

# Specifica – parte IV

Leggere Sez. 5.7.2.3 Ghezzi et al.



**università di ferrara**

DA SEICENTO ANNI GUARDIAMO AVANTI.

- Linguaggio di specifica formale basato su
  - insiemi
  - relazioni
  - funzioni
  - predicati
- Linguaggio tipizzato: ogni variabile ha un tipo.

- Un sistema è specificato per mezzo del suo *spazio degli stati* (collezione di variabili tipizzate).
- Le proprietà dello spazio degli stati sono definite da predicati *invarianti* che devono essere verificati in qualunque stato.

- Transizioni di stato causate da *operazioni*, definite da:
  - relazione input-output
  - predicati riguardanti lo stato
- *Schema*: costruito che definisce gli stati e l'effetto delle operazioni sugli stati.

# Tipi in Z

- Ogni variabile ha un tipo.
- Tipi predefiniti:
  - $\mathbb{N}$  (naturali),  $\mathbb{N}_1$  (interi positivi),  $\mathbb{Z}$  (interi)
  - $\mathbb{R}$  (reali)
  - $\mathbb{P} X$  (powerset di  $X$ )
- Il tipo di un oggetto si indica con una *dichiarazione*  $\langle \text{variabile} \rangle : \langle \text{Tipo} \rangle$   
Es:  $x : \mathbb{N}$

# Costruzione di tipi in Z

- Enumerazione. Es:  
 $\{2,3,5,7,11\}$
- *Free types*. Es:  
on|off

# Costruzione di tipi in Z

- *Set comprehension*: firma|predicato•  
termine. Es:  
$$\text{evens} == \{n: \mathbb{N} \mid n \neq 0 \cdot 2 * n\}$$
- Il predicato può essere omesso se sempre vero
- Il termine può essere omesso se uguale all'unica variabile dichiarata nella firma

# Quantificatori

- Esistenziale:  $\exists x: \mathbb{N} \bullet x = x * x$
- Esistenziale ristretto:  $\exists x: \mathbb{N} \mid x < 5 \bullet x = x * x$
- Universale:  $\forall x: \mathbb{N} \bullet x = x * x$
- Universale ristretto:  $\forall x: \mathbb{N} \mid x < 5 \bullet x = x * x$
- Semantica dei quantificatori ristretti:
  - $\forall J \mid P \bullet Q \leftrightarrow \forall J \bullet P \rightarrow Q$
  - $\exists J \mid P \bullet Q \leftrightarrow \exists J \bullet P \wedge Q$



# Relazioni

- *Relazione*  $r \subseteq X \times Y$ ,
- $X \leftrightarrow Y = \mathbb{P}(X \times Y)$  è il tipo delle relazioni fra  $X$  e  $Y$ .
- *Coppia ordinata*:  $(x,y)$  oppure  $x \mapsto y$
- *Dominio* di  $r$ :  $\text{dom } r = \{x \in X \mid (\exists y \in Y \bullet (x,y) \in r)\}$
- *Codominio* (o *range*) di  $r$ :  $\text{ran } r = \{y \in Y \mid (\exists x \in X \bullet (x,y) \in r)\}$

# Restrizione e corestrizione del dominio

- Dati  $U: \mathbb{P} X, F: X \leftrightarrow Y$ ,
  - $U \triangleleft F = \{(x,y) \in F \mid x \in U\}$
  - $U \triangleleft F = \{(x,y) \in F \mid x \notin U\}$
- Esempio:
  - $\text{ages} = \{(\text{john},23), (\text{mary},30), (\text{tom},27), (\text{alan},27), (\text{alice},31)\}$
  - $\text{male} = \{\text{john}, \text{tom}, \text{alan}\}$
  - $\text{male} \triangleleft \text{ages} = \{(\text{john},23), (\text{tom},27), (\text{alan},27)\}$
  - $\text{male} \triangleleft \text{ages} = \{(\text{mary},30), (\text{alice},31)\}$

# Funzioni

- Una *funzione*  $f$  da  $X$  a  $Y$  è una relazione che a ogni elemento di  $X$  associa al massimo un elemento di  $Y$ .
- Funzione *parziale*  $X \rightarrow Y$ : non definita su tutti gli elementi di  $X$ .
- Funzione *totale*  $X \rightarrow Y$ : definita su tutti gli elementi di  $X$ .
- *Overriding*  $\oplus$ :  $f \oplus g$  è la funzione che si ottiene sostituendo ogni coppia di  $g$  a quella di  $f$  avente lo stesso primo elemento. Es: bisestile = normale  $\oplus$   $\{(feb, 29)\}$

