TECNICHE DI CONTROLLO MULTIVARIABILE

- Feedback Linearization per sistemi in forma canonica di controllabilità

Regolazione del pendolo non smorzato

Modello considerato:

$$mR^2\ddot{\theta} + mgR\sin(\theta) = \tau$$

- Legge di controllo:

$$\tau = -K_p\theta - K_d\dot{\theta} + mgR\sin(\theta)$$

- Dinamica linearizzata:

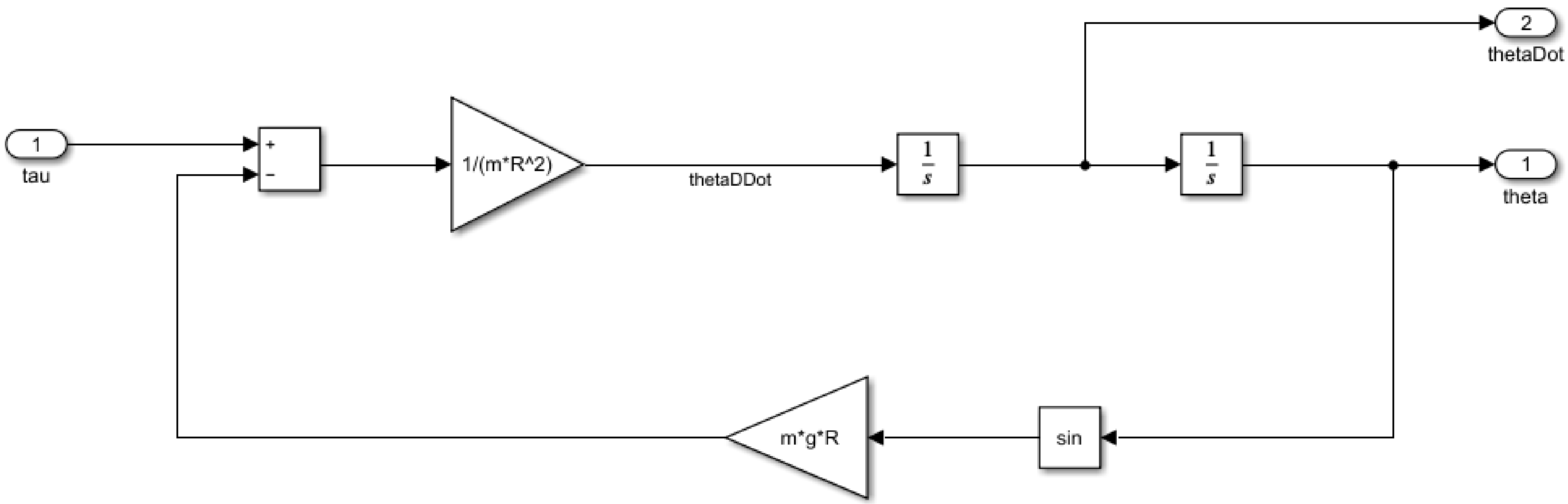
$$mR^2\ddot{\theta} + K_d\dot{\theta} + K_p\theta = 0$$

Script di inizializzazione

```
%% Parametri pendolo
m = 2;
R = 1;
g = 9.81;

x0 = [0.2;0.1]; % theta0, thetaDot0

%% Regolatore
Kp = 10;
Kd = 5;
```

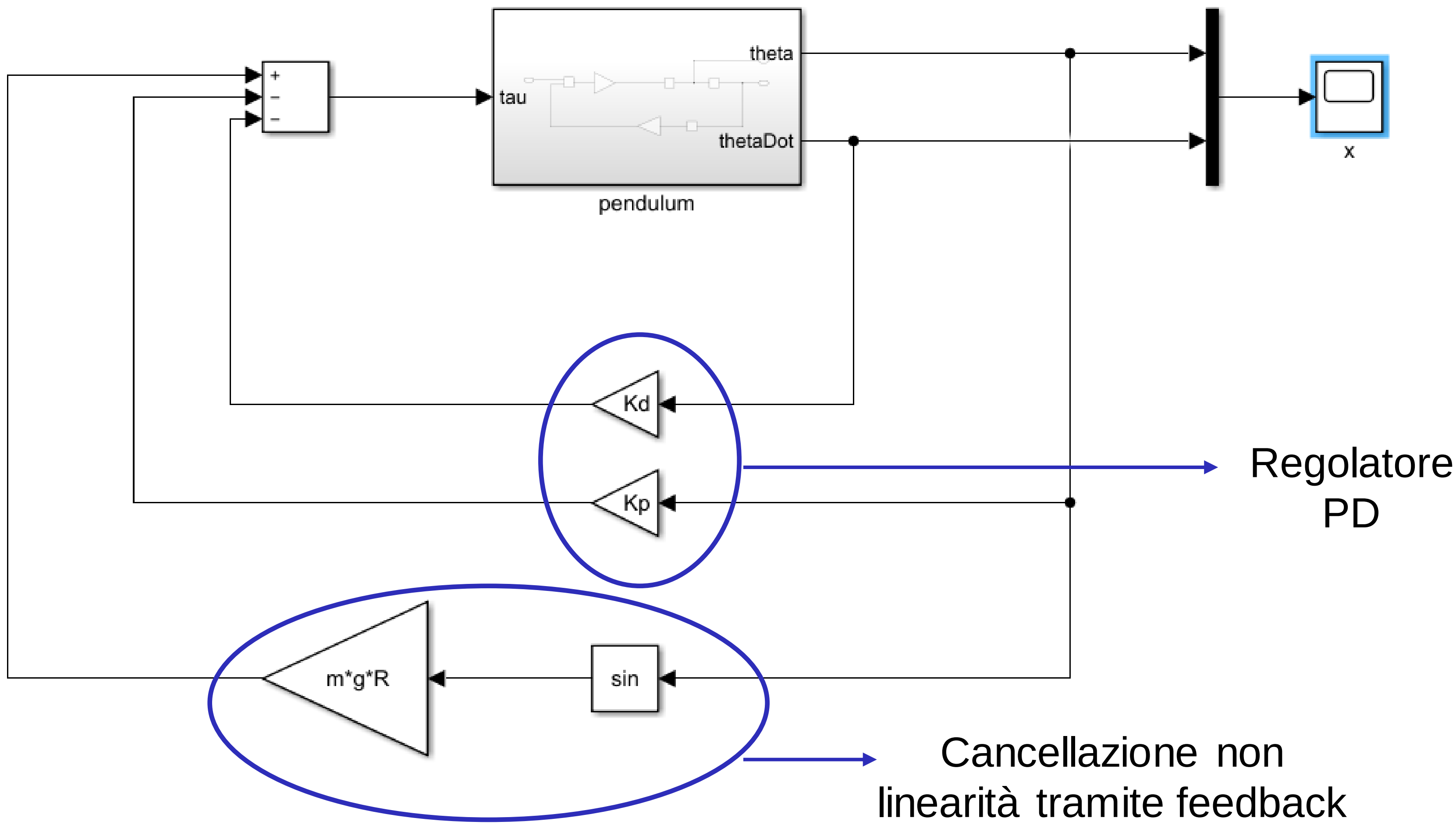
Modello Simulink del pendolo non smorzato

- Modello Simulink sistema:



