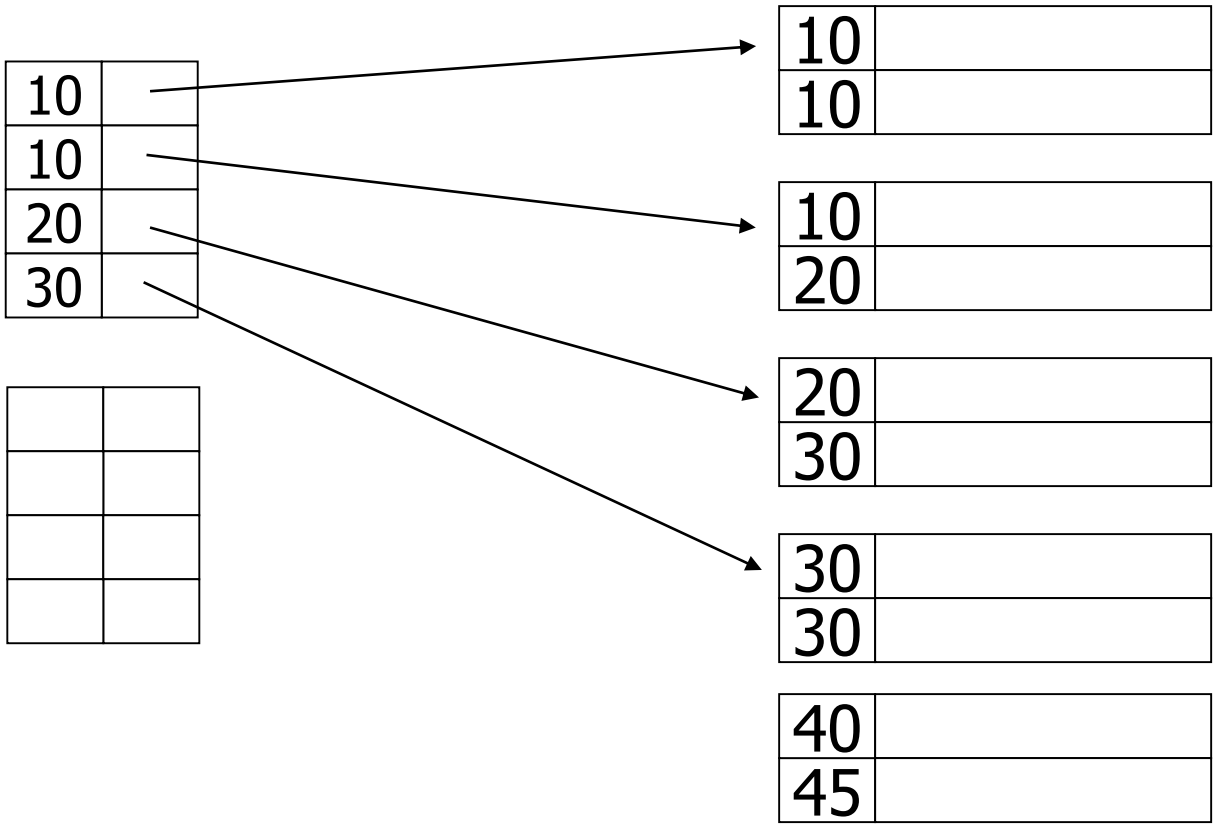
Chiavi duplicate

Indice denso, metodo migliore

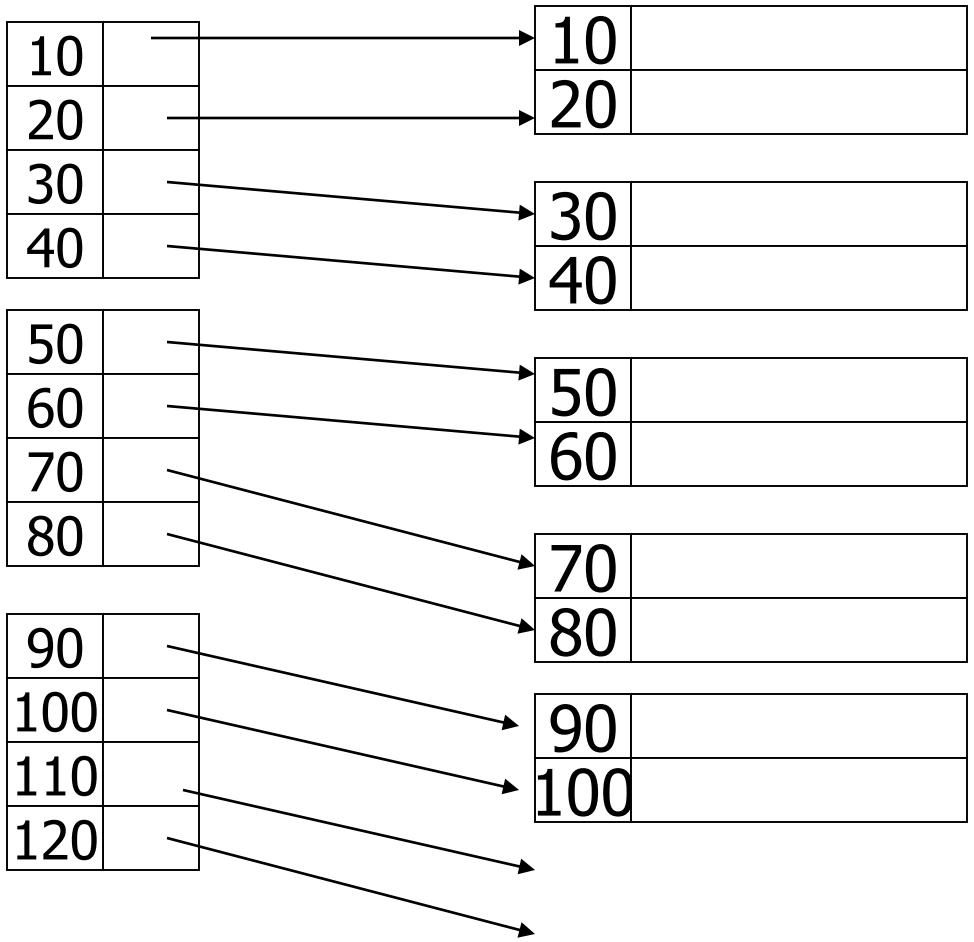


Chiavi duplicate

Indice sparso

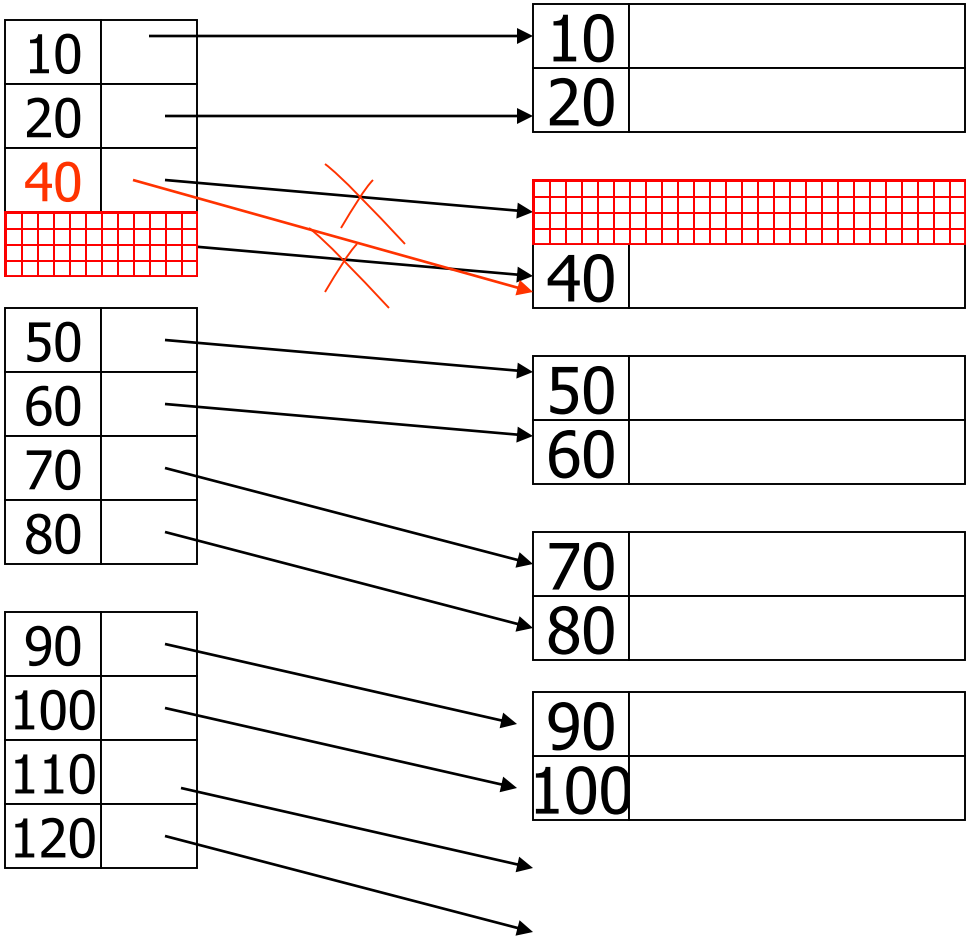


Cancellazione da un indice denso

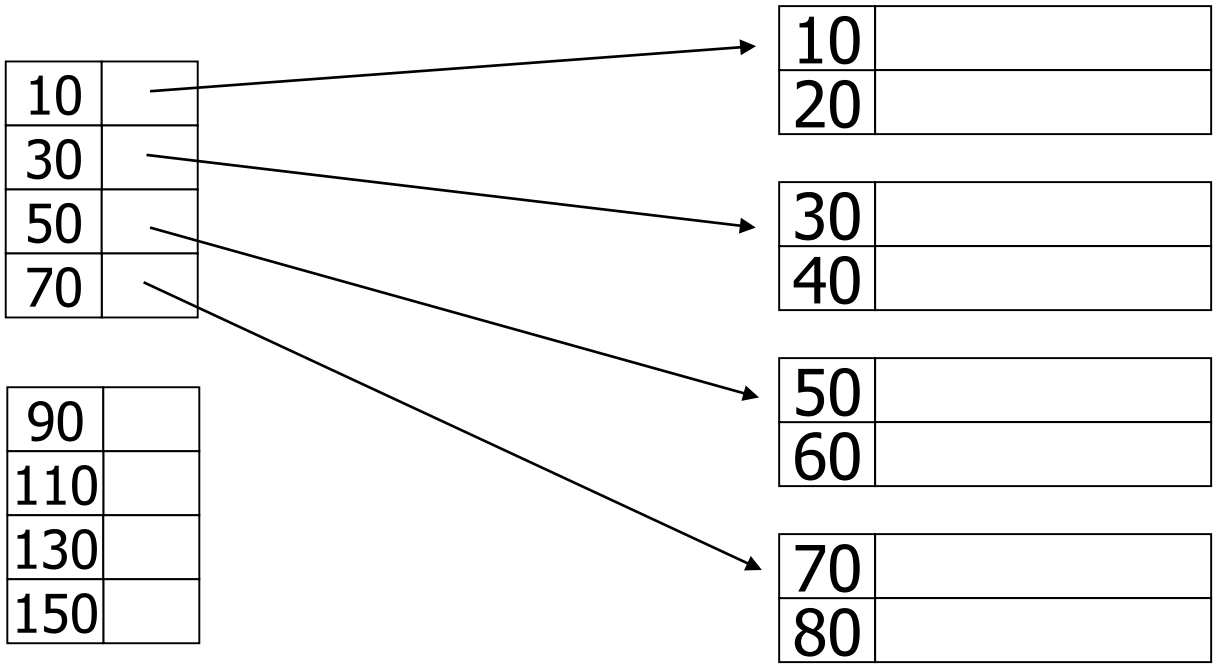


Cancellazione da un indice denso

– cancellazione del record 30

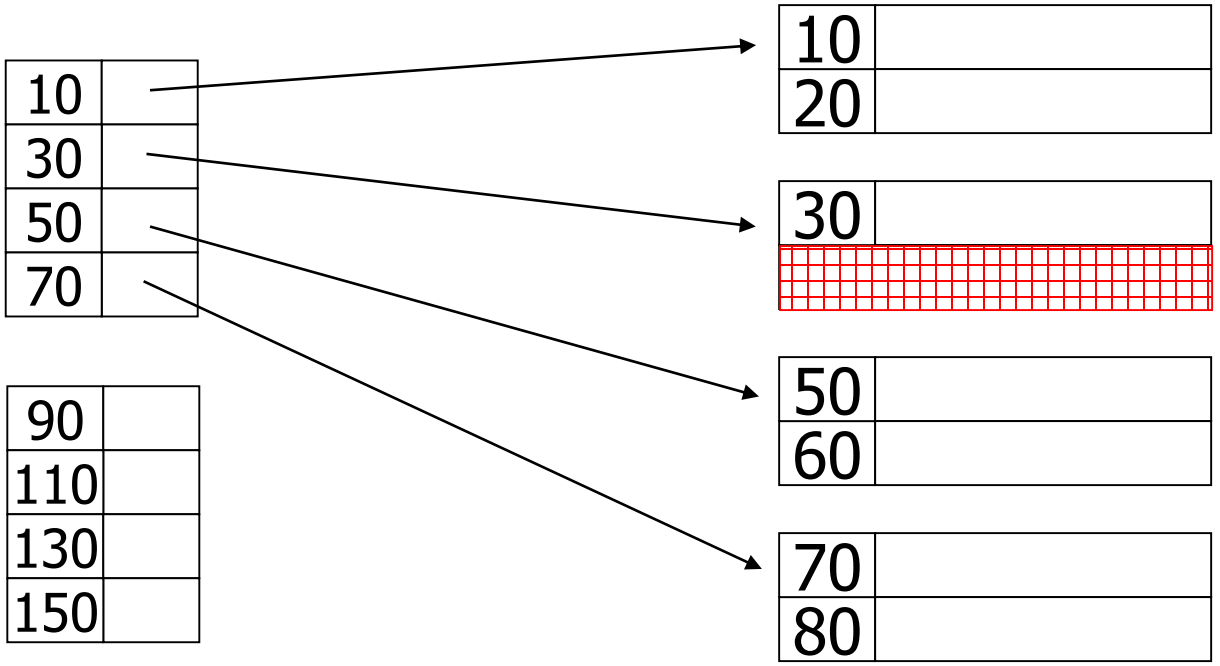


Cancellazione da un indice sparso



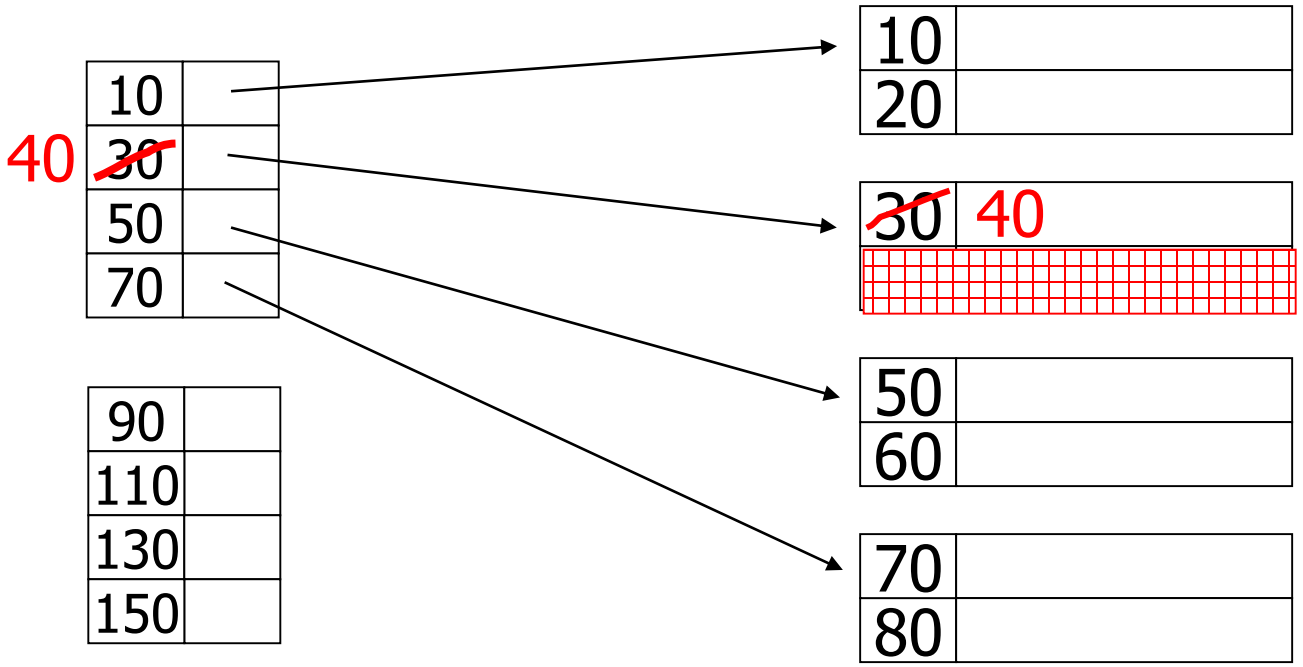