# Sequenze

- Tipo seq X: liste di elementi di X (indicati fra parentesi acute). Es.  $\langle \text{gen, feb, mar} \rangle$
- Se  $m$  è la lunghezza, si possono rappresentare come funzioni da  $1..m$  a  $X$ .
- Operazioni:
  - *Concatenazione*:  $\langle \text{gen, feb} \rangle \wedge \langle \text{mar} \rangle = \langle \text{gen, feb, mar} \rangle$
  - *Head*:  $\text{head } \langle \text{gen, feb, mar} \rangle = \text{gen}$
  - *Tail*:  $\text{tail } \langle \text{gen, feb, mar} \rangle = \langle \text{feb, mar} \rangle$

# Bag (o multiset o multiinsiemi)

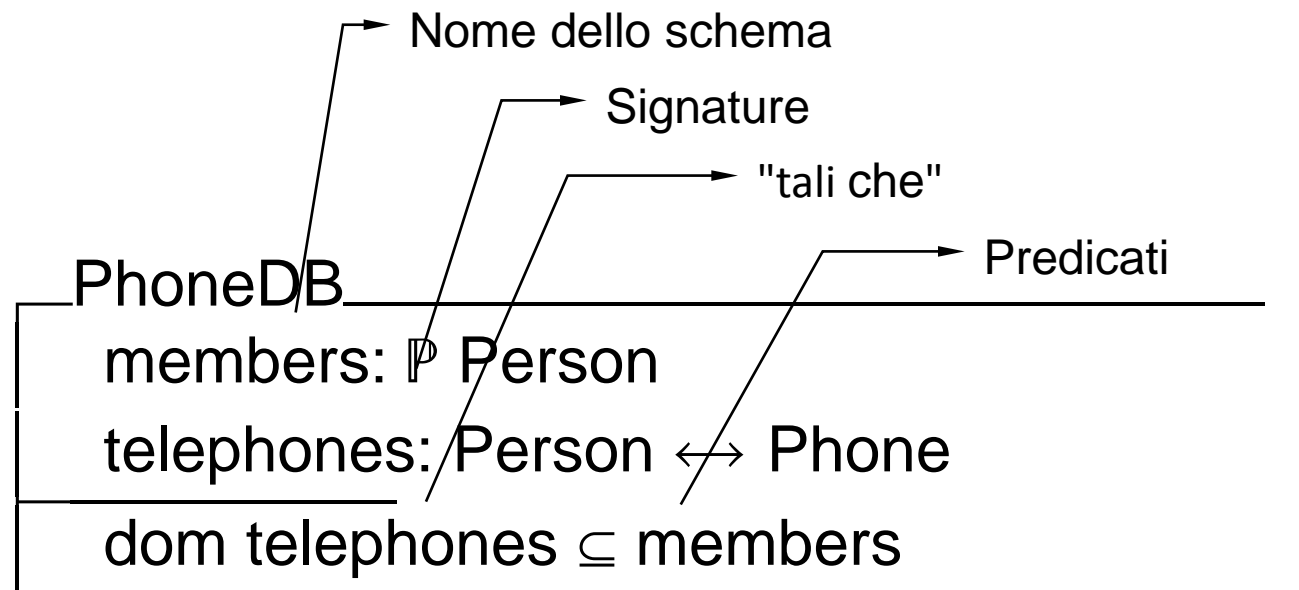
- Differiscono dagli insiemi perchè un elemento può comparire più volte (l'ordine non conta)
- L: bag Person,  $L =$   
 $[[\text{john}, \text{john}, \text{fred}, \text{tom}, \text{tom}, \text{tom}]] =$   
 $[[\text{fred}, \text{tom}, \text{john}, \text{tom}, \text{tom}, \text{john}]]$
- Si può vedere come funzione parziale  
 $\text{bag Person} = \text{Person} \rightarrow \mathbb{N}_1$
- Operazioni:
  - count:  $\text{count } L \text{ john} = 2;$
  - unione  $\uplus$ :  $\{\text{john} \mapsto 1\} \uplus \{\text{john} \mapsto 2, \text{tom} \mapsto 1\} = \{\text{john} \mapsto 3, \text{tom} \mapsto 1\}$

# Schema

- Rappresentazione grafica bidimensionale per rappresentare stati
- Formato da
  - insieme di oggetti
  - predicati veri per gli oggetti
- Usi:
  - specificare uno stato
  - specificare transizioni di stato

# Schema: esempio

- Si vogliono scrivere le specifiche in Z di un database di numeri telefonici interni, ad esempio dei numeri interni di una università



