CONTROLLO DI SISTEMI ROBOTICI

- Controllo di Robot Antropomorfi
- Controllo di Robot Mobili

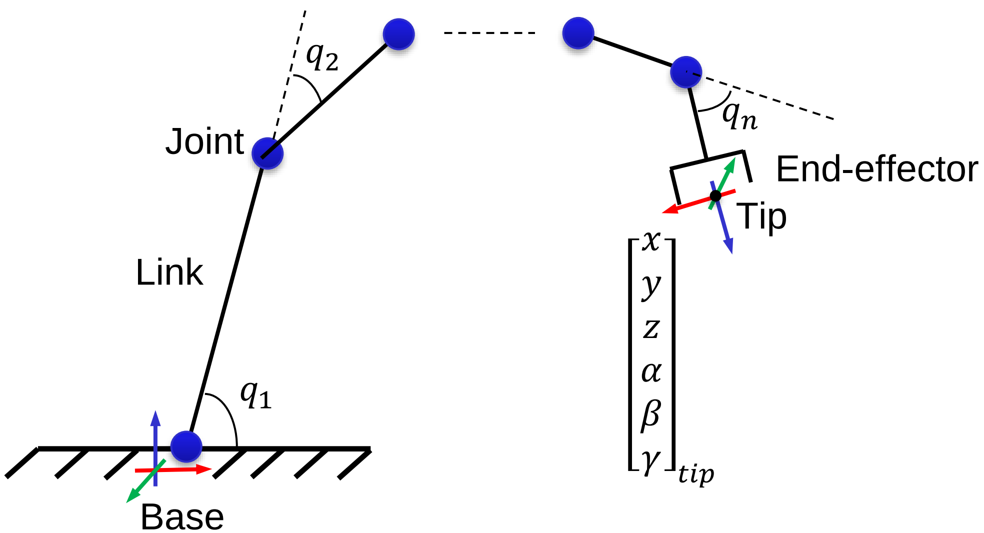
Testo di approfondimento

- Siciliano, B., SciaviccoL., Villani L., Oriolo G., **Robotica, Modellistica pianificazione e controllo**, Mac Graw-Hill 2008.

Ringraziamenti:

Si ringrazia il Prof. Cristian Secchi dell'Università di Modena e Reggio Emilia, dalle cui presentazioni è tratto parte del materiale contenuto in queste slides.

Robot Antropomorfo



- $q_{1\dots n}$: posizioni angolari dei giunti
- $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$: rappresentano posizione (x, y, z) e orientamento (α, β, γ) del sistema di riferimento *Tip* rispetto al sistema di riferimento *Base*

- Il Robot Antropomorfo è un manipolatore seriale, costituito da una catena cinematica in cui ogni link è connesso al successivo tramite un giunto motorizzato che consente la rotazione relativa dei link attorno ad un asse

- Alla fine della catena cinematica (end-effector) è presente uno strumento per la manipolazione, per esempio una pinza cui è solitamente associato un sistema di riferimento cartesiano, per esempio centrato nel punto di grasping (Tip)

Cenni di cinematica

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \longrightarrow$$ Vettore delle variabili di giunto

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_6 \end{bmatrix} \longrightarrow$$ Configurazione dell'end-effector nello spazio cartesiano

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} \longrightarrow$$ *twist* dell'end-effector, composto da velocità lineare $\dot{\boldsymbol{p}}$ e velocità angolare $\dot{\boldsymbol{\omega}}$

- Cinematica diretta e inversa:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q}) \\ \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}^{-1}(\boldsymbol{x}) \end{cases}$$

- Cinematica differenziale diretta e inversa:

$$\begin{cases} \boldsymbol{v} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} \end{cases} \longrightarrow$$ $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})$ *Jacobiano* del robot

Cenni di cinematica

- La soluzione del problema cinematico diretto permette di ricavare la configurazione dell’end-effector nello spazio cartesiano (detto anche spazio operativo o task-space) in funzione della configurazione del robot nello spazio dei giunti;
- La soluzione del problema cinematico differenziale diretto permette di ricavare le velocità lineari e angolari dell’end-effector in funzione delle posizioni e delle velocità dei giunti, per mezzo della matrice Jacobiana del manipolatore
- I problemi diretti hanno soluzione univoca
- I problemi inversi:
  - Presentano equazioni non-lineari di cui non è sempre possibile trovare una soluzione analitica;
  - Possono avere soluzioni multiple;
  - Possono avere infinite soluzioni (n>6 manipolatore ridondante);
  - Possono non esistere soluzioni ammissibili

Modello dinamico del robot antropomorfo

- Il modello dinamico del robot antropomorfo (modello di Eulero-Lagrange) è rappresentato dalla seguente equazione:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{J}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{a}}$$

- Generalizza le equazioni di Newton per una massa in rotazione attorno ad un asse soggetta alla forza di gravità (pendolo), nel caso di più masse interconnesse.