Cancellazione da un indice sparso

– cancellazione del record 40



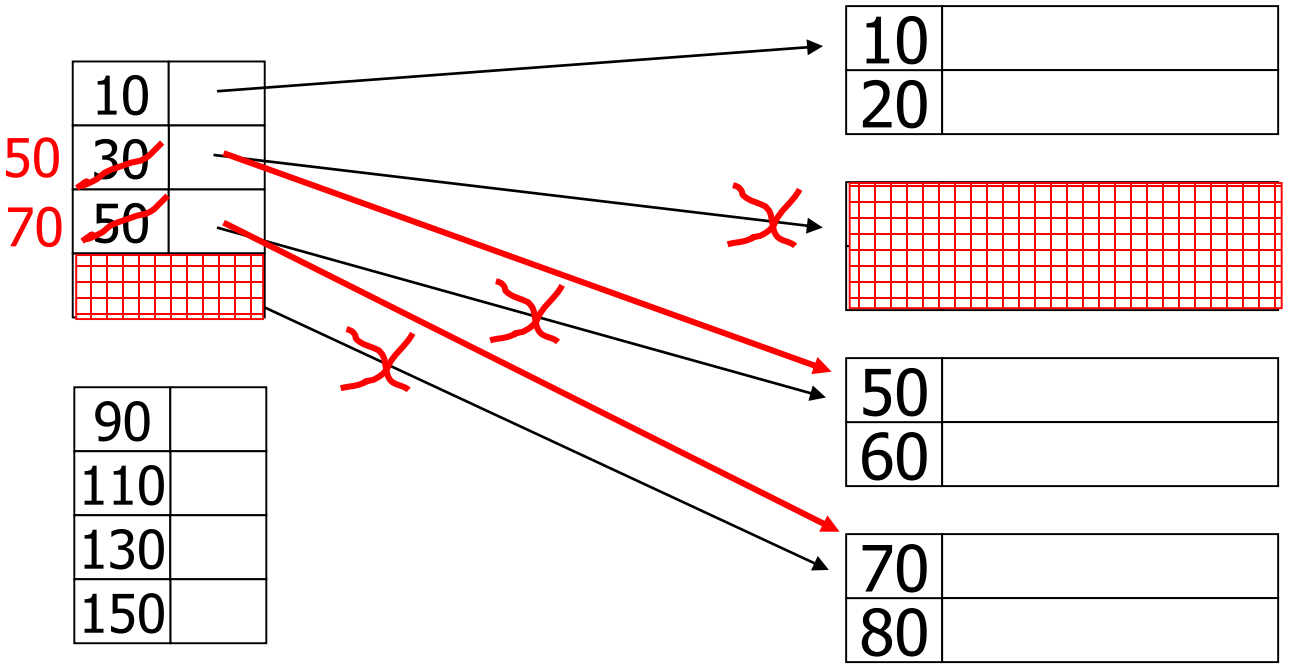
Cancellazione da un indice sparso

– cancellazione del record 30

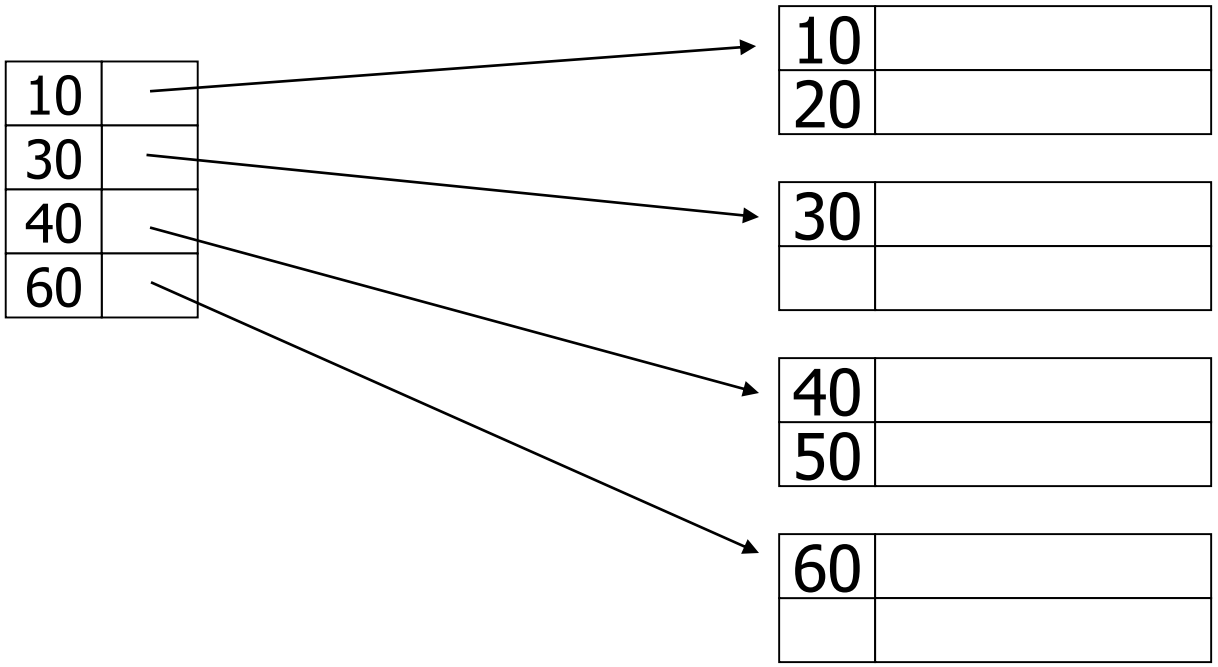


Cancellazione da un indice sparso

– cancellazione dei records 30 & 40



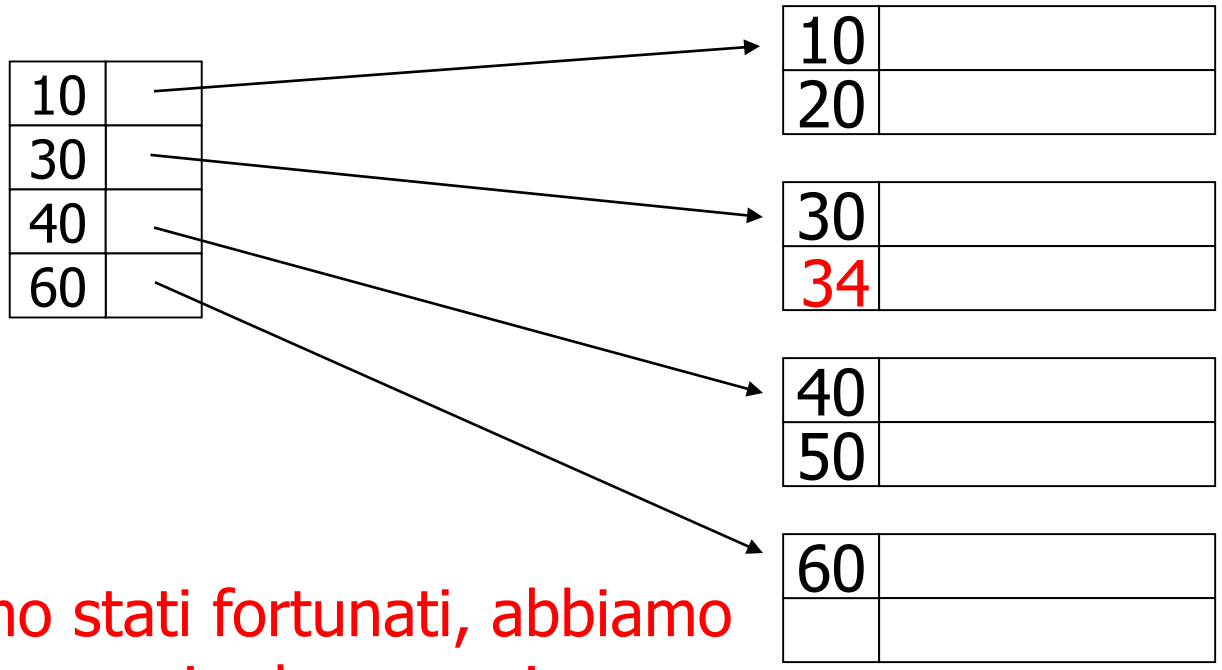
Inserimento, indice sparso



Il file viene creato all'inizio lasciando un po' di spazio vuoto (tipicamente il 20%)

Inserimento, indice sparso

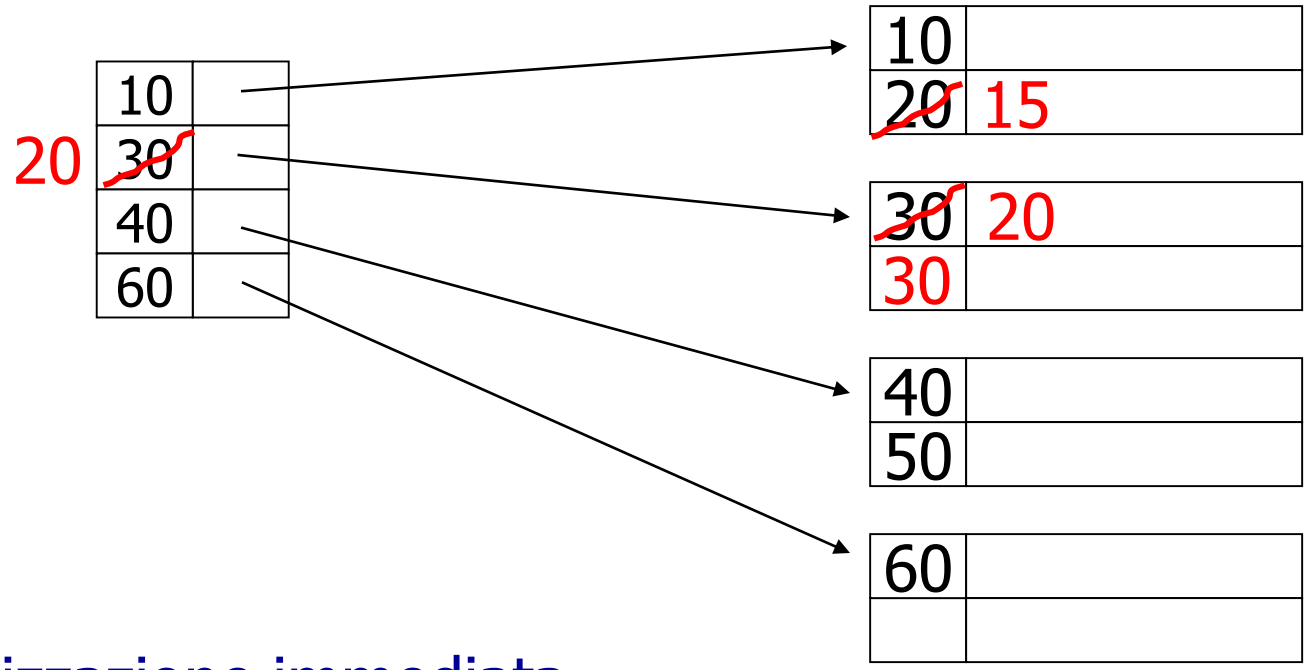
– inserisci record 34



• siamo stati fortunati, abbiamo trovato spazio dove serviva

Inserimento, indice sparso

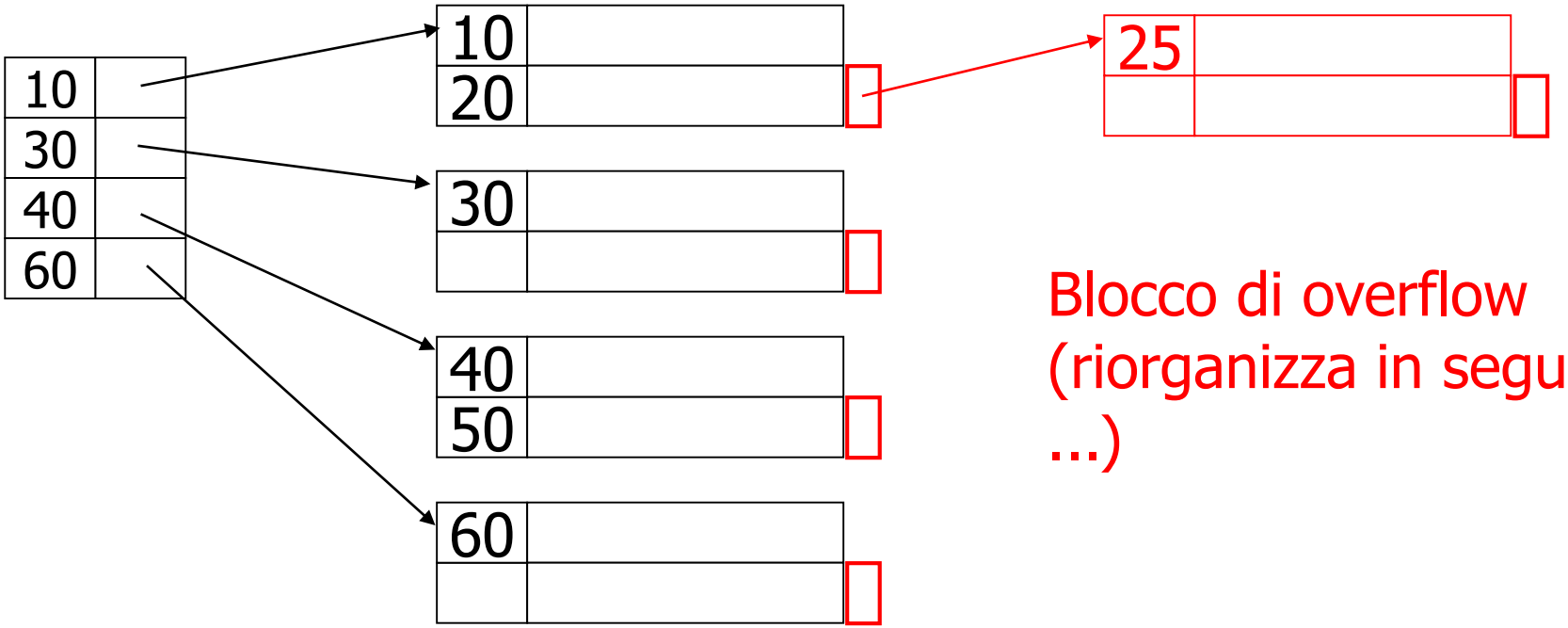
– inserisci il record 15



- Riorganizzazione immediata

Inserimento, indice sparso

– inserisci il record 25



Inserimento, indice denso

- simile

Indici primari ISAM, osservazioni

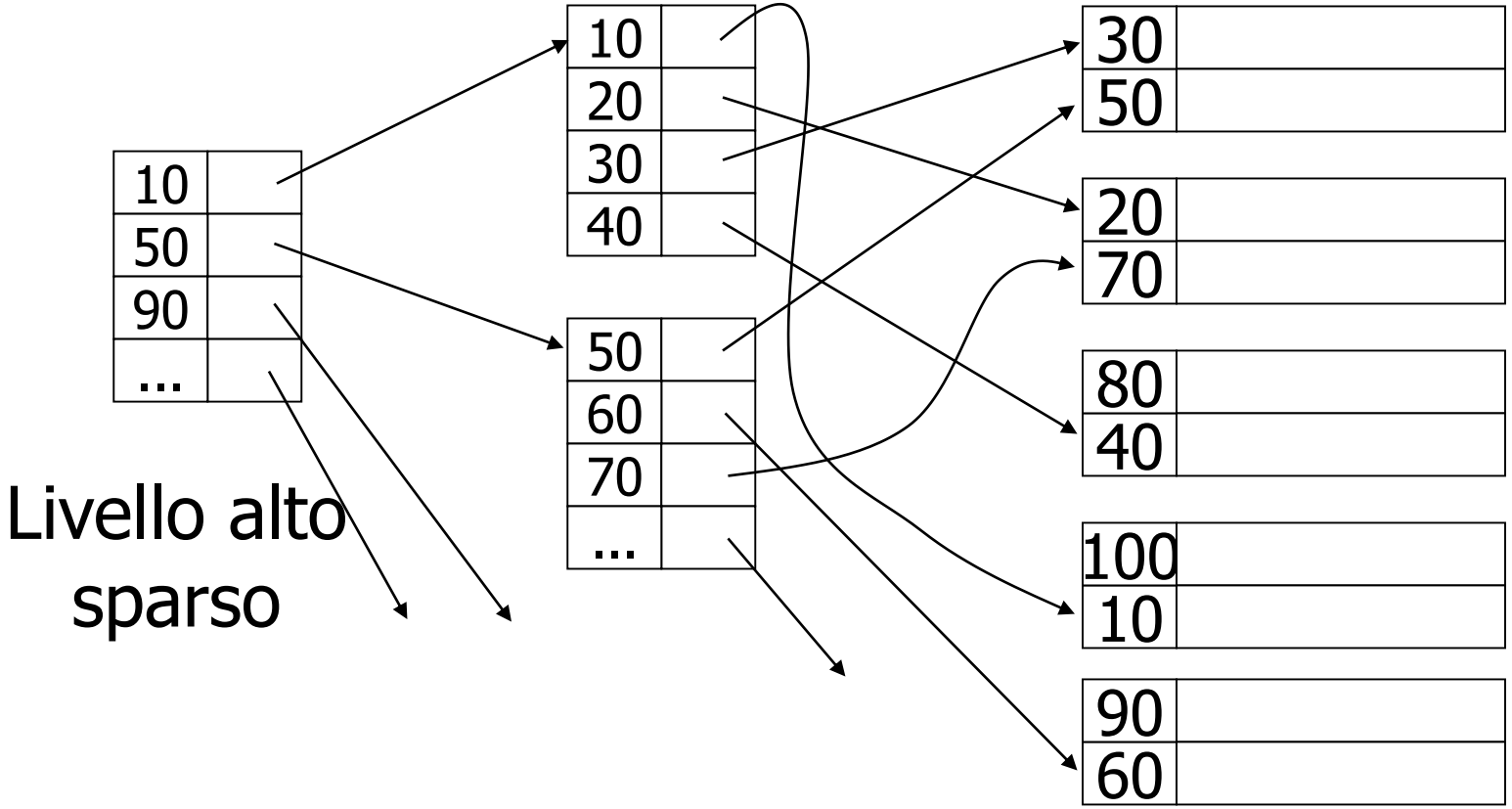
- Adatto per ricerche su un valore o un intervallo di valori
- Scansione sequenziale ordinata efficiente
- Gli inserimenti e le eliminazioni sono inefficienti

Indici secondari ISAM

- Indice sparso

Indici secondari

- Indice denso



Indici secondari

- Il livello pu' basso e' denso
- Gli altri sono sparsi

Inoltre: i puntatori sono puntatori a record

(non puntatori a blocchi)

Valori duplicati e indici secondari

20	
10	

20	
40	

10	
40	

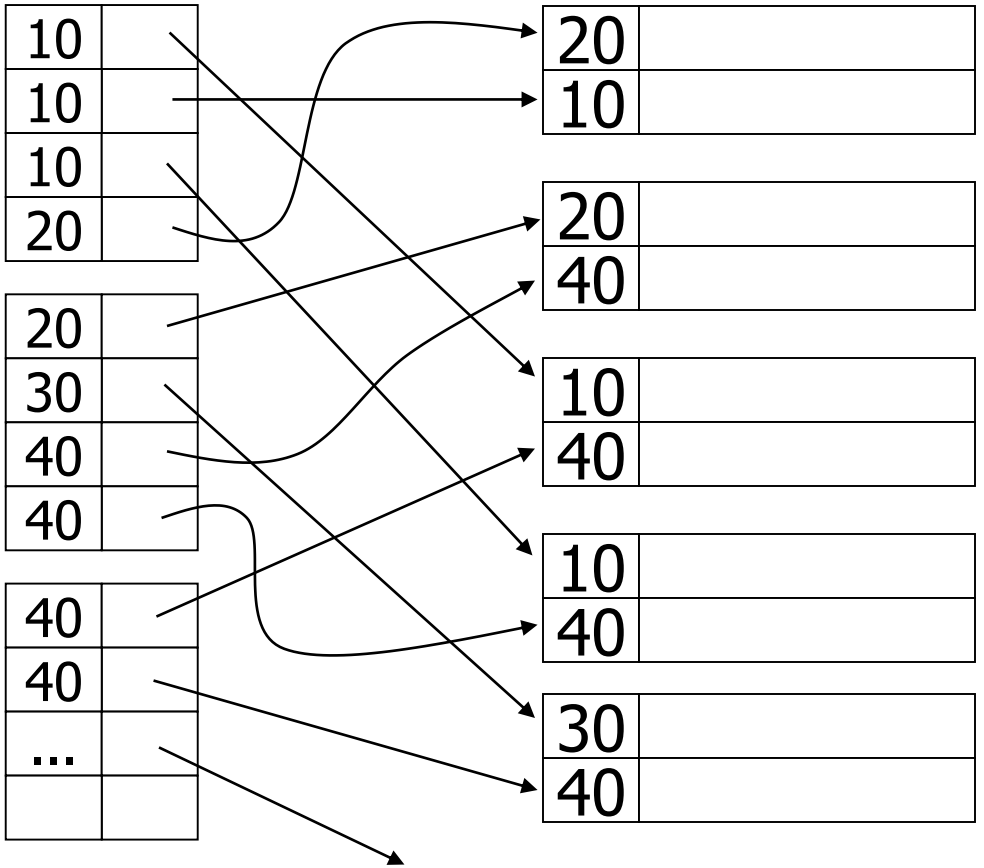
10	
40	

30	
40	

Valori duplicati e indici secondari

Una possibilita’

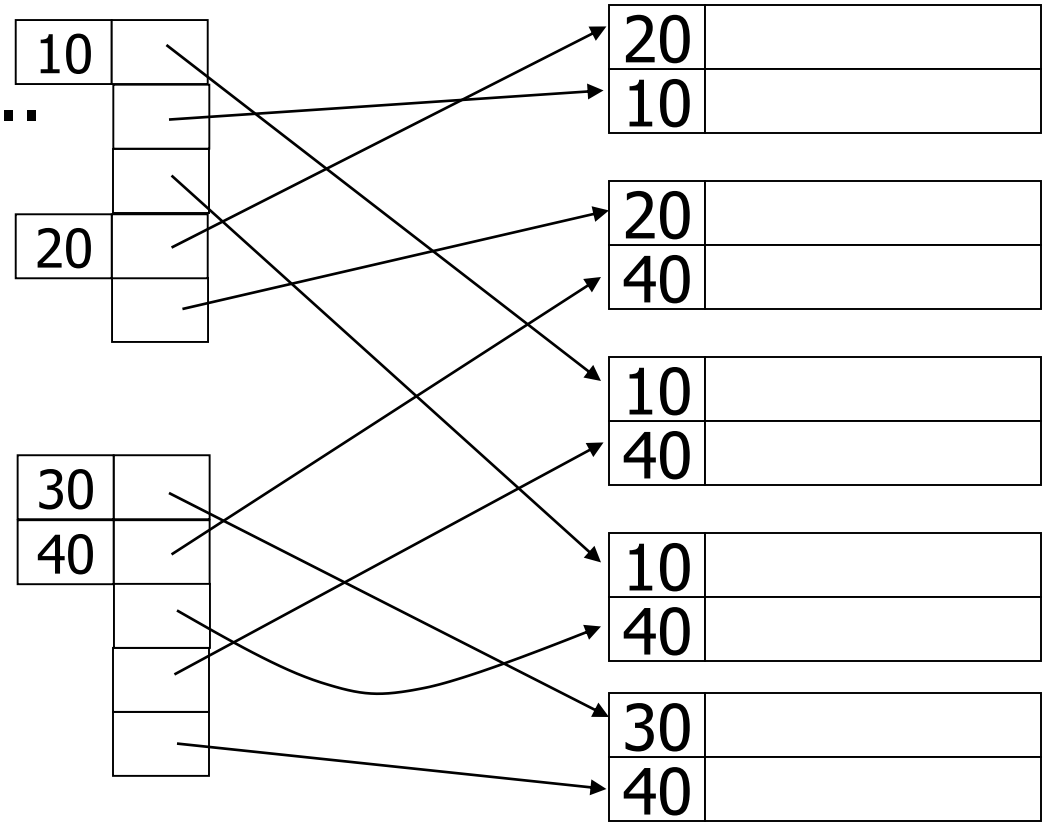
Problema:
Spreco di
Spazio su disco
Tempo di ricerca



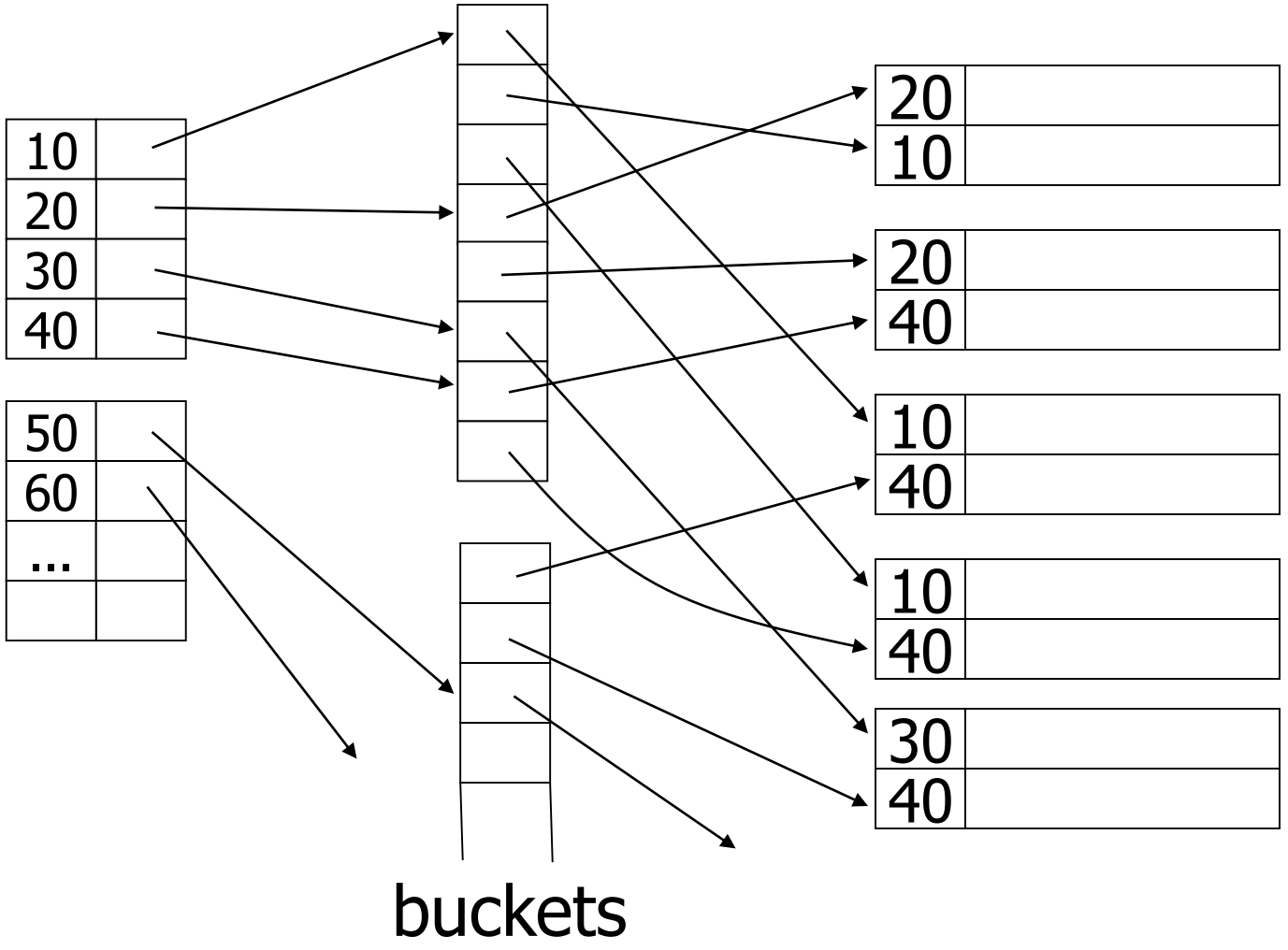
Valori duplicati e indici secondari

Un'altra possibilita'...

Problema:
I record dell' indice hanno dimensione variabile



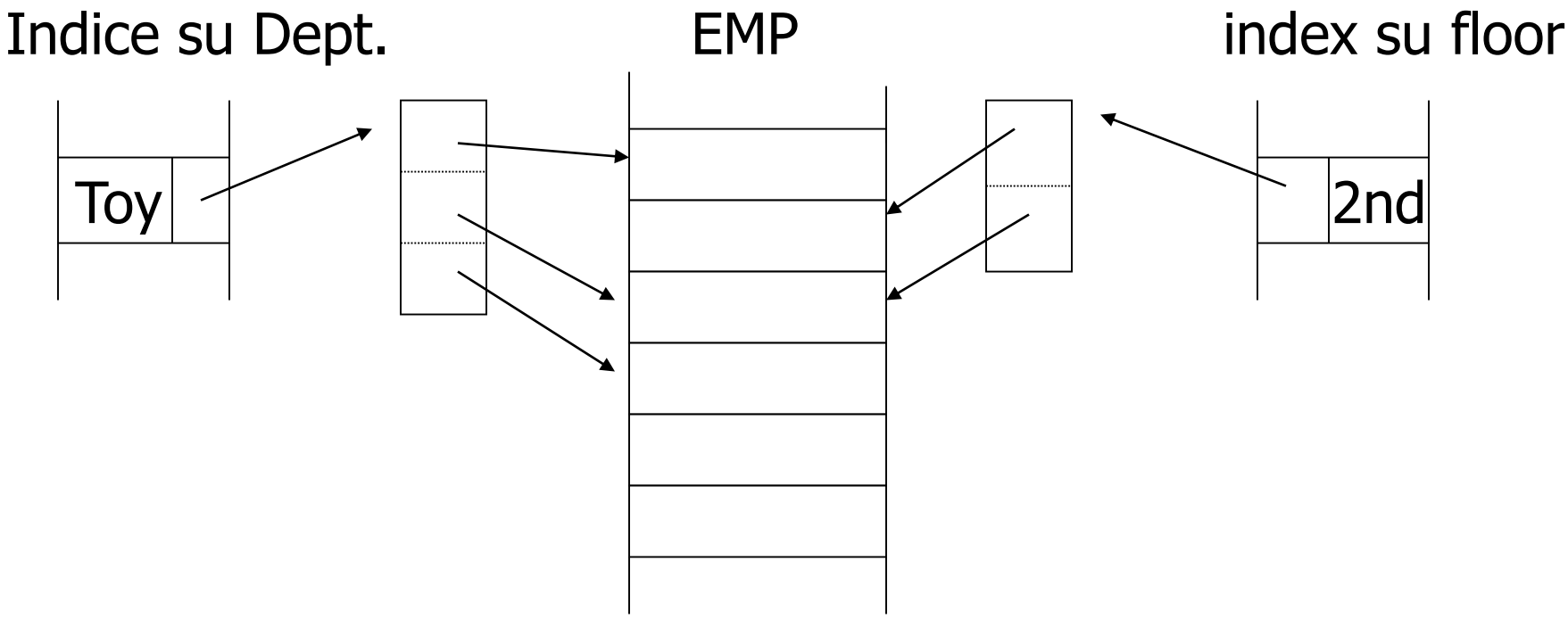
Valori duplicati e indici secondari



Perche' l'idea dei bucket e' utile

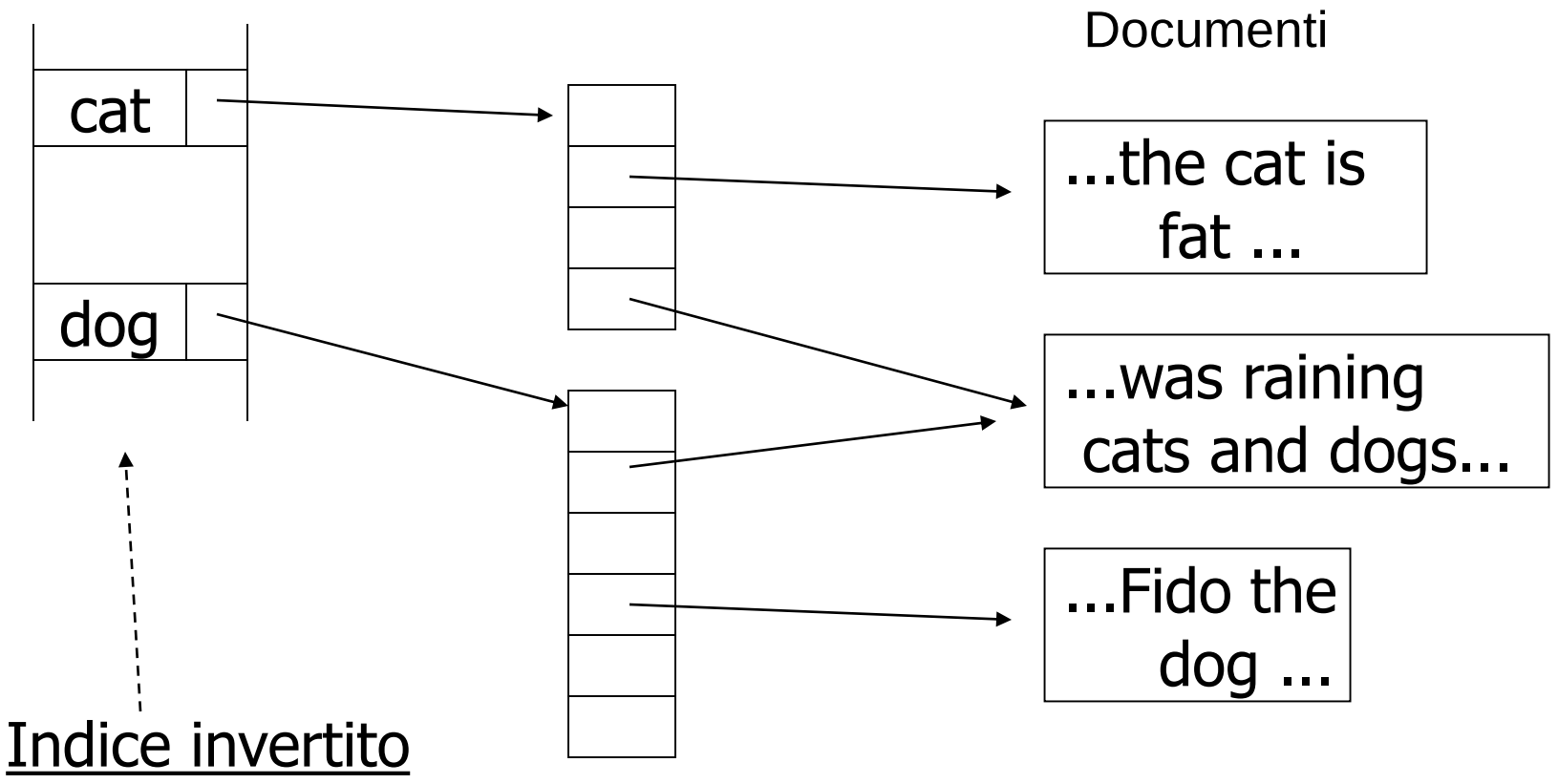
Indici	Records
Name: primario	EMP (name,dept,floor,...)
Dept: secondario	
Floor: secondario	

Query: ottieni gli impiegati in (Toy Dept) ∧ (2nd floor)



→Interseca i bucket per toy e per 2nd Floorper ottenere l'insieme degli impiegati richiesti

Questa idea e' utile nell'information retrieval

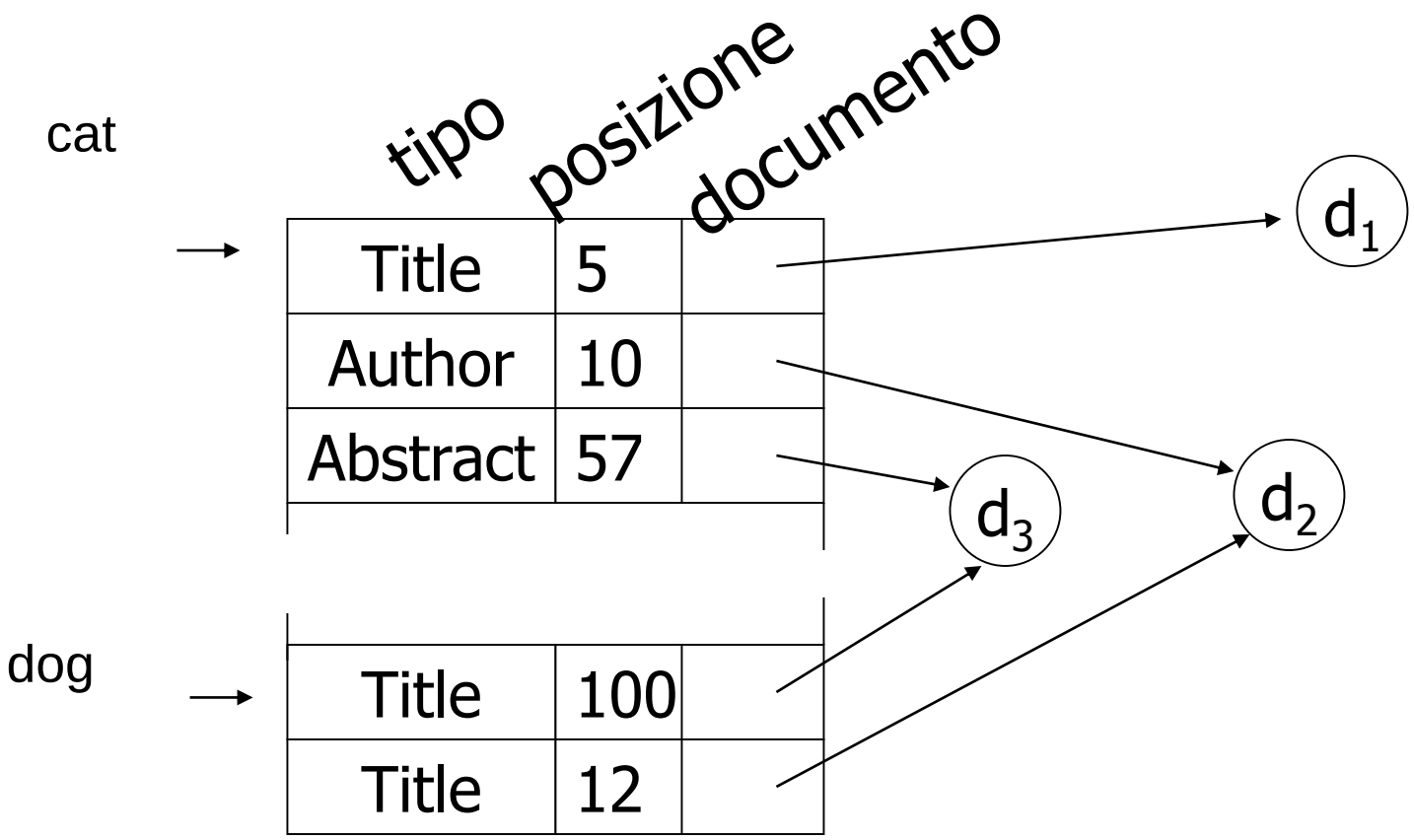


Queries di Information retrieval

- Trova gli articoli con “cat” e “dog”
- Trova gli articoli con “cat” o “dog”
- Trova gli articoli con “cat” e non “dog”

- Trova gli articoli con “cat” nel titolo
- Trova gli articoli con “cat” e “dog” entro 5 parole