# Descrizioni assiomatiche

- Introducono variabili, funzioni e relazioni valide in tutta la specifica. Esempio:

la funzione `sum` calcola il valore totale di un bag di numeri:  
`sum {2 ↗, 5 ↘} = 14 + 15 = 29`

Oggetti

`sum: bag  $\mathbb{N}$   $\rightarrow$   $\mathbb{N}$`

$\forall i, j: \mathbb{N}; L: \text{bag } \mathbb{N} \bullet$

`sum [] = 0  $\wedge$`

`sum({ $i \mapsto j$ }  $\cup$  L) =  $i * j$  + sum L`

Predicati che vincolano gli oggetti



# Definizioni locali

- La parola chiave `let` permette di definire variabili locali alla parte dei predicati. Es:
- $(\text{let } x == i+j+k \bullet x+j > x-j)$  equivale a  $i+j+k+j > i+j+k-j$
- In generale,  $(\text{let } x_1 == t_1, \dots, x_n == t_n \bullet P)$  equivale a  $P[t_1/x_1, \dots, t_n/x_n]$  (sostituzione)
- Nessun  $x_i$  può comparire in nessun  $t_j$ , per  $i, j = 1..n$

# Operazioni su schemi

- **Inclusione:** uno schema  $S$  può essere incluso nella parte di dichiarazione di un altro schema  $T$ .
  - Le dichiarazioni di  $S$  sono aggiunte a quelle di  $T$
  - I predicati di  $S$  sono in congiunzione con quelli di  $T$ .

# Operazioni su schemi

- Se  $S$  e  $T$  sono schemi e  $\diamond$  è un generico operatore logico,  $S \diamond T$  è lo schema che si ottiene
  - Unendo le dichiarazioni di  $S$  e  $T$
  - Combinando i loro predicati per mezzo di  $\diamond$ .

# Convenzioni per operazioni

- Negli schemi che definiscono un'operazione:
  - <nome>? indica un parametro di ingresso dell'operazione
  - <nome>! indica un parametro di uscita
  - <nome>' indica il valore dell'oggetto <nome> dopo l'operazione
- I predicati sui parametri di uscita e valori con ' sono *postcondizioni*
- Gli altri sono *precondizioni*

# Convenzioni per operazioni

- Se  $S$  è uno schema,  $S'$  è ottenuto da  $S$  aggiungendo un apice a tutte le variabili, sia nella firma che nei predicati

# Convenzioni per operazioni

- In schemi che specificano operazioni

- Convenzione  $\Delta$ :

$$\Delta S = S \wedge S'$$

- Convenzione  $\Xi$  (xi):

$\Xi S$  (oppure  $\theta S = \theta S'$ ) indica che l'operazione non cambia lo stato di  $S$

# Esempio

$\Delta$ PhoneDB

members, members':  $\mathbb{P}$  Person

telephones, telephones': Person  $\leftrightarrow$  Phone

dom telephones  $\subseteq$  members

dom telephones'  $\subseteq$  members'

$\exists$ PhoneDB

$\Delta$ PhoneDB

members = members'

telephones = telephones'

# Database di numeri telefonici interni

- Person, il tipo delle persone
- Phone, il tipo di tutti i numeri telefonici interni
- telephones: Person  $\leftrightarrow$  Phone, relazione fra persone e numeri telefonici
- telephones = {(diller, 4794), (jarrat,4936), (jarrat,5317), (smith, 3174), (jones,3174)}



# Schema dello stato

PhoneDB

members:  $\mathbb{P}$  Person

telephones: Person  $\leftrightarrow$  Phone

dom telephones  $\subseteq$  members

# Aggiunta di una entry

AddEntry

members, members':  $\mathbb{P}$  Person

telephones, telephones': Person  $\leftrightarrow$  Phone

name?: Person

newnumber?: Phone

dom telephones  $\subseteq$  members

dom telephones'  $\subseteq$  members'

name?  $\in$  members

name?  $\mapsto$  newnumber?  $\notin$  telephones

telephones' = telephones  $\cup$  {name?  $\mapsto$  newnumber?}

members' = members

# Schema più conciso

AddEntry\_\_\_\_\_

$\Delta$ PhoneDB

name?: Person

newnumber?: Phone

name?  $\in$  members

name?  $\mapsto$  newnumber?  $\notin$  telephones

telephones' = telephones  $\cup$  {name?  $\mapsto$  newnumber?}

members' = members

# Condizioni di errore

## NotMember

$\exists$ PhoneDB

name?: Person

rep!: Report

name?  $\notin$  members

rep! = 'Not a member'

## EntryAlreadyExist

$\exists$ PhoneDB

name?: Person

newnumber?: Phone

rep!: Report

name?  $\mapsto$  newnumber?  $\in$  telephones

rep! = 'Entry already exists'

# Specifica completa

Success

rep!: Report

rep! = 'Okay'

$\text{DoAddEntry} \cong \text{AddEntry} \wedge \text{Success}$

∨

NotMember

∨

EntryAlreadyExists

# Interrogare per persona

## FindPhones

$\exists$ PhoneDB  
name?: Person  
numbers!:  $\mathbb{P}$  Phones

name?  $\in$  dom telephones

numbers! = telephones ( $\{$  name?  $\}$ )

Immagine di un insieme I  
attraverso una relazione  $R: X \leftrightarrow Y$ :  
 $\{j \in Y \mid (\exists i \in I \bullet (i, j) \in R)\}$

## NoNumber

$\exists$ PhoneDB  
name?: Person  
rep!: Report

name?  $\notin$  dom telephones

rep! = 'No number for the person'

Specifica completa:

$\text{DoFindPhones} \cong \text{FindPhones} \wedge \text{Success}$

$\vee$

NoNumber

# Interrogare per numero

FindNames

$\exists$ PhoneDB  
names!:  $\mathbb{P}$  Person  
number?: Phones

number?  $\in$  ran telephones  
names! = telephones<sup>-1</sup> ({number?})

UnknownNumber

$\exists$ PhoneDB  
number?: Phone  
rep!: Report

number?  $\notin$  ran telephones  
rep! = 'Unknown number'

Specifica completa:

$$\text{DoFindNames} \cong \text{FindNames} \wedge \text{Success}$$
$$\vee$$
$$\text{UnknownNumber}$$

# Rimuovere una entry

## RemoveEntry

$\Delta$ PhoneDB

name?: Person

oldnumber?: Phones

name?  $\mapsto$  oldnumber?  $\in$  telephones

telephones' = telephones  $\setminus$  {name?  $\mapsto$  oldnumber?}

members'=members

## UnknownEntry

$\exists$ PhoneDB

oldnumber?: Phone

name?: Person

rep!: Report

name?  $\mapsto$  oldnumber?  $\notin$  telephones

rep! = 'Uknown entry'

$\text{DoRemoveEntry} \cong \text{RemoveEntry} \wedge \text{Success}$

$\vee$

UnknownEntry



# Aggiungere un membro

AddMember

$\Delta$ PhoneDB

name?: Person

name?  $\notin$  members

members' = members  $\cup$  {name?}

telephones' = telephones

AlreadyMember

$\exists$ PhoneDB

name?: Person

rep!: Report

name?  $\in$  members

rep! = 'Already a member'

$\text{DoAddMember} \cong \text{AddMember} \wedge \text{Success}$

$\vee$

AlreadyMember

# Rimuovere un membro

RemoveMember\_\_\_\_\_

$\Delta$ PhoneDB

name?: Person

name?  $\in$  members

members' = members \ {name?}

telephones' = {name?}  $\triangleleft$  telephones

$\text{DoRemoveMember} \cong \text{RemoveMember} \wedge \text{Success}$

$\vee$

NotMember

# Schema renaming e schema hiding

- Schema renaming:

$S[m/x]$  è lo schema che si ottiene da  $S$  sostituendo  $m$  a tutte le occorrenze libere (non quantificate) di  $x$ .

- Schema hiding:

$S \setminus (x)$  è lo schema che si ottiene da  $S$ , in cui la variabile  $x$  è rimossa dalla parte di dichiarazione e quantificata esistenzialmente nella parte dei predicati

# Schema renaming e schema hiding

## Renaming

S

$x: \mathbb{N}$ $y: \mathbb{P} \ \mathbb{N}$
$x \in y$

$T \cong S[m/x]$

T

$m: \mathbb{N}$ $y: \mathbb{P} \ \mathbb{N}$
$m \in y$

## Hiding

$T \cong S \setminus (x)$

T

$y: \mathbb{P} \ \mathbb{N}$
$\exists x: \mathbb{N} \bullet x \in y$

# Composizione di due schemi

- Serve a costruire operazioni complesse da operazioni semplici.
- $S \circ T$ : Consiste nel legare le variabili dello stato successivo di  $S$  con le variabili dello stato iniziale di  $T$ .
- $S \circ T$  specifica l'esecuzione successiva delle operazioni specificate da  $S$  e  $T$ .

# Composizione di schemi: procedimento

S
$x?, s, s', y! : \mathbb{N}$
$s' = s - x?$
$y! = s$

T
$x?, s, s' : \mathbb{N}$
$s < x?$
$s' = s$

1. Dare alle variabili di stato futuro di S un nuovo nome ( $S[s^+/s']$ )
2. Dare alle variabili di stato iniziale di T lo stesso nome ( $T[s^+/s]$ )
3. Congiunzione dei due schemi ottenuti ( $S[s^+/s'] \wedge T[s^+/s]$ )
4. Nascondere le variabili introdotte
5. Semplificare

$$S \circledast T \equiv (S[s^+/s'] \wedge T[s^+/s]) \setminus (s^+)$$

# Composizione di schemi: esempio

Passo 1: renaming

$$\frac{S[s^+/s']}{x?, s, s^+, y!: \mathbb{N}}$$


---


$$s^+ = s - x?$$

$$y! = s$$

Passo 2: renaming

$$\frac{T[s^+/s]}{x?, s^+, s': \mathbb{N}}$$


---


$$s^+ < x?$$

$$s' = s^+$$

Passo 3: and

$$\frac{S[s^+/s'] \wedge T[s^+/s]}{x?, s, s', s^+, y!: \mathbb{N}}$$


---


$$s^+ = s - x?$$

$$y! = s$$

$$s^+ < x?$$

$$s' = s^+$$

Passo 4: hiding

$$\frac{S[s^+/s'] \wedge T[s^+/s] \setminus s^+}{x?, s, s', y!: \mathbb{N}}$$


---


$$\exists s^+: \mathbb{N} \bullet$$

$$(s^+ = s - x?$$

$$y! = s$$

$$s^+ < x?$$

$$s' = s^+)$$

Passo 5: semplificazione

$$\frac{S \wp T}{x?, s, s', y!: \mathbb{N}}$$


---


$$s' = s - x?$$

$$y! = s$$

$$s' < x?$$

# Modifica di un numero di telefono

RemoveEntry ; AddEntry

$\Delta$ PhoneDB

oldnumber?, newnumber?: Phones

name?: Person

name?  $\in$  members

name?  $\mapsto$  newnumber?  $\notin$  telephones

$\setminus$  {name?  $\mapsto$  oldnumber?}

name?  $\mapsto$  oldnumber?  $\in$  telephones

telephones' = telephones

$\setminus$  {name?  $\mapsto$  oldnumber?}  $\cup$  {name?  $\mapsto$  newnumber?}

members'=members



# Modifica di un numero di telefono

UpdateEntry  $\cong$  RemoveEntry ; AddEntry  $\wedge$   
Success  
 $\vee$   
UnknownEntry  
 $\vee$   
NotMember

# Specifica di un distributore automatico

- Vogliamo specificare un distributore automatico di merendine: l'utente inserisce le monete e riceve l'articolo richiesto più il resto.
- Sia Good l'insieme di tutti gli articoli che possono essere acquistati dalla macchina. Ad ogni istante, solo un sottoinsieme di Good sarà disponibile dalla macchina.

# Specifica di un distributore automatico

- Lo stato della macchina è descritto dallo schema VendingMachine

VendingMachine

coin:  $\mathbb{P} \ \mathbb{N}_1$

cost: Good  $\rightarrow \mathbb{N}$

stock: bag Good

float: bag  $\mathbb{N}_1$

dom stock  $\subseteq$  dom cost

dom float  $\subseteq$  coin

# Specifica di un distributore automatico

- coin: insieme di tutte le monete che la macchina accetta.
- La funzione cost restituisce per ciascun articolo il suo costo in centesimi. Ad es

$$\text{cost}(\text{wispa}) = 17$$

$$\text{cost}(\text{crisps}) = 19$$

$$\text{cost}(\text{kitkat}) = 19$$

# Specifica di un distributore automatico

- stock: articoli correntemente nella macchina. Ad es

stock = {wispa  $\mapsto$  5, crisps  $\mapsto$  1, kitkat  $\mapsto$  3}

- float: monete correntemente nella macchina. Ad es

float = {100  $\mapsto$  5, 20  $\mapsto$  3, 10  $\mapsto$  1, 2  $\mapsto$  45,  
1  $\mapsto$  13}

# Specifica di un distributore automatico

$$\Delta \text{VendingMachine} \cong \text{VendingMachine} \wedge \text{VendingMachine}'$$

$$\exists \text{VendingMachine} \cong \Delta \text{VendingMachine} \mid$$

$$\text{coin}' = \text{coin} \wedge$$

$$\text{cost}' = \text{cost} \wedge$$

$$\text{stock}' = \text{stock} \wedge$$

$$\text{float}' = \text{float}$$

# Specifica di un distributore automatico

Success\_\_\_\_\_

rep!: Report

rep! = 'Okay'

InitVendingMachine\_\_\_\_\_

VendingMachine'

coin' = { }

cost' = { }

stock' = [ ]

float' = [ ]

# Assegnare un prezzo ad un articolo

Price

$\Delta$ VendingMachine

item?: Good

price?:  $\mathbb{N}_1$

cost' = cost  $\oplus$  {item?  $\mapsto$  price?}

coin' = coin

stock' = stock

float' = float

L'operazione ha sempre successo, quindi

DoPrice  $\cong$  Price  $\wedge$  Success



# Aggiungere una moneta

Aggiungere una moneta all'insieme delle monete accettabili.

Accept

$\Delta$ VendingMachine

$c?: \mathbb{N}_1$

$c? \notin \text{coin}$

$\text{coin}' = \text{coin} \cup \{c?\}$

$\text{cost}' = \text{cost}$

$\text{stock}' = \text{stock}$

$\text{float}' = \text{float}$

# Caso in cui la moneta sia già accettabile

AlreadyAcceptable

$\exists$ VendingMachine

$c?: \mathbb{N}_1$

rep!: Report

$c? \in \text{coin}$

rep! = 'Coin already acceptable'

$\text{DoAccept} \cong \text{Accept} \wedge \text{Success}$

$\vee$

AlreadyAcceptable

# Rifornimento di articoli

## ReStock

$\Delta$ VendingMachine

new?: bag Good

$\text{dom new?} \subseteq \text{dom cost}$

$\text{stock}' = \text{stock} \uplus \text{new?}$

$\text{coin}' = \text{coin}$

$\text{cost}' = \text{cost}$

$\text{float}' = \text{float}$

# Rifornimento di articoli

ReStock fallisce se si tenta di aggiungere degli articoli che non hanno prezzo

GoodsNotPriced

$\exists$ VendingMachine

new?: bag Good

rep!: Report

$\neg(\text{dom new?} \subseteq \text{dom cost})$

rep! = 'Some goods not priced'

$\text{DoReStock} \cong \text{ReStock} \wedge \text{Success}$

$\vee$

GoodsNotPriced

# Rifornimento di articoli

Definiamo la funzione `sum` che calcola il valore totale di un bag di numeri

$$\text{sum } \{2 \mapsto 7, 5 \mapsto 3\} = 14 + 15 = 29$$

$\text{sum}: \text{bag } \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$\forall i, j: \mathbb{N}; L: \text{bag } \mathbb{N} \bullet$

$\text{sum } [] = 0 \wedge$

$\text{sum}(\{i \mapsto j\} \cup L) = i * j + \text{sum } L$

Questa notazione è chiamata descrizione assiomatica

# Definizioni generiche

- Definiscono una famiglia di variabili, funzioni o relazioni in base ad uno o più tipi generici  $X$  che devono poi essere istanziati a tipi specifici quando gli identificatori sono usati.
- Definiamo la relazione "sub-bag" ( $\subseteq_{\text{bag}}$ ) analogo della relazione sottoinsieme per i bag  
 $\{\text{wispa} \mapsto 2, \text{crisps} \mapsto 1\} \subseteq_{\text{bag}} \{\text{wispa} \mapsto 5, \text{crisps} \mapsto 1, \text{kitkat} \mapsto 3\}$

# Definizioni generiche

[X]

$\_ \subseteq_{\text{bag}} \_ : \text{bag } X \leftrightarrow \text{bag } X$

$\forall L, M : \text{bag } X \bullet$

$L \subseteq_{\text{bag}} M \Leftrightarrow (\forall x : X \bullet \text{count } L \ x \leq \text{count } M \ x)$

Il box usato in questa definizione

[X]

$x : X$

P

introduce una definizione generica in Z. Definisce una intera famiglia di variabili  $x$  di tipo generico  $X$  che soddisfano un predicato  $P$ . Quando usiamo  $x$  dobbiamo specificare il tipo effettivo al posto di  $X$  scrivendo ad es:

$x[\mathbb{N}]$  oppure  $x[\text{Europe}]$

Quando  $X$  si può desumere dal contesto è omissa.

# Acquistare

- Operazione di acquisto di un articolo dalla macchina
- in? monete inserite nella macchina
- item? articolo che si vuole acquistare
- out! resto

Buy

$\Delta$ VendingMachine

in?, out!: bag  $\mathbb{N}_1$

item?: Good

item?  $\in$  dom stock

sum(in?)  $\geq$  cost(item?)

dom in?  $\subseteq$  coin

out!  $\subseteq_{\text{bag}}$  float

sum(in?) = sum(out!) + cost(item?)

stock'  $\uplus$  {item?  $\mapsto$  1} = stock

float'  $\uplus$  out! = float  $\uplus$  in?

coin' = coin

cost' = cost



# Condizioni di errore sull'acquisto

## NotInStock

$\exists$ VendingMachine

item?: Good

rep!: Report

item?:  $\notin$  dom stock

rep! = 'Item not in stock'

## TooLittleMoney

$\exists$ VendingMachine

in?: bag  $\mathbb{N}$

item?: Good

rep!: Report

sum(in?) < cost(item?)

rep! = 'Insert more money'

# Condizioni di errore sull'acquisto

## ExactChangeUnavailable

$\exists$ VendingMachine

in?: bag  $\mathbb{N}$

item?: Good

rep!: Report

$\neg \exists L: \text{bag } \mathbb{N} \bullet$

$(L \subseteq_{\text{bag}} \text{float} \wedge$

$\text{sum}(\text{in}?) = \text{sum}(L) + \text{cost}(\text{item}?)$ )

rep! = 'Correct change unavailable'

## ForeignCoin

$\exists$ VendingMachine

in?: bag  $\mathbb{N}$

rep!: Report

$\neg(\text{dom } \text{in}? \subseteq \text{coin})$

rep! = 'Unacceptable coin'

# Acquisto

$\text{DoBuy} \cong \text{Buy} \wedge \text{Success}$

∨

NotInStock

∨

TooLittleMoney

∨

ExactChangeUnavailable

∨

ForeignCoin

# Ritirare il guadagno

RemoveMoney

$\Delta$ VendingMachine

profit?: bag  $\mathbb{N}$

float'  $\uplus$  profit? = float

stock' = stock

coin' = coin

cost' = cost

# Ritirare il guadagno - errori

Si ha errore se si tenta di togliere troppe monete

Profiteering

$\exists$ VendingMachine

profit?: bag  $\mathbb{N}$

rep!: Report

$\neg \exists L: \text{bag } \mathbb{N} \bullet$

$(L \uplus \text{profit?} = \text{float})$

rep! = 'Such profit non existent'

# Ritirare il guadagno

$\text{DoRemoveMoney} \cong \text{RemoveMoney} \wedge \text{Success}$

∨

Profiteering

# Esempio: ascensore

SWITCH ::= on | off  
MOVE ::= up | down

FLOORS:  $\mathbb{N}$   
FLOORS > 0

IntButtons  
IntReq : 1..FLOORS  $\rightarrow$  SWITCH

FloorsButtons  
ExtReq : 1..FLOORS  $\rightarrow$   $\mathbb{P}$  MOVE  
down  $\notin$  ExtReq(1)  
up  $\notin$  ExtReq(FLOORS)

Scheduler  
NextFloorToServe : 0..FLOORS

Elevator  
CurFloor : 1..FLOORS  
CurDirection: MOVE

# Spazio degli stati – versione 1

System

Elevator

IntButtons

FloorButtons

Scheduler

NextFloorToServe  $\neq 0$

$\Rightarrow \text{IntReq}(\text{NextFloorToServe}) = \text{on} \vee \text{ExtReq}(\text{NextFloorToServe}) \neq \emptyset$

Permette NextFloorToServe = 0 anche in presenza di richieste



# Spazio degli stati – versione 2

System

Elevator

IntButtons

FloorButtons

Scheduler

$\text{NextFloorToServe} \neq 0 \Rightarrow$

$\text{IntReq}(\text{NextFloorToServe})=\text{on} \vee \text{ExtReq}(\text{NextFloorToServe}) \neq \emptyset$

$\text{NextFloorToServe}=0 \Rightarrow$

$(\forall f : 1..\text{FLOORS} \bullet (\text{IntReq}(f)=\text{off} \wedge \text{ExtReq}(f)=\emptyset))$

Non specifica nessuna politica di scheduling.

Non garantisce che tutte le richieste siano servite.

# Spazio degli stati – versione 3

System

Elevator

IntButtons

FloorButtons

Scheduler

$\exists \text{ Pri1, Pri2, Pri3} : \mathbb{P} \ \mathbb{N} \bullet$

CurDirection = up  $\Rightarrow$

$(\text{Pri1} = \{f: 1..FLOORS \mid f \geq \text{CurFloor} \wedge (\text{IntReq}(f) = \text{on} \vee \text{up} \in \text{ExtReq}(f))\}) \wedge$

$\text{Pri2} = \{f: 1..FLOORS \mid \text{down} \in \text{ExtReq}(f) \vee (f < \text{CurFloor} \wedge \text{IntReq}(f) = \text{on})\} \wedge$

$\text{Pri3} = \{f: 1..FLOORS \mid f < \text{CurFloor} \wedge \text{up} \in \text{ExtReq}(f)\} \wedge$

$((\text{Pri1} \neq \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = \min(\text{Pri1})) \vee$

$(\text{Pri1} = \emptyset \wedge \text{Pri2} \neq \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = \max(\text{Pri2})) \vee$

$(\text{Pri1} = \emptyset \wedge \text{Pri2} = \emptyset \wedge \text{Pri3} \neq \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = \min(\text{Pri3}))$

$\vee (\text{Pri1} = \emptyset \wedge \text{Pri2} = \emptyset \wedge \text{Pri3} = \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = 0)) \wedge$

CurDirection = down  $\Rightarrow$

$(\text{Pri1} = \{f: 1..FLOORS \mid f \leq \text{CurFloor} \wedge$

$(\text{IntReq}(f) = \text{on} \vee \text{down} \in \text{ExtReq}(f))\}) \wedge$

$\text{Pri2} = \{f: 1..FLOORS \mid \text{up} \in \text{ExtReq}(f) \vee$

$f > \text{CurFloor} \wedge \text{IntReq}(f) = \text{on})\} \wedge$

$\text{Pri3} = \{f: 1..FLOORS \mid f > \text{CurFloor} \wedge \text{down} \in \text{ExtReq}(f)\} \wedge$

$((\text{Pri1} \neq \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = \max(\text{Pri1})) \vee$

$(\text{Pri1} = \emptyset \wedge \text{Pri2} \neq \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = \min(\text{Pri2})) \vee$

$(\text{Pri1} = \emptyset \wedge \text{Pri2} = \emptyset \wedge \text{Pri3} \neq \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = \max(\text{Pri3}))$

$\vee (\text{Pri1} = \emptyset \wedge \text{Pri2} = \emptyset \wedge \text{Pri3} = \emptyset \wedge \text{NextFloorToServe} = 0))$

# Operazioni su ascensore

## MoveToNextFloor

$\Delta$ System

NextFloorToServe  $\neq$  0

CurFloor  $\neq$  NextFloorToServe

CurFloor > NextFloorToServe  $\Rightarrow$

CurFloor' = CurFloor-1  $\wedge$  CurDirection'=down

CurFloor < NextFloorToServe  $\Rightarrow$

CurFloor' = CurFloor+1  $\wedge$  CurDirection'=up

$\exists$ IntButtons' =  $\exists$ IntButtons

$\exists$ FloorButtons' =  $\exists$ FloorButtons

## InternalPush

$\Delta$ System

f? : 1..FLOORS

IntReq' = IntReq  $\oplus$  {(f?  $\mapsto$  on)}

$\exists$ Elevator' =  $\exists$ Elevator

$\exists$ FloorButtons' =  $\exists$ FloorButtons

# Operazioni su ascensore

## ExternalPush

$\Delta$ System

$f? : 1..FLOORS$

$dir? : MOVE$

$ExtReq' = ExtReq \oplus \{(f? \mapsto (ExtReq(f?) \cup \{dir?\}))\}$

$\exists Elevator' = \exists Elevator$

$\exists IntButtons' = \exists IntButtons$

## ServeIntRequest

$\Delta$ System

$NextFloorToServe = CurFloor$

$IntReq(CurFloor) = on$

$IntReq' = IntReq \oplus \{(CurFloor \mapsto off)\}$

$ExtReq' = ExtReq$

$CurFloor' = CurFloor$

$CurDirection' = CurDirection$

# Operazioni su ascensore

ServeExtRequestSameDir\_\_\_\_\_

$\Delta$ System

NextFloorToServe = CurFloor

IntReq(CurFloor) = off

CurDirection  $\in$  ExtReq(CurFloor)

IntReq' = IntReq

ExtReq' = ExtReq  $\oplus$  {(CurFloor  $\mapsto$  (ExtReq(CurFloor)  $\setminus$  {CurDirection}))}

CurFloor' = CurFloor

CurDirection' = CurDirection

# Operazioni su ascensore

ServeExtRequestOtherDir

$\Delta$ System

NextFloorToServe = CurFloor

IntReq(CurFloor) = off

CurDirection  $\neq$  ExtReq(CurFloor)

IntReq' = IntReq

ExtReq' = ExtReq  $\oplus$  {(CurFloor  $\mapsto$   $\emptyset$ )}

CurFloor' = CurFloor

CurDirection' = CurDirection

SystemInit

System'

$\forall i : 1..FLOORS \bullet$  IntReq'(i) = off  $\wedge$  ExtReq'(i) =  $\emptyset$

NextFloorToServe' = 0

CurFloor' = 1

CurDirection' = up