



Tecniche di controllo multivariabile

**Progetto di un sistema di controllo LQ e
confronto con il controllo con retroazione dello
stato (assegnamento autovalori)**

Controllo di un motore DC

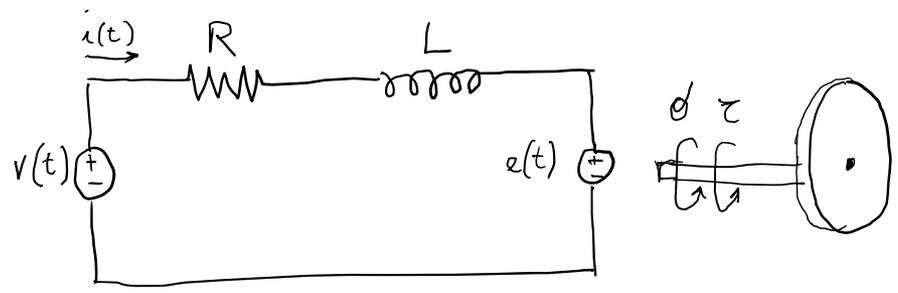
Contesto

- Un motore elettrico DC movimentata un carico che deve essere mantenuto in una certa posizione
- Il carico si trova inizialmente fermo in posizione angolare nota (non nulla)
- Il sistema integra sensori che misurano posizione, velocità del carico e la corrente del motore

Specifiche

- Si vuole movimentare il carico fermandolo nella posizione angolare desiderata (nulla)
- Si desidera minimizzare l'errore di tracking e lo sforzo di controllo (consumo energetico del motore)

Modello del sistema



Motore: circuito equivalente

Carico

- $\theta = x_1$ posizione angolare del carico
- $\dot{\theta} = x_2$ velocità angolare del carico
- $i = x_3$ corrente del circuito del motore
- $v = u$ tensione applicata ai morsetti del motore

Parametri

- J momento d'inerzia del carico riportato all'albero motore
- b coefficiente di attrito viscoso
- K_e costante elettrica del motore
- K_t costante di coppia del motore
- R, L resistenza e induttanza equivalenti del circuito d'armatura del motore

Equazioni

$$J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) = K_t i(t)$$

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + K_e \dot{\theta}(t)$$

Matrici A,B e parametri realistici

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{J} & \frac{K}{J} \\ 0 & -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

\downarrow \downarrow

A **B**

- $J = 3.2284 \cdot 10^{-6} \text{ Kgm}^2$
- $b = 3.5077 \cdot 10^{-6} \text{ Nms}$
- $K_e = 0.0274 \frac{\text{Vs}}{\text{rad}}$
- $K_\tau = 0.0274 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$
- $R = 4 \Omega$
- $L = 9.89 \cdot 10^{-5} \text{ H}$

Script di inizializzazione 1/2

```
%% parametri motore

J = 3.2284e-6; % Kgm^2 momento d'inerzia del carico riportato
all'albero motore
b = 3.5077e-6; % Nms coefficiente d'attrito viscoso
Kb = 0.0274; % V/rad/s costante elettrica del motore
Kt = 0.0274; % Nm/A costante di coppia del motore
R = 4; % ohm resistenza equivalente del circuito del motore
L = 9.89e-5; % H induttanza equivalente del circuito del motore

K = Kt;

%% Matrici A,B

A = [0 1 0; 0 -b/J K/J; 0 -K/L -R/L];
B = [0;0;1/L];

%% Condizioni iniziali

x0 = [1;0;0];
```

Script di inizializzazione 2/2

```
%% Piazzamento degli autovalori
```

```
r = rank(ctrb(A,B));
```

```
p1 = -500;
```

```
p2 = -600;
```

```
p3 = -800;
```

```
K1 = place(A,B,[p1, p2, p3]);
```

```
%% Matrici di penalizzazione
```

```
xM = [1;30;5];
```

```
uM = 24;
```

```
Q = 1/3*diag([1/abs(xM(1))^2 1/abs(xM(2))^2 1/abs(xM(3))^2]);
```

```
R = 1/abs(uM)^2;
```

```
[KLQ,S,e] = lqr(A,B,Q,R,0);
```

$r = 3$, il sistema è completamente controllabile, è possibile assegnare arbitrariamente i tre autovalori.

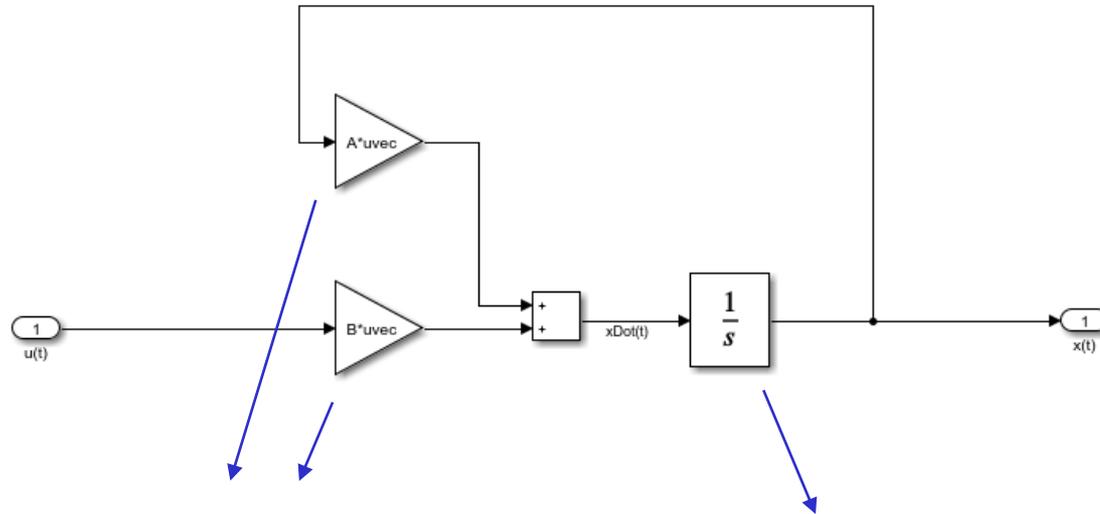
Dati A,B e gli autovalori desiderati calcola il guadagno K tale che il sistema chiuso un retroazione con $u=-Kx$ abbia tali autovalori.

Dati A,B,Q,R (e N=0) calcola il guadagno di Kalman, che risolve il problema di regolazione LQ tempo infinito.

$$K1 = [2.7967 \quad -0.0137 \quad -3.8122]$$

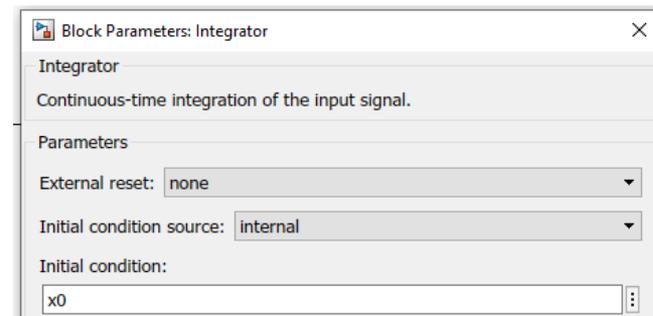
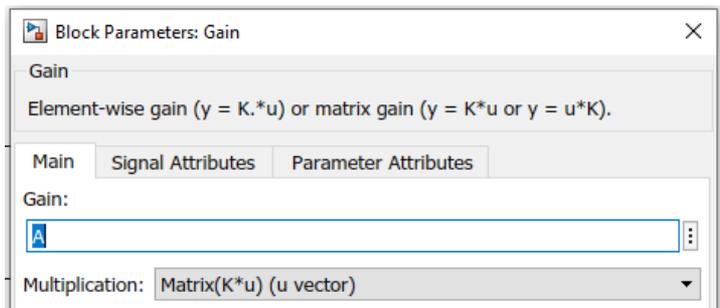
$$KLQ = [13.8564 \quad 0.4518 \quad 0.9435]$$