Tecnica comune:
piu' informazione nei bucket



Indici secondari, osservazioni

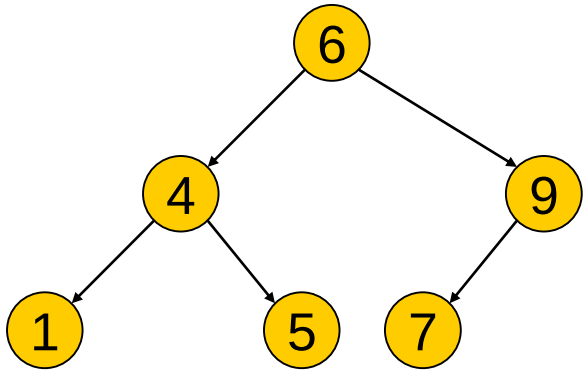
- Adatto per ricerche su un valore o un intervallo di valori
- E’ possibile la scansione del file nell’ordine della chiave di ricerca ma il numero di accessi e’ pari al numero di record del file (un po’ meno grazie alla bufferizzazione)
  - A volte costa di meno leggere il file nell’ordine fisico e poi riordinarlo con il merge sort
- Gli inserimenti e le eliminazioni sono inefficienti

Indici ISAM, problemi

- Gli indici ISAM visti finora sono basati su strutture ordinate e quindi sono poco flessibili in presenza di elevata dinamicità
  - Gli inserimenti sono costosi
  - Gli alberi possono diventare sbilanciati
  - Lo spazio di overflow puo' diventare significativo
- Gli indici utilizzati dai DBMS sono più sofisticati:
  - indici dinamici multilivello: B+-tree (intuitivamente: alberi di ricerca bilanciati)
    - Arriviamo ai B+-tree per gradi
      - Alberi binari di ricerca
      - Alberi n-ari di ricerca
      - Alberi n-ari di ricerca bilanciati

Albero binario di ricerca

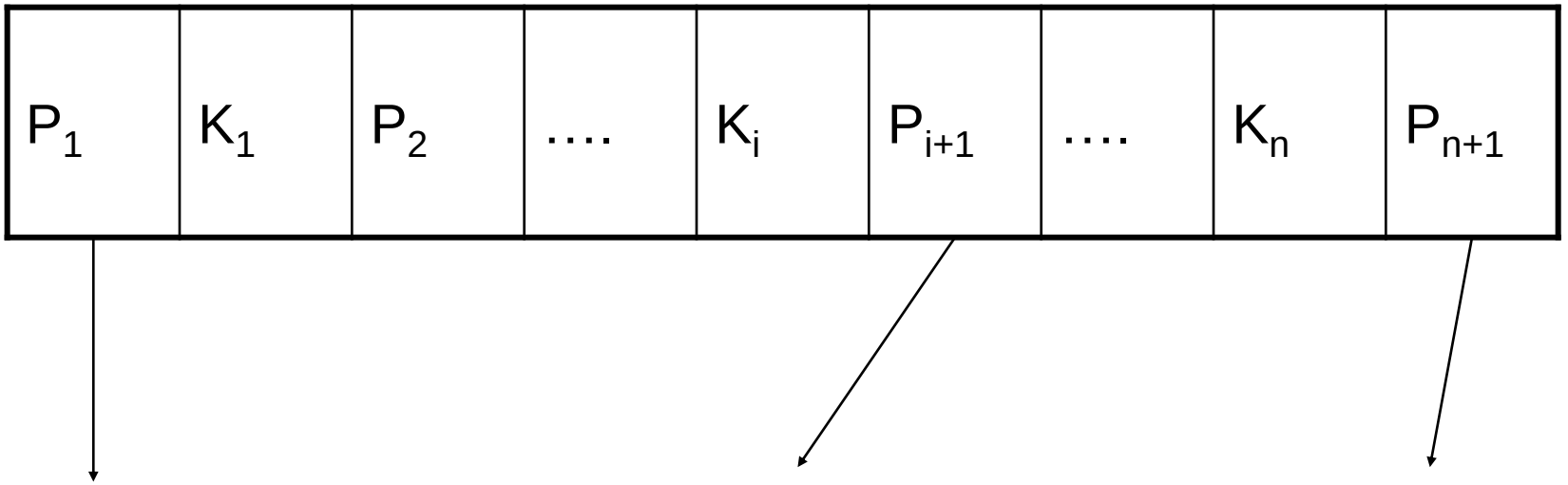
- Albero binario etichettato in cui per ogni nodo il sottoalbero sinistro contiene solo etichette minori di quella del nodo e il sottoalbero destro etichette maggiori
- tempo di ricerca (e inserimento), pari alla profondità:
  - logaritmico nel caso “medio” (assumendo un ordine di inserimento casuale)



Albero di ricerca di ordine n

- Ogni nodo ha (fino a) n+1 figli e (fino a) n etichette, ordinate
- n e' detto ordine dell'albero
- Nell'(i+1)-esimo sottoalbero abbiamo tutte etichette maggiori o uguali della i- esima etichetta e minori della (i+1)-esima
- Ogni ricerca o modifica comporta la visita di un cammino radice foglia
- In strutture fisiche, un nodo corrisponde a un blocco
- La struttura è ancora (potenzialmente) rigida
- Un B+-tree è un albero di ricerca che viene mantenuto bilanciato, grazie a:
  - Riempimento parziale (mediamente 70%)
  - Riorganizzazioni (locali) in caso di sbilanciamento

Organizzazione dei nodi del B+-tree: nodo non foglia



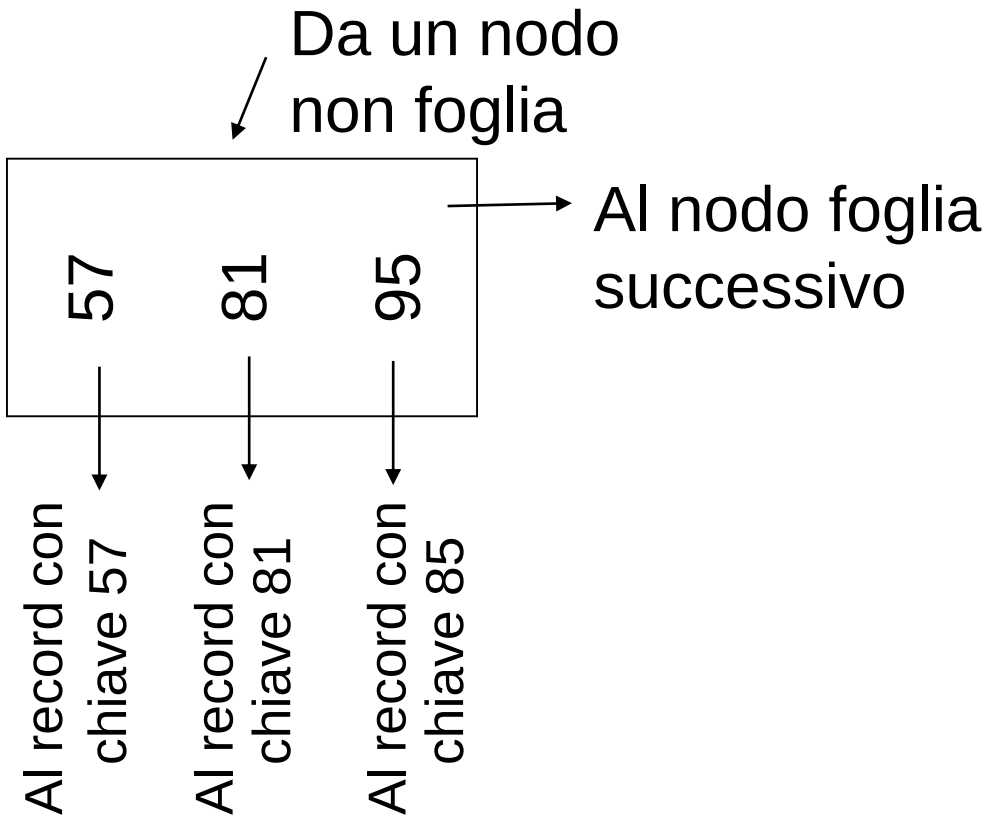
sotto-albero che contiene le chiavi $K<K_1$

sotto-albero che contiene le chiavi $K_i \leq K < K_{i+1}$

sotto-albero che contiene le chiavi $K \geq K_n$

Nodi foglia

- Esempio



Bilanciamento

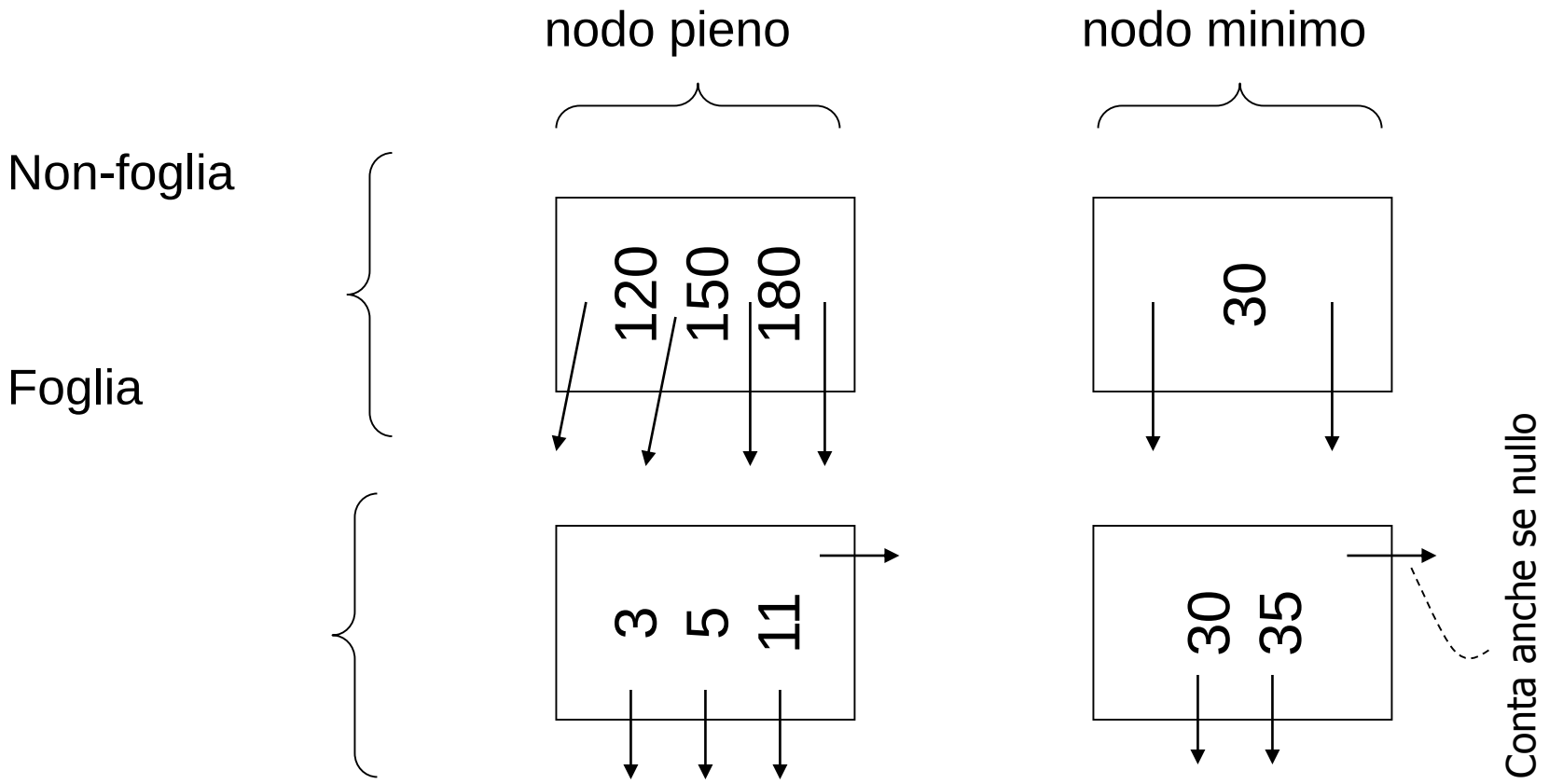
- Si richiede di usare almeno

  Non-foglia: $NF=\lceil (n+1)/2 \rceil$ puntatori

  Foglia: $F=\lfloor (n+1)/2 \rfloor$ puntatori ai dati

- Se n e' dispari NF=F=(n+1)/2
- Se n e' pari NF=F+1=n/2 + 1

n=3


nodo pieno
nodo minimo
Non-foglia
Foglia
120
150
180
30
3
5
11
30
35
Conta anche se nullo

Chiavi e puntatori

	Max Pun. →dati	Max ch.	Min pun→dati	Min ch.
Non-foglia (non-radice)	n+1	n	$\lceil (n+1)/2 \rceil$	$\lceil (n+1)/2 \rceil - 1$
Foglia (non-radice)	n	n	$\lfloor (n+1)/2 \rfloor$	$\lfloor (n+1)/2 \rfloor$
Radice	n+1	n	2	1

Chiavi e puntatori, n=3

	Max Pun. →dati	Max ch.	Min pun→dati	Min ch.
Non-foglia (non-radice)	4	3	2	1
Foglia (non-radice)	3	3	2	2
Radice	4	3	2	1

Chiavi e puntatori, n=4

	Max Pun. →dati	Max ch.	Min pun→dati	Min ch.
Non-foglia (non-radice)	5	4	3	2
Foglia (non-radice)	4	4	2	2
Radice	5	4	2	1

Aggiornamenti

- Inserimenti ed eliminazioni sono precedute da una ricerca fino ad una foglia
- Per gli inserimenti, se c'è posto nella foglia, ok, altrimenti il nodo va suddiviso, con necessità di un puntatore in più per il nodo genitore; se non c'è posto, si sale ancora, eventualmente fino alla radice.
- Dualmente, le eliminazioni possono portare a riduzioni di nodi. Il riempimento deve rimanere sempre superiore al 50%
- Modifiche del campo chiave vanno trattate come eliminazioni seguite da inserimenti

Algoritmo di inserimento

- Si cerca la foglia in cui va la nuova chiave e si mette la chiave nella foglia se c'è posto
- Altrimenti, si divide la foglia in due e si dividono le chiavi tra i due nuovi nodi, in modo che ciascuno sia pieno almeno a metà
- La divisione viene vista al livello superiore come la creazione di una nuova coppia chiave-puntatore da inserire a quel livello. Si applica perciò una strategia ricorsiva: se c'è posto si inserisce, altrimenti si divide e si continua al livello superiore
- L'unica eccezione è la radice: se si cerca di inserire una coppia chiave-puntatore nella radice e non c'è posto, si divide la radice in due e si crea un nuovo nodo al livello superiore che ha i due nodi come figli (nuova radice).

