Tecniche di controllo multivariabile

Esempi di domande per prova scritta

Controllo Ottimo – Domande aperte

- Si descriva la formulazione del problema di controllo ottimo
- Si descriva la procedura generale di risoluzione del problema di controllo ottimo
- Si descriva la formulazione del problema di controllo ottimo LQ tempo finito
- Si descriva la procedura di risoluzione del problema di controllo ottimo LQ tempo finito
- Elencare e descrivere brevemente alcune possibili definizioni dell’indice di costo per il problema di controllo ottimo

Controllo ottimo - Quiz

- Nel controllo ottimo, l'indice di comportamento J è generalmente composto da:

□ un termine costante

□ un termine relativo al costo terminale

□ un termine relativo al peso sull'evoluzione

□ un termine relativo al peso sul co-stato

- Nel controllo ottimo, la scelta degli autovalori per il sistema in retroazione soddisfa:

□ l'ottimizzazione di un indice di prestazione

□ la velocità della risposta al riferimento

□ la stabiltà

□ la verifica di vincoli sullo stato

Controllo ottimo - Formulario

- Indice di costo:

$$J := S(\mathbf{x}(tf), tf) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt$$

- Hamiltoniana:

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}, t) := f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$$

- Equazioni del co-stato e del controllo:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{x}}^T \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{u}} &= 0 \end{aligned}$$

- Condizioni al contorno:

$$\left[\mathcal{H} + \frac{\partial S}{\partial t}\right]_{t_f} \delta t_f + \left[\frac{\partial S}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda}^T(t)\right]_{t_f} \delta \mathbf{x}_f = 0$$

Controllo ottimo - Formulario

- Equazione differenziale di Riccati:

$$\dot{\mathbf{S}}(t)+\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t)+\mathbf{A}^T(t)\mathbf{S}(t)-\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{S}(t)+\mathbf{Q}(t)=0, \quad \mathbf{S}(t_f)=\mathbf{S}_f$$

Stima Ottima – Domande aperte

- Descrivere i motivi per cui si rende necessaria la stima ottima dello stato e le caratteristiche che dovrebbe possedere

- Descrivere gli osservatori asintotici dello stato in ambiente deterministico (osservatore modello e osservatore di Luenberger)

- Descrivere la formulazione del problema di stima ottima dello stato in ambiente stocastico (filtro di Kalman)

- Descrivere l’algoritmo del filtro di Kalman tempo discreto / tempo variante (condizioni non asintotiche)

Stima Ottima – Quiz

- Il filtro di Kalman stazionario è definito ottimo nel senso che:
- □ Minimizza la covarianza dell’errore di stima a regime
- □ Massimizza la covarianza dell’errore di stima a regime
- □ Minimizza l’errore di stima sull’uscita
- □ Ottimizza la covarianza del rumore di processo e del rumore di misura

- Il motivo per il quale l’osservatore di Luenberger nelle applicazioni reali non può essere progettato con autovalori arbitrariamente negativi è:
- □ Autovalori troppo negativi aumentano il tempo di assestamento
- □ Autovalori troppo negativi amplificano le sollecitazioni meccaniche
- □ Autovalori troppo negativi amplificano il rumore sulla stima
- □ Autovalori troppo negativi rendono il sistema non osservabile

Stima ottima - Formulario

- Algoritmo del filtro di Kalman tempo variante

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t+1|t)^- = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)$$

$$\boldsymbol{P}(t+1|t)^- = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{W}$$

$$\boldsymbol{L}(\mathrm{t}) = \boldsymbol{P}(t+1|t)^- \boldsymbol{C}^T (\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}(t+1|t)^- \boldsymbol{C}^T + \boldsymbol{V})^{-1}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t+1|t) = \hat{\boldsymbol{x}}(t+1|t)^- + \boldsymbol{L}(t)[\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}(t+1|t)^-]$$

$$\boldsymbol{P}(t+1|t) = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L}(t)\boldsymbol{C})\boldsymbol{P}(t+1|t)^-$$

- Equazione algebrica di Riccati duale:

$$\boldsymbol{P}_e\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_e - \boldsymbol{P}_e\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{V}^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}_e + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}^T = \boldsymbol{0}$$

Controllo non lineare – Domande aperte

- Descrivere la procedura di linearizzazione ingresso-uscita per un sistema non lineare SISO, il cui modello è espresso in forma affine

- Si descriva la procedura di progetto di un controllore Sliding Mode

- Si descriva la procedura di progetto di un controllore Sliding Mode per il sistema $\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}}, t) + u$, con $\boldsymbol{x}_d$ traiettoria desiderata

- Descrivere il metodo diretto di Lyapunov per l'analisi della stabilità di un sistema dinamico non lineare

Controllo non lineare – Quiz

- Quale proprietà deve avere un sistema non lineare SISO perché possa essere completamente linearizzato tramite feedback?

□ Deve avere almeno un punto di equilibrio

□ Deve avere almeno un punto di equilibrio asintoticamente stabile

□ Deve avere grado relativo maggiore di uno

□ Deve avere grado relativo pari all'ordine del sistema

- Il modello matematico di un sistema SISO in forma canonica di controllabilità è:

□ $x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots) + b(u, x, \dot{x}, \dots)$

□ $x^{(n)} = f(u, x, \dot{x}, \dots)$

□ $x^{(n)} = f(u, x, \dot{x}, \dots) + b(x, \dot{x}, \dots)u$

□ $x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots) + b(x, \dot{x}, \dots)u$

Controllo non lineare – Formulario

- Derivata di Lie:

$$L_{\boldsymbol{f}}h = \frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{f}$$

- Superficie di sliding S(t):

$$s(\boldsymbol{e}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e = 0$$