TECNICHE DI CONTROLLO MULTIVARIABILE - PROVA SCRITTA 30/01/2020

Studente: ____

e-mail: ____

Domande aperte

1. Si descriva l'usuale implementazione dell'algoritmo del filtro di Kalman tempo-discreto tempo-variante (condizioni non asintotiche) e l'effetto del rumore sulla stima prodotta (3 punti)
2. Si descriva la formulazione e la procedura di risoluzione del problema di controllo ottimo LQ tempo finito (3 punti)

Quiz (1 punto a domanda)

1. Un punto singolare è detto fuoco stabile se:
   - ☐ Rappresenta un punto di convergenza delle traiettorie, senza modi oscillatori.
   - ☐ Rappresenta un punto di convergenza delle traiettorie, con modi oscillatori.
   - ☐ Rappresenta il centro di traiettorie chiuse ellittiche.
   - ☐ Solo due particolari traiettorie sono convergenti verso di esso.
2. Il filtro di Kalman stazionario è definito ottimo nel senso che:
   - ☐ Minimizza la covarianza dell'errore di stima a regime
   - ☐ Massimizza la covarianza dell'errore di stima a regime
   - ☐ Minimizza l'errore di stima sull'uscita
   - ☐ Minimizza la covarianza del rumore di processo e del rumore di misura
3. Con riferimento alla procedura di risoluzione di un problema di controllo ottimo, la soluzione del sistema costituito dalle equazioni di stato e co-stato è denominata "two-point boundary value problem" perché:
   - ☐ l'indice di comportamento comprende sia un peso sullo stato finale (costo terminale), sia un peso sull'evoluzione nell'intervallo temporale considerato.
   - ☐ Le condizioni al contorno necessarie per la soluzione sono condizioni iniziali per le variabili di stato e condizioni finali per le variabili di co-stato.
   - ☐ L'istante finale e il valore dello stato finale sono liberi.
   - ☐ Nell'indice di costo l'integrale relativo al peso sull'evoluzione viene valutato fra un'istante iniziale e uno finale.
4. Il metodo della linearizzazione secondo Lyapunov per l'analisi di un sistema non lineare afferma che:
   - ☐ se il sistema approssimato linearmente è strettamente stabile, allora il punto di equilibrio è asintoticamente stabile per il sistema non lineare
   - ☐ se il sistema approssimato linearmente è instabile, allora il punto di equilibrio è instabile per il sistema non lineare
   - ☐ se il sistema approssimato linearmente è marginalmente stabile, allora il punto di equilibrio è stabile ma non asintoticamente stabile per il sistema non lineare
   - ☐ se il sistema approssimato linearmente è marginalmente stabile, allora non è possibile trarre conclusioni sul punto di equilibrio per il sistema non lineare

FORMULARIO STIMA OTTIMA

- Algoritmo del filtro di Kalman tempo variante:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t+1|t)^- = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)$$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t})^- = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{t}-\mathbf{1})\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{W}$$

$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t})^-\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t})^-\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{V})^{-\mathbf{1}}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t}) = \hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t})^- + \boldsymbol{L}(\boldsymbol{t})[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t}) - \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t})^-]$$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t}) = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L}(\boldsymbol{t})\boldsymbol{C})\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}|\boldsymbol{t})^-$$

FORMULARIO CONTROLLO LQ (tempo finito)

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(t_f)\mathbf{S}_f\mathbf{x}(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t)dt$$

:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t) + \frac{1}{2}\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\big(\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)\big)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{u}} = 0 \rightarrow \mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t) = 0 \rightarrow \mathbf{u}^\star(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\boldsymbol{\lambda}(t)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{\partial \mathcal{H}^{\star T}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = -\frac{\partial \mathcal{H}^{\star T}}{\partial \mathbf{x}}$$