Simulink: blocco sistema (motore)



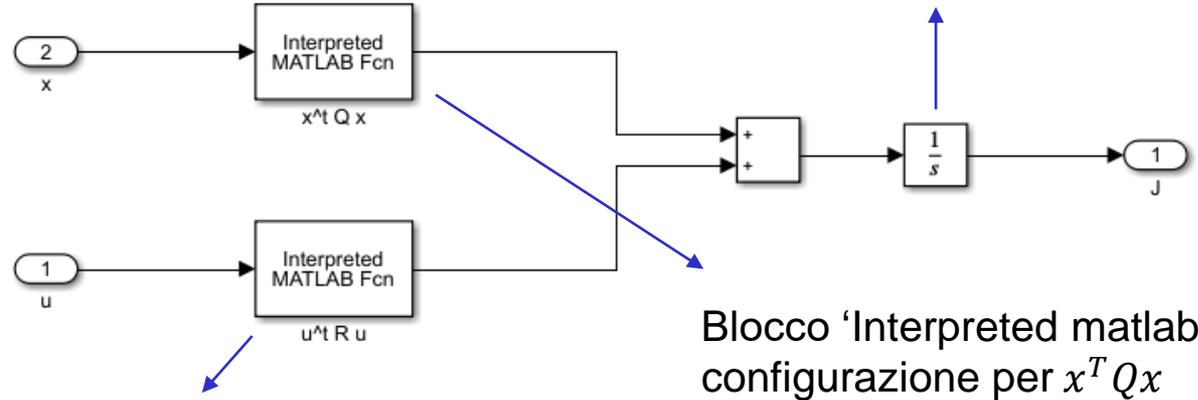
Blocchi 'Gain', configurazione per prodotto matrice-vettore

Blocco 'Integrator', configurare le condizioni iniziali:



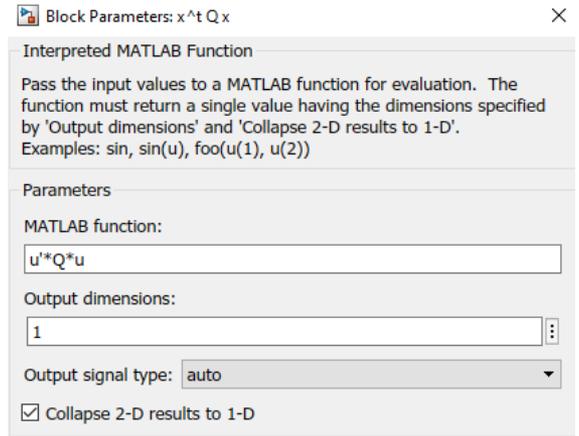
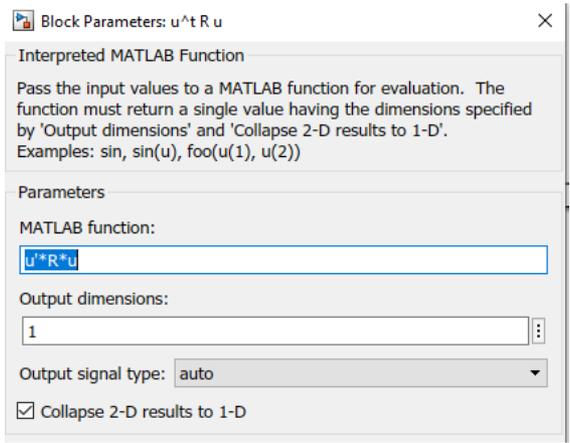
Simulink: blocco indice di costo