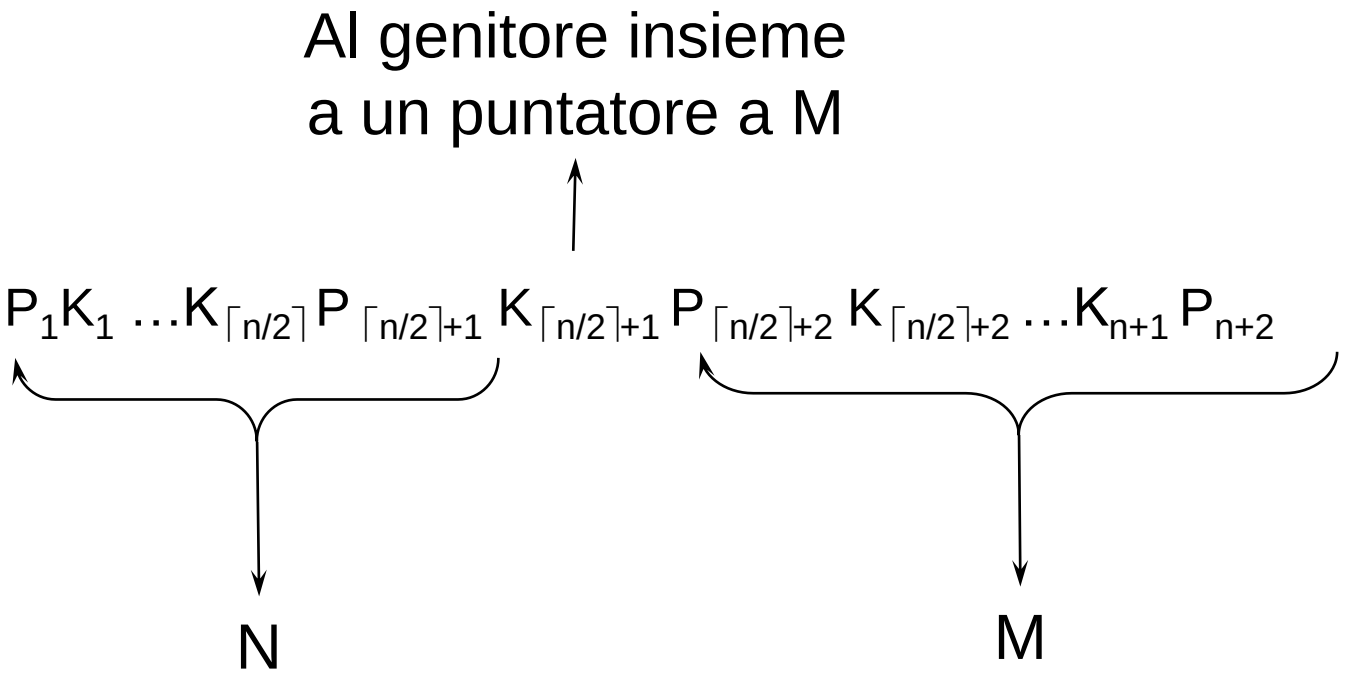
Algoritmo di inserimento – Gestione delle chiavi nelle foglie

- Sia N una foglia con n coppie chiave-puntatore
- Si cerca di inserire la n+1 esima coppia chiave-puntatore
- Si crea un nodo M fratello di N direttamente alla sua destra
- Le prime $\lceil (n+1)/2 \rceil$ coppie, in ordine di chiave, rimangono in N, le rimanenti ($\lfloor (n+1)/2 \rfloor$) vanno in M
- Sia N che M hanno il numero minimo ($\lfloor (n+1)/2 \rfloor$) di coppie
- Si passa al genitore di N la coppia chiave minima di M-puntatore ad M

Algoritmo di inserimento – Gestione delle chiavi nei nodi non foglia

- Sia N un nodo non-foglia con n chiavi e n+1 puntatori a cui è stata assegnata la (n+1)-esima chiave e l'(n+2)-esimo puntatore. Si procede in questo modo:
  - Si inserisce la nuova coppia chiave-puntatore nella giusta posizione nell'elenco di quelle esistenti
  - Si crea un nodo M, fratello di N, alla sua destra
  - Si lasciano in N i primi $\lceil n/2 \rceil+1$ puntatori, in ordine e si mettono in M i rimanenti $\lfloor n/2 \rfloor+1$
  - Le prime $\lceil n/2 \rceil$ chiavi rimangono in N, le ultime $\lfloor n/2 \rfloor$ vanno in M. Rimane sempre una chiave nel mezzo $K_{\lceil n/2 \rceil+1}$: indica la chiave più piccola raggiungibile con il primo puntatore di M. Rappresenta quindi la chiave più piccola raggiungible da M
  - $K_{\lceil n/2 \rceil+1}$ sarà usata nel genitore di N ed M per dividere le ricerche tra questi due nodi: si passa al nodo genitore di N la coppia $K_{\lceil n/2 \rceil+1}$ -puntatore ad M

Algoritmo di inserimento – Gestione delle chiavi nei nodi non foglia



Algoritmo di inserimento

- In alternativa alla suddivisione di un nodo, se uno dei fratelli del nodo in cui si deve inserire la coppia chiave-puntatore ha posto, si possono ridistribuire le chiavi tra il nodo e il fratello

Esempi di inserimento in un B+-tree

(a) Caso semplice
  - Spazio disponibile nella foglia

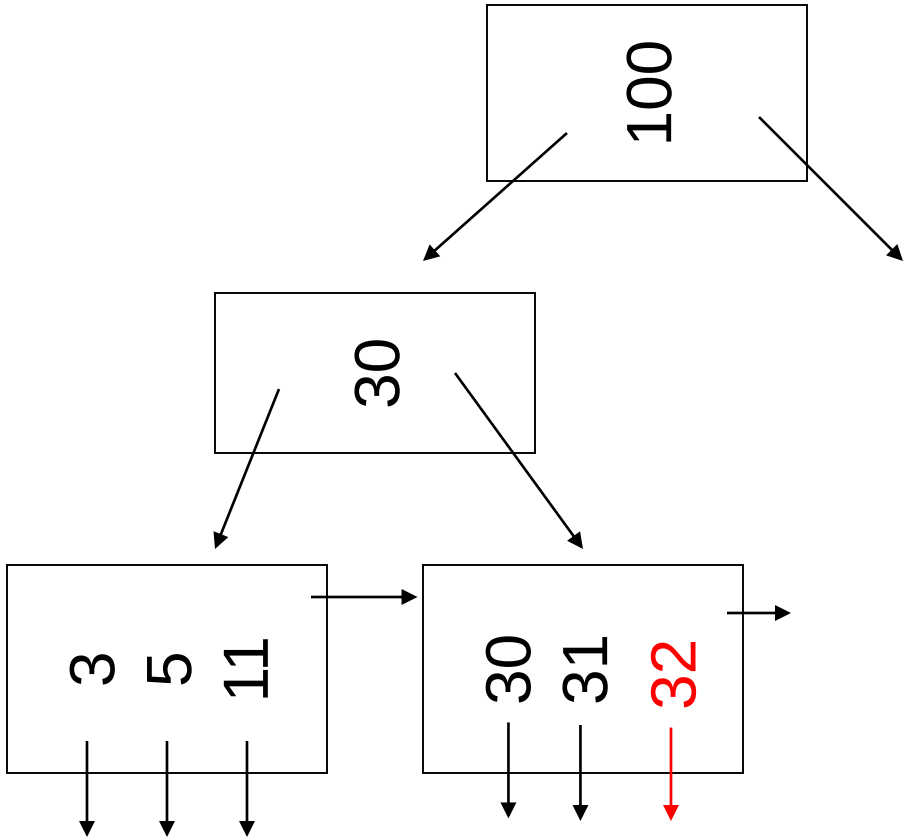
(b) Overflow in una foglia

(c) Overflow in una non foglia

(d) Nuova radice

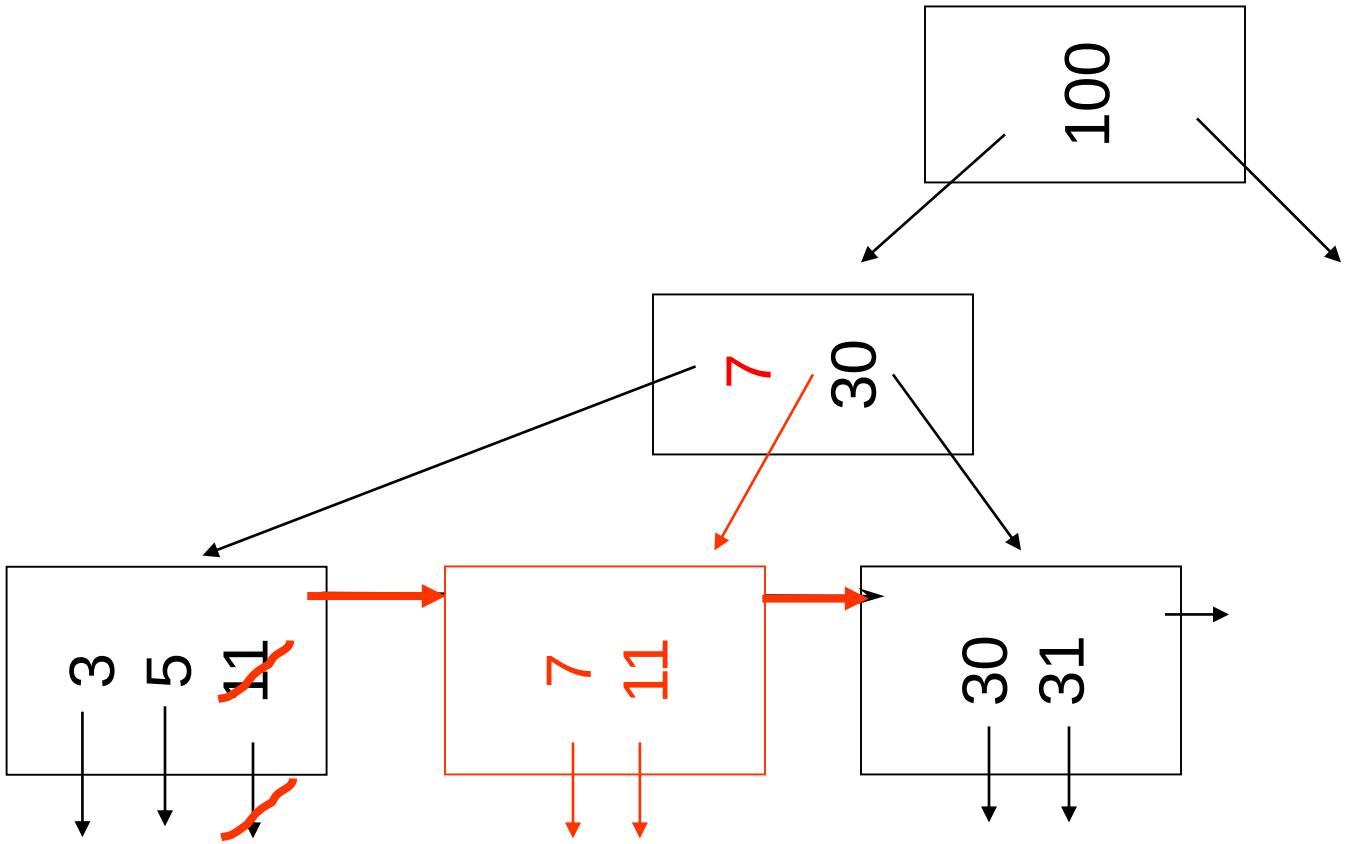
(a) Inserisci chiave= 32

n=3



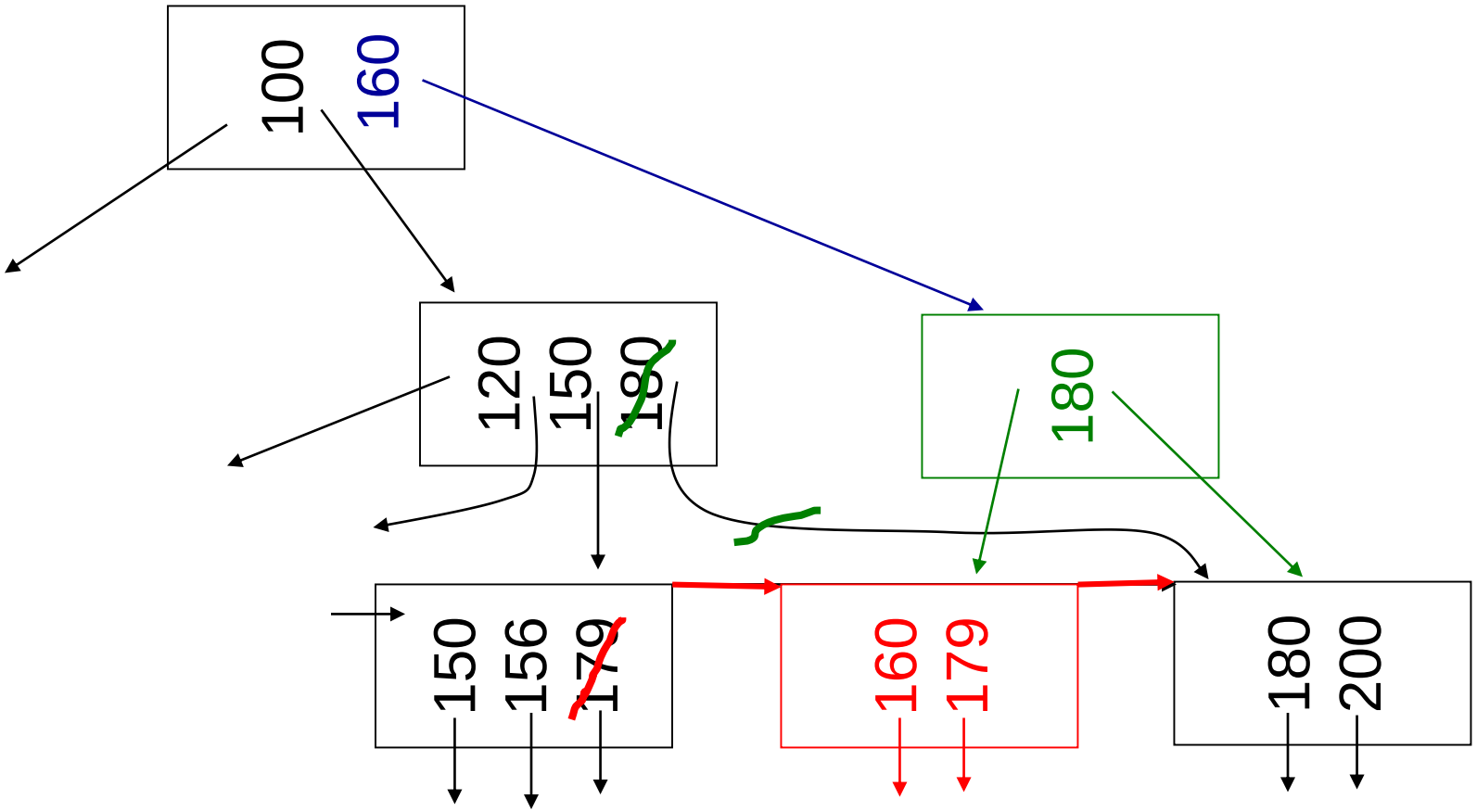
(b) Inserisci chiave = 7

n=3



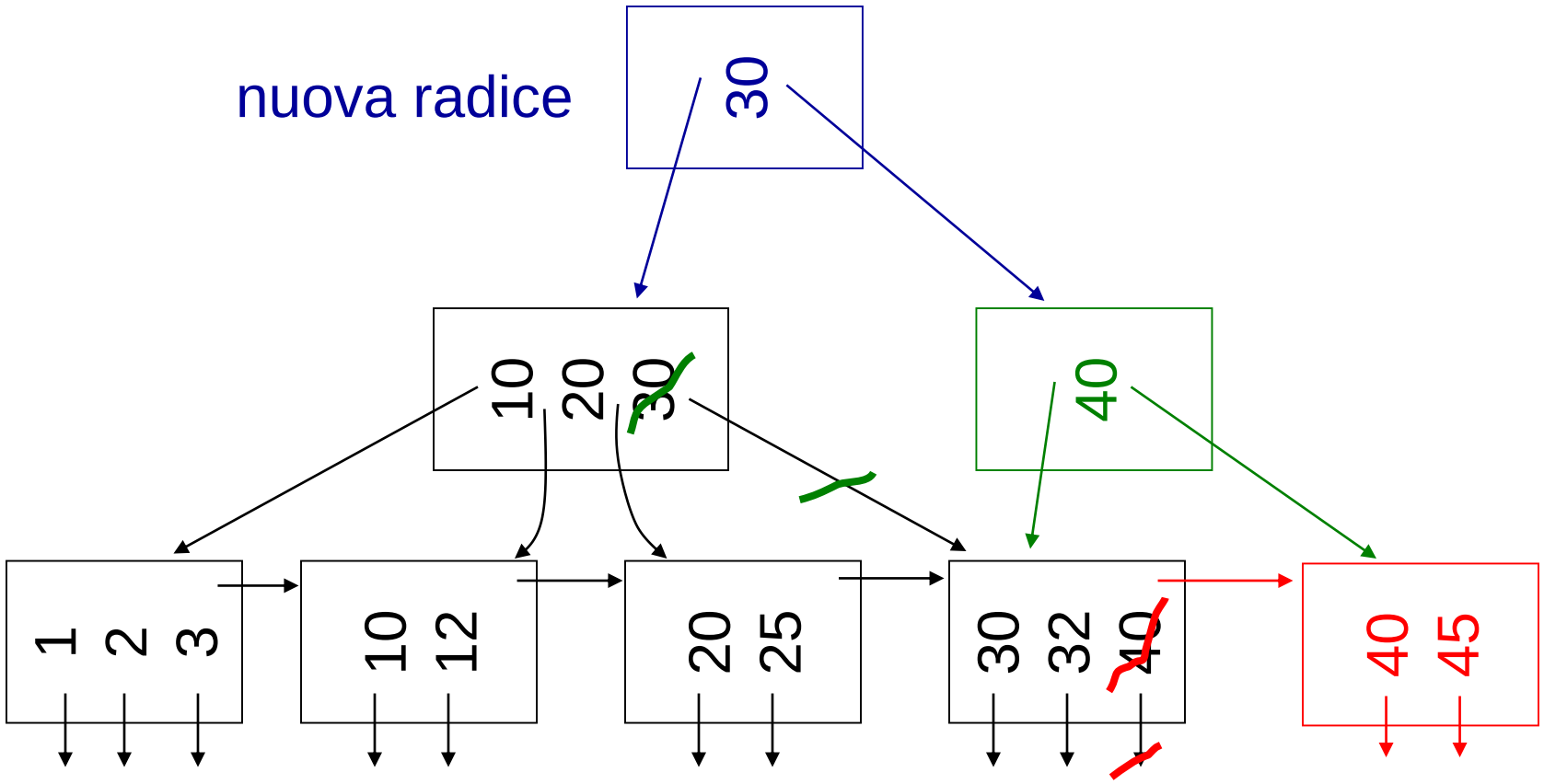
(c) Inserisci chiave = 160

n=3



(d) Inserisci 45

n=3



Algoritmo di cancellazione in una foglia

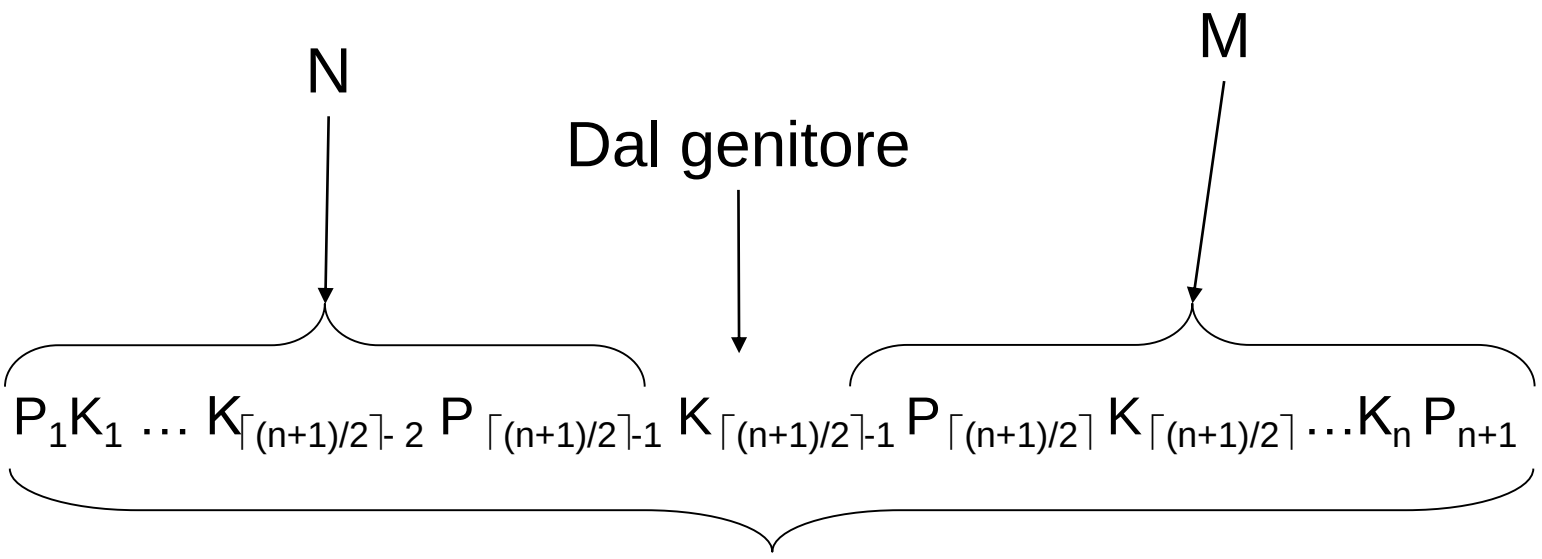
- Si cerca la foglia che contiene la chiave. Se la foglia ha più del numero minimo di chiavi, si rimuove la coppia chiave-puntatore.
- Se la foglia N ha il numero minimo di chiavi
  - Se uno dei fratelli adiacenti M ha più del numero minimo di chiavi, una coppia chiave-puntatore può essere spostata da M ad N.
    - Le chiavi al genitore devono essere modificate per riflettere il cambiamento. Ad esempio, se M è a destra, si muove la chiave più piccola in N e bisogna sostituire la chiave nel genitore a sinistra del puntatore ad M con la nuova chiave più piccola di M
  - Altrimenti, N ha meno del numero minimo di chiavi ed esiste un suo fratello M che ne ha il numero minimo. N ed M possono quindi essere fusi. Lo si fa, cancellando uno dei due. Si cancella la relativa coppia chiave-puntatore nel genitore ed, eventualmente, si procede ricorsivamente.

Algoritmo di cancellazione in una non-foglia

- Se il nodo ha più del numero minimo di chiavi, si rimuove la coppia chiave-puntatore.
- Se il nodo N ha il numero minimo di chiavi
  - Se uno dei fratelli adiacenti M ha più del numero minimo di chiavi, una nuova coppia chiave-puntatore può essere messa in N e le chiavi al genitore devono essere modificate per riflettere il cambiamento.
    - Ad esempio, se M è a dx, si sposta il puntatore più a sx di M in N, si mette la chiave più piccola di M nel genitore a sx del puntatore a M e si mette la chiave che era in quella posizione in N a dx del puntatore spostato. In pratica, si fanno scorrere le chiavi da M a N passando dal genitore.
  - Altrimenti, N ha meno del numero minimo di chiavi ed esiste un suo fratello M che ne ha il numero minimo. N ed M possono quindi essere fusi. Lo si fa, cancellando uno dei due. Si separa l'ultimo puntatore del nodo di sinistra dal primo puntatore del nodo di destra con la chiave K a sinistra del puntatore al nodo di destra nel padre. Si cancella la coppia K-puntatore al nodo eliminato nel padre.

Algoritmo di cancellazione in una non-foglia

Nel caso in cui N sia a sinistra



Esempi di cancellazione da un B+-tree

(a) Caso semplice – nessun esempio

(b) Ridistribuisci le chiavi (da sinistra)

(c) Ridistribuisci le chiavi (da destra)

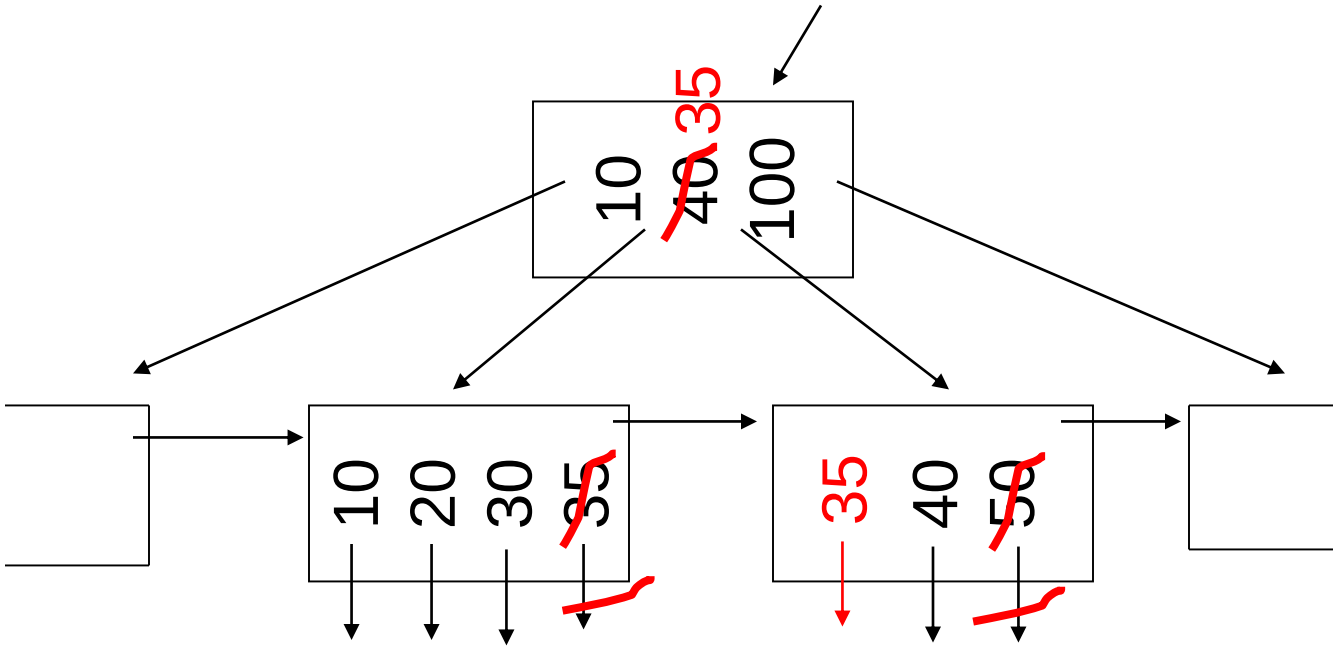
(d) Unione con il vicino (fratello)