- Si tratta di un modello NON LINEARE stazionario in cui:

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

Lo stato del sistema è dato dalle variabili q, posizione angolare dei giunti

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix}$$

L’ingresso è dato dalle coppie comandate ai motori dei giunti

Modello dinamico del robot antropomorfo

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{J}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{a}}$$

- $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$ Matrice d'inerzia. Tiene conto dell'effetto delle masse dei vari link. Dipende dalla posizione.
- $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ Tiene conto degli effetti dinamici introdotti dal moto relativo dei link (forze centrifughe e forze di Coriolis). Dipende dalla posizione e dalla velocità
- $\boldsymbol{D}$ Tiene conto degli attriti che ostacolano il movimento dei giunti
- $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ Tiene conto dell'effetto della gravità. Dipende dalla posizione
- $\boldsymbol{J}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{a}}$ Contributo delle forze scambiate tra robot e ambiente esterno

Controllo di Robot Antropomorfi

- **Controllo di posizione**: portare il robot in una determinata posizione target (regolazione) o fargli seguire una certa traiettoria (tracking). Il target può essere espresso nello spazio dei giunti $\boldsymbol{q}_d$ o nello spazio operativo $\boldsymbol{x}_d$
- **Controllo di interazione**: controllare il modo in cui il robot interagisce con l'ambiente esterno o l'operatore (physical Human-Robot Interaction, pHRI) attraverso le forze scambiate

Controllo di posizione

Controllo decentralizzato (a giunto indipendente): ogni singolo giunto è considerato un sistema SISO indipendente. Gli effetti degli accoppiamenti tra giunti sono considerati dei disturbi

Controllo centralizzato: si tiene esplicitamente conto dell'accoppiamento tra i giunti che implica la dinamica non lineare del robot (sistema MIMO non lineare)

Controllo centralizzato

- Il controllo centralizzato considera il robot nel suo insieme e affronta i problemi di regolazione e tracking con tecniche di controllo non lineare

- Le performance che si ottengono sono superiori rispetto al controllo decentralizzato. Pertanto il controllo centralizzato diventa indispensabile quando si ha a che fare con applicazioni avanzate (controllo di interazione) o traiettorie molto veloci da seguire.

Controllo centralizzato

PD + compensazione di gravità | Controllo a dinamica inversa

Controllo PD con compensazione di gravità

- Si utilizza per applicazioni in cui è richiesto il raggiungimento di una specifica posa dell'end-effector, per esempio applicazioni *pick-and-place* (afferrare un oggetto in una posizione e rilasciarlo in un'altra)
- Combina l'azione di un controllore PD con un termine il cui scopo è compensare le non linearità introdotte dagli effetti della gravità nel modello dinamico
- Risolve il problema di regolazione: porta il manipolatore in una configurazione globalmente asintoticamente stabile.

Controllo PD con compensazione di gravità

- Modello dinamico considerato (il manipolatore si muove liberamente nell'ambiente allora il contributo delle forze ambientali è nullo $\boldsymbol{F_a} = \mathbf{0}$)

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

- L'obbiettivo è quello di raggiungere una configurazione desiderata nello spazio dei giunti $\boldsymbol{q}_d = [q_{1d}, \cdots, q_{nd}]^T$
- Il controllore deve garantire che lo stato $\boldsymbol{q}_d$ sia un punto di equilibrio asintoticamente stabile
- L'idea è quella di costruire $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\tau}$ in modo che compensi l'effetto della gravità nella dinamica del sistema e introduca un'azione che porti il sistema nella configurazione desiderata

Controllo PD con compensazione di gravità

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K_p}(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{q_d}) - \boldsymbol{K_d}\,(\dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}})$$

- $\boldsymbol{K_p}$ è una matrice definita positiva con elementi scelti dal progettista, interpretabile come l'introduzione di effetti elastici (molle) virtuali. Incide sulla stabilità
- $\boldsymbol{K_d}$ è una matrice definita positiva con elementi scelti dal progettista, interpretabile come l'introduzione di attriti (smorzatori) virtuali. Incide sulla velocità di convergenza verso la stabilità

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K_p}(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{q_d}) + \boldsymbol{K_d}\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{0}$$

- Per questa dinamica la condizione $\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{q_d}$ costante è una condizione di equilibrio.
- Per risolvere il problema di regolazione bisogna dimostrare che $\boldsymbol{q_d}$ è asintoticamente stabile
- Ciò è dimostrabile utilizzando il secondo metodo di Lyapunov