Condizioni iniziali con Q,R diagonali:
 $f_0(0) = (Q_{1,1}x_{10}^2 + Q_{2,2}x_{20}^2 + Q_{3,3}x_{30}^2 + Ru_0^2)$



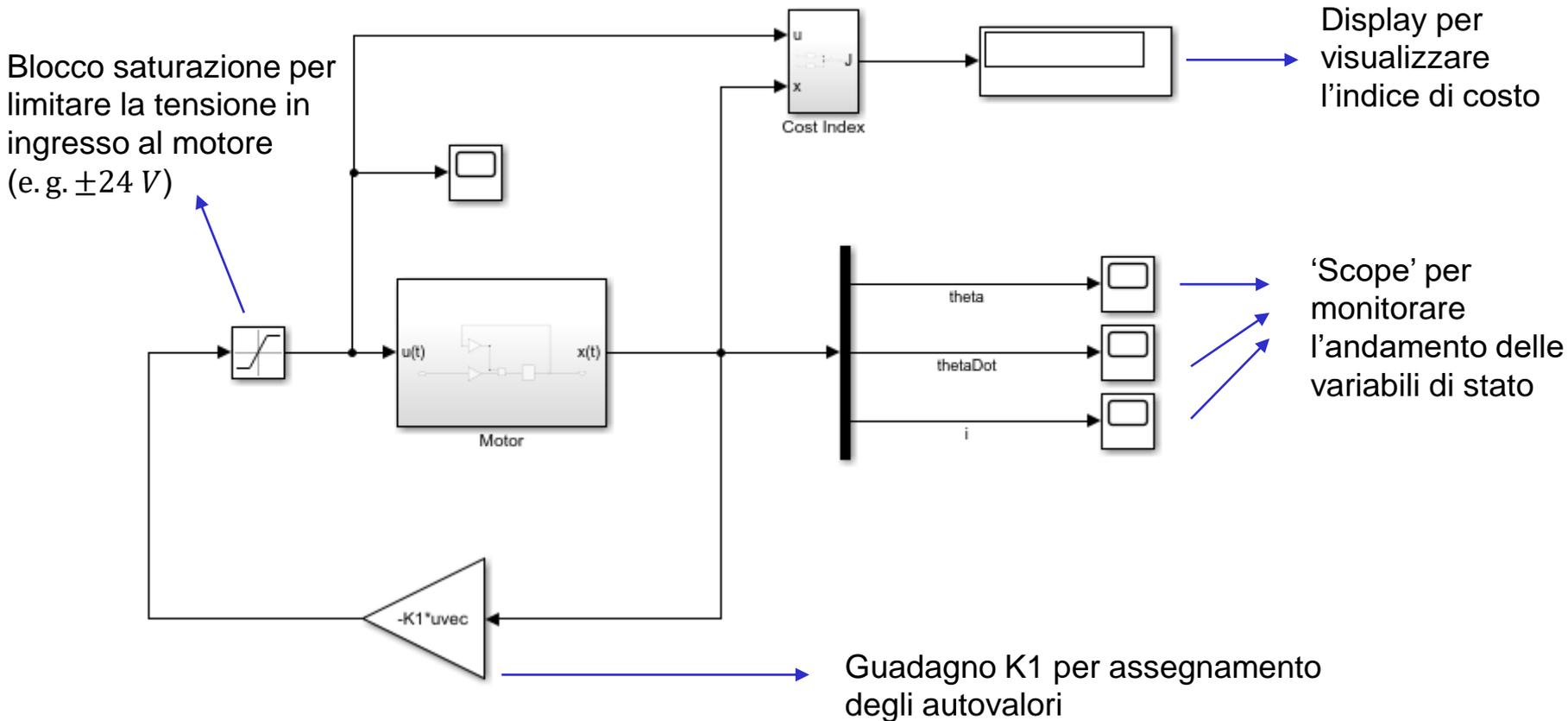
Blocco 'Interpreted matlab fcn',
 configurazione per $u^T R u$

Blocco 'Interpreted matlab fcn',
 configurazione per $x^T Q x$



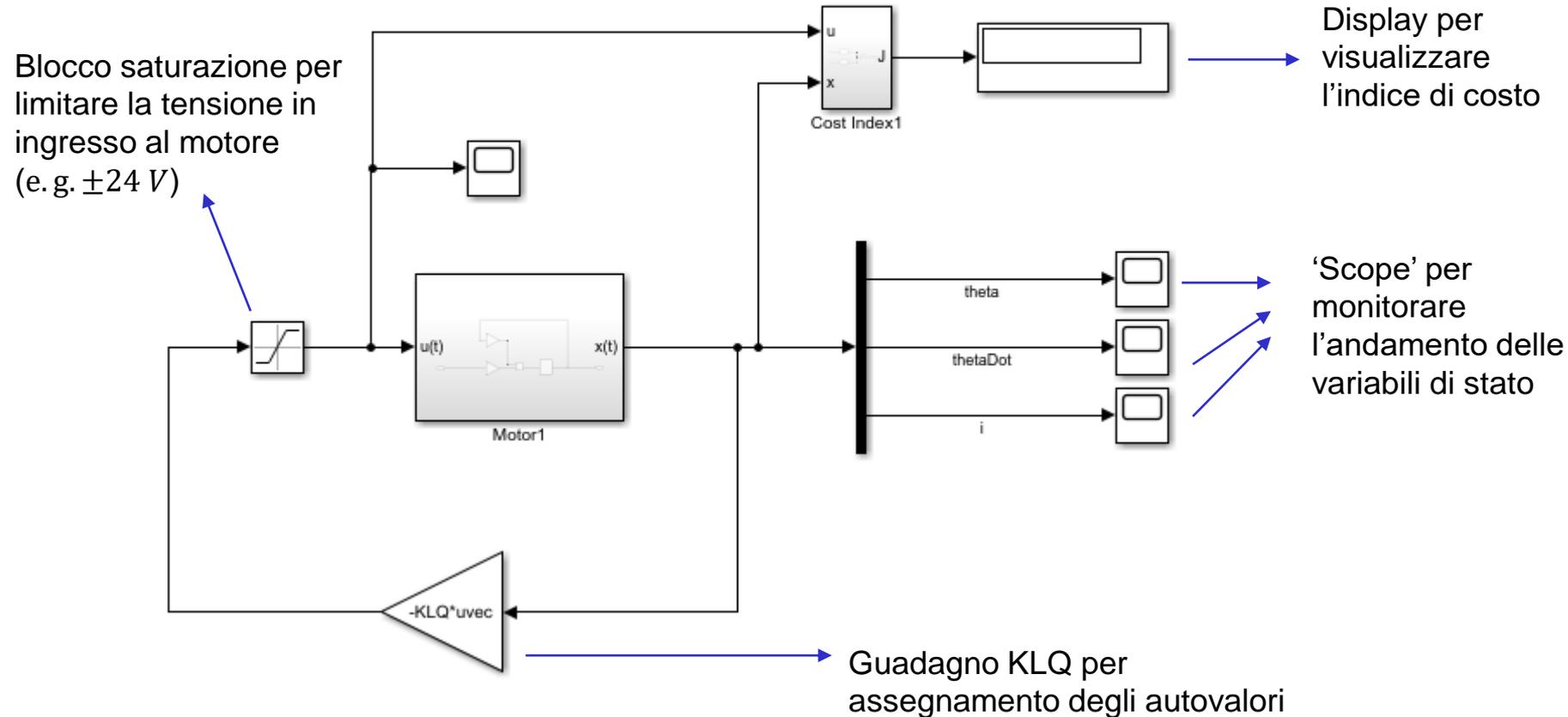
Simulink: controllo con retroazione dello stato

Piazzamento autovalori



Simulink: controllo LQ

Regolatore LQ



Simulink: confronto assegnamento autovalori vs LQ

Assegnamento autovalori

LQ