(e) Caso (d) a una non foglia

(b) Ridistribuisci le chiavi: prendi una chiave dal fratello di sinistra

- Cancella 50

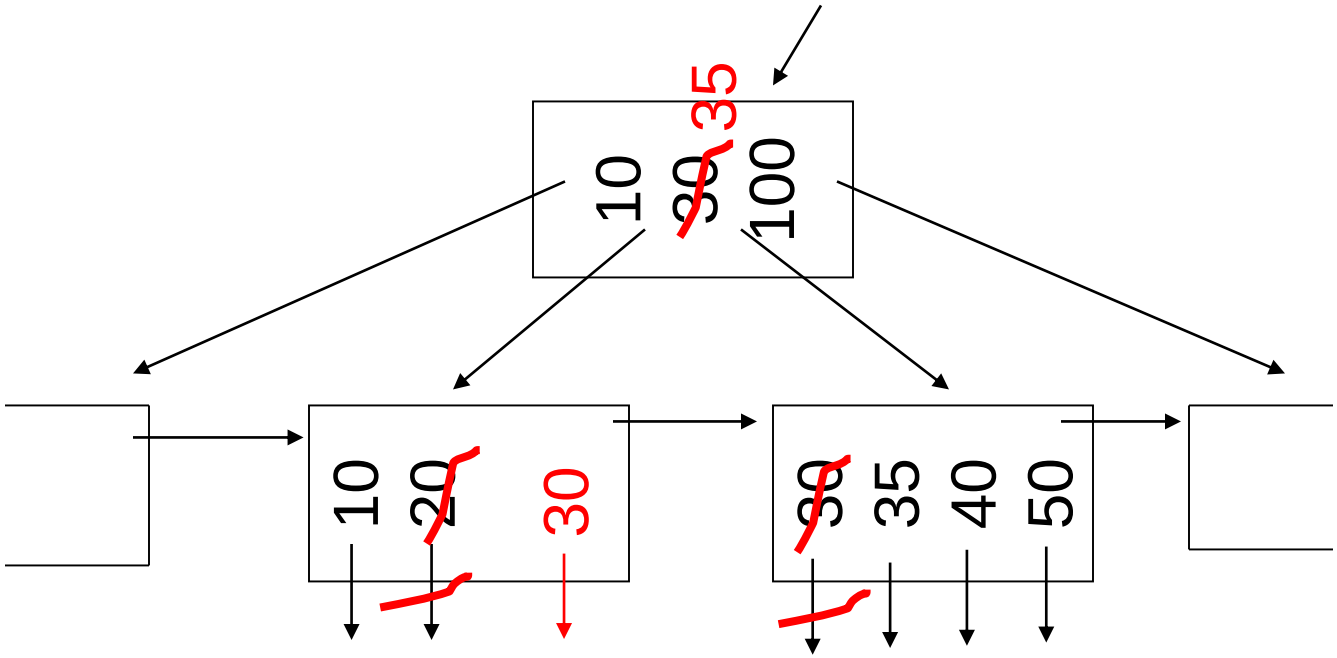
n=4



(c) Ridistribuisci le chiavi: prendi una chiave dal fratello di destra

- Cancella 20

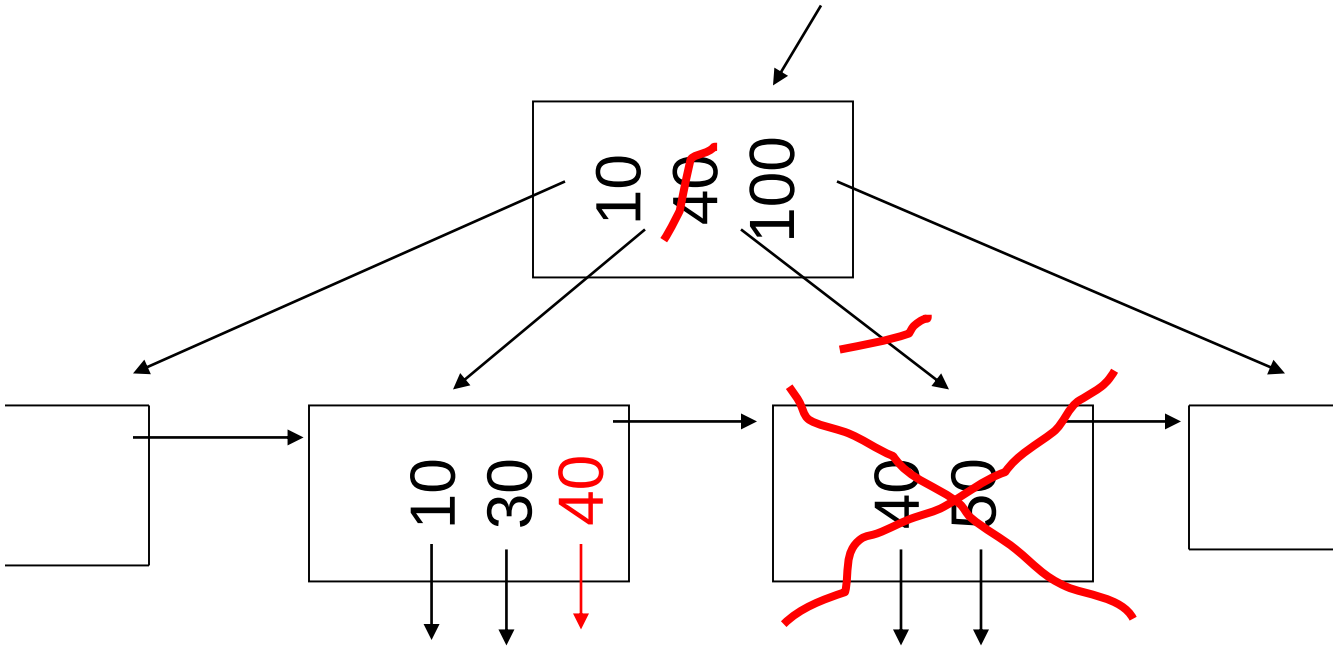
n=4



(d) Unisci al fratello

– Cancella 50

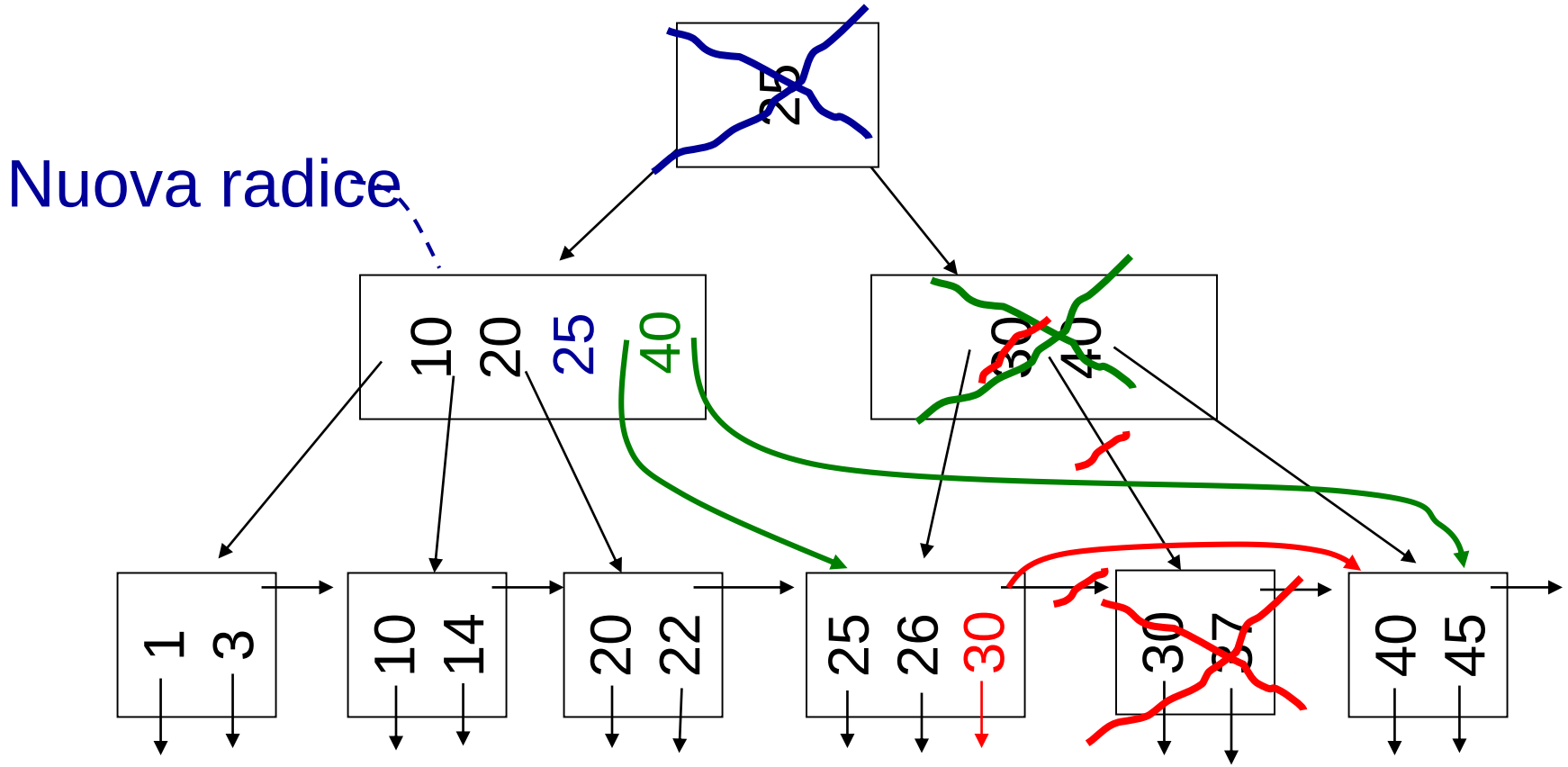
n=4



(e) Unione di non foglie

– Cancella 37

n=4



Cancellazione in pratica

- Spesso l'unione non e' implementata
  - Troppo costosa e non necessaria

Tempi tipici di accesso di un B+-tree

- Ipotesi: blocchi 4096 bytes, chiave intero di 4 bytes, puntatori 8 bytes, n e' il piu' grande intero tale che
- $4n+8(n+1)<=4096 \Rightarrow 12n<=4088 \Rightarrow n<=340,6 \Rightarrow n=340$
- Tempo di accesso ai record con un valore: numero di operazioni di I/O=numero di livelli dell'albero + 1 per la ricerca o 2 per l'inserimento o la cancellazione
- Quanti livelli ha un B+-tree (supponendo che n=340)?
- Supponiamo che i blocchi siano occupati a mezza via tra il minimo (171 puntatori) e il massimo (341 puntatori): 256 puntatori per nodo
- Con una radice, 256 figli e 256^2=65536 nodi foglia, abbiamo 256^3=16,8 millioni di record
- Quindi file con record fino a 16,8 milioni di record possono essere indirizzati con un B+-tree a tre livelli

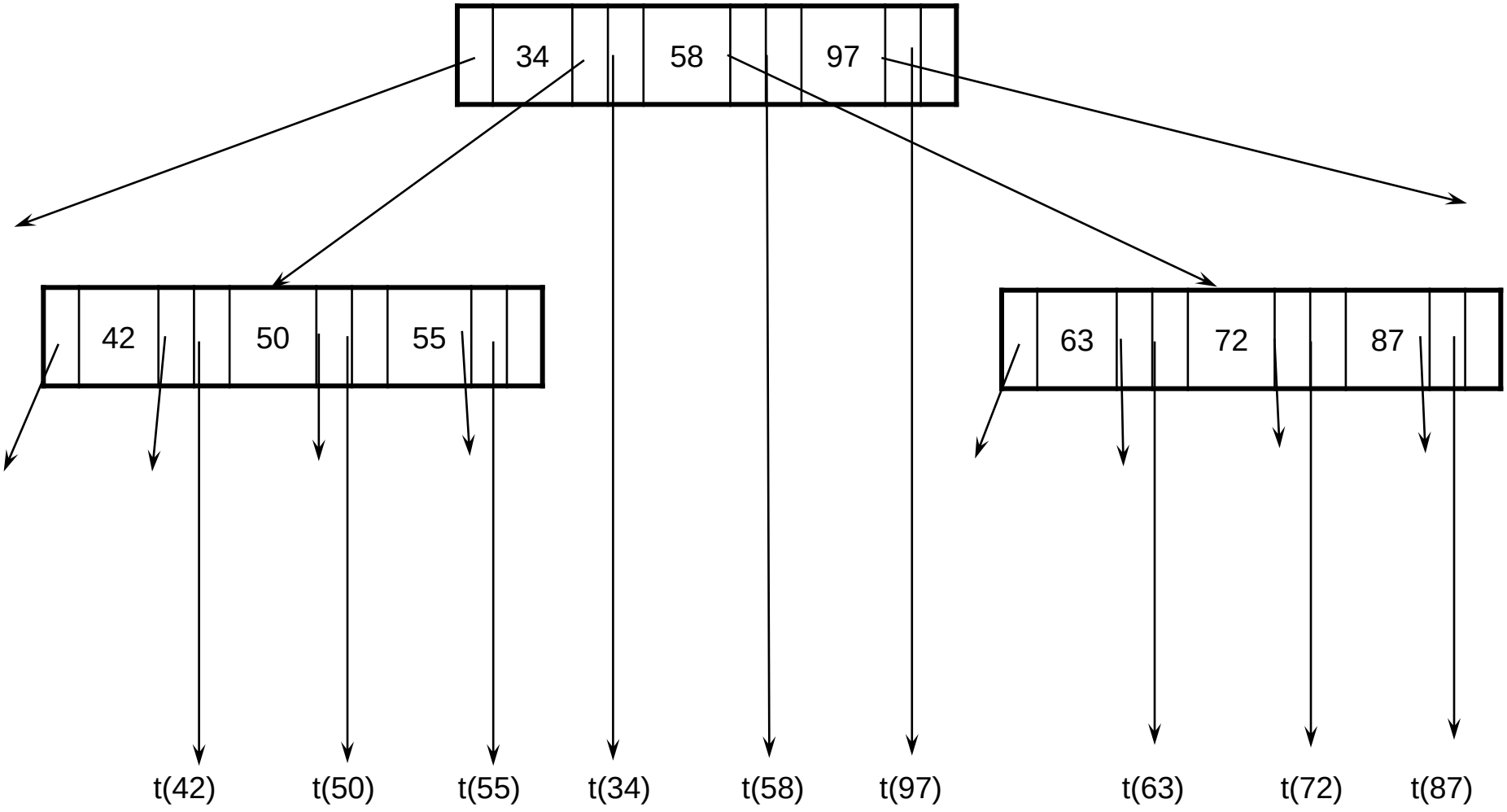
Tempi tipici di accesso di un B+-tree

- Si possono avere meno di 4 operazioni di I/O per accedere ad una chiave:
  - Se la radice e' in memoria, 3 operazioni
  - Se anche il primo livello e' in memoria, 2 operazioni

B-tree e B+-tree

- B+-tree:
  - le foglie sono collegate in una lista
  - ottimi per le ricerche su intervalli
  - molto usati nei DBMS
- B-tree:
  - i nodi intermedi hanno puntatori direttamente ai dati
  - le foglie non sono collegate in una lista

Un B-tree



B-tree verso B+-tree

+ I B-tree hanno un tempo di ricerca inferiore
+ I B-tree hanno meno nodi nell'indice (perche' I valori sono presenti al piu' una volta nell'indice)
- Nei B-tree le cancellazioni sono piu' complicate
- Nei B-tree rispondere a query di range o eseguire una scansione ordinata del file e' piu' costoso

Vengono preferiti i B+-tree