Dimostrazione della stabilità globale asintotica

- Si consideri la variabile $\bar{q} = q_d - q$ con $\dot{\bar{q}} = -\dot{q}$
- La funzione rappresentativa dell'energia del sistema è globalmente definita positiva:

$$V(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\bar{q}}^T M(q)\dot{\bar{q}} + \frac{1}{2}\bar{q}^T K_p \bar{q}$$

Energia cinetica　　　　Energia potenziale elastica

- La sua derivata lungo le traiettorie del sistema è globalmente definita negativa:

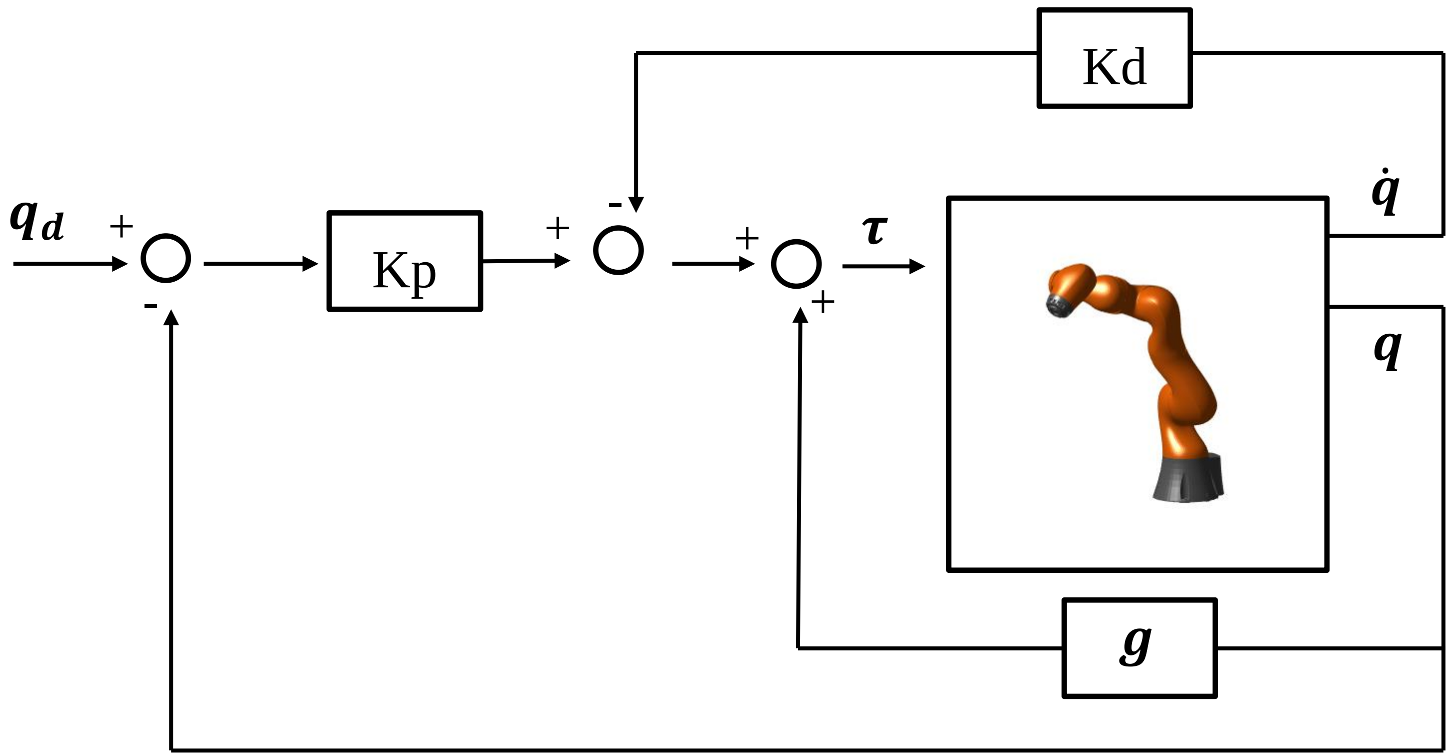
$$\dot{V}(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = -\dot{\bar{q}}^T (D + K_d)\dot{\bar{q}}$$

- Inoltre vale:

$$V(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) \to \infty \text{ per } \|\bar{q}, \dot{\bar{q}}\| \to \infty$$

- La configurazione $\bar{q}, \dot{\bar{q}} = \mathbf{0}$ è globalmente asintoticamente stabile

Schema di controllo



- Azione di controllo:

$$\tau = g(q) - K_p(q - q_d) - K_d\, \dot{q}$$

Controllo a dinamica inversa

- Si tratta di una strategia di controllo centralizzata
- Risolve il problema di tracking di una traiettoria desiderata
- **Richiede una conoscenza accurata del modello dinamico del manipolatore**
- Utilizza la tecnica di cancellazione delle non linearità tramite feedback (feedback linearization)

Controllo a dinamica inversa

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \quad \Rightarrow \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v}$$

- N.B. : **La matrice d'inerzia è sempre invertibile** (proprietà notevole dei robot manipolatori). Allora, moltiplicando entrambi i termini per $\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{q})$ si ottiene:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{v}$$

- Tale azione di controllo consente di linearizzare il sistema robot globalmente, trasformandolo in una sistema LTI MIMO

Controllo a dinamica inversa

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v}$$

- N.B. : **La matrice d'inerzia è sempre invertibile** (proprietà notevole dei robot manipolatori). Allora, moltiplicando entrambi i termini per $\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{q})$ si ottiene:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{v}$$

- Tale azione di controllo consente di linearizzare il sistema robot globalmente, trasformandolo in una sistema LTI MIMO

- $\boldsymbol{v}$ rappresenta un nuovo vettore d'ingresso, il cui valore potrà essere determinato per risolvere il problema di tracking di una traiettoria desiderata $\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{d}}(t)$

Controllo a dinamica inversa

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{v} \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

- Il nuovo sistema è lineare e disaccoppiato rispetto a $\boldsymbol{v}$, cioè la componente i-esima dell'ingresso influenza l'evoluzione unicamente della i-esima variabile di stato

- Ora ponendo:

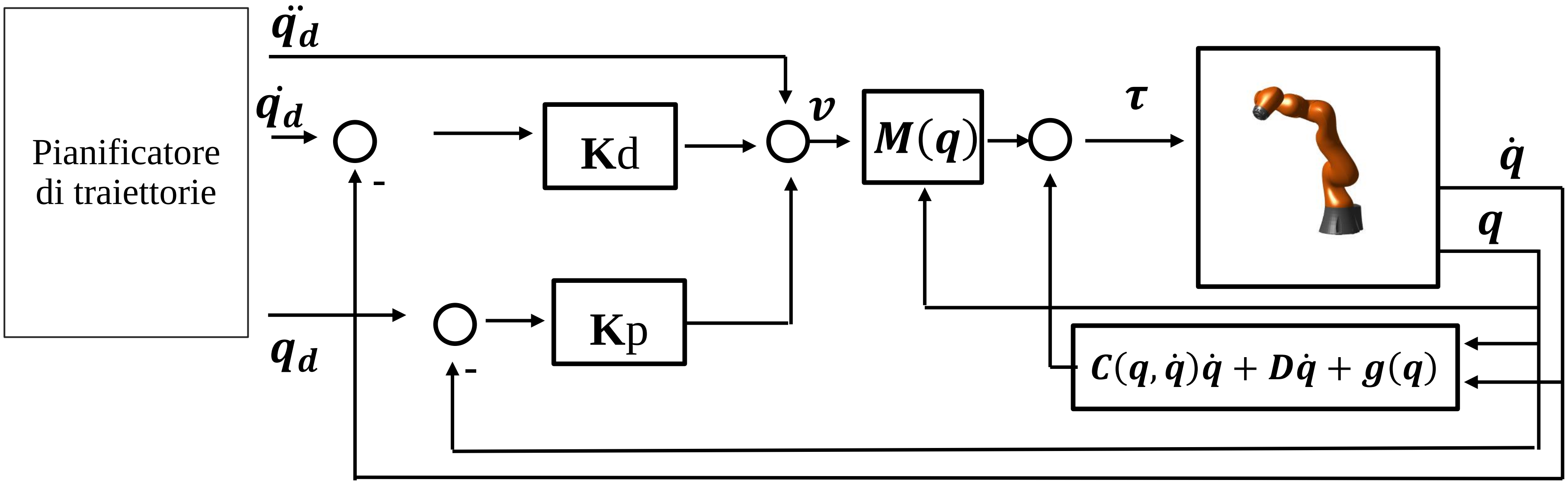
$$\boldsymbol{q} - \boldsymbol{q_d} = \boldsymbol{e}$$

$$\boldsymbol{v} = \ddot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}} - \boldsymbol{K}_d(\dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{d}}) - \boldsymbol{K}_p(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{q_d})$$

- Con $\boldsymbol{K}_p$ e $\boldsymbol{K}_d$ matrici definite positive, si ottiene la dinamica globalmente asintoticamente stabile, la cui velocità di convergenza può essere arbitrariamente scelta, nei limiti delle capacità degli attuatori

$$\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K_d}\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K_p}\boldsymbol{e} = \boldsymbol{0}$$

Schema di controllo



$$\tau = M(q)v + C(q,\dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q)$$

$$v = \ddot{q}_d - K_d(\dot{q} - \dot{q}_d) - K_p(q - q_d)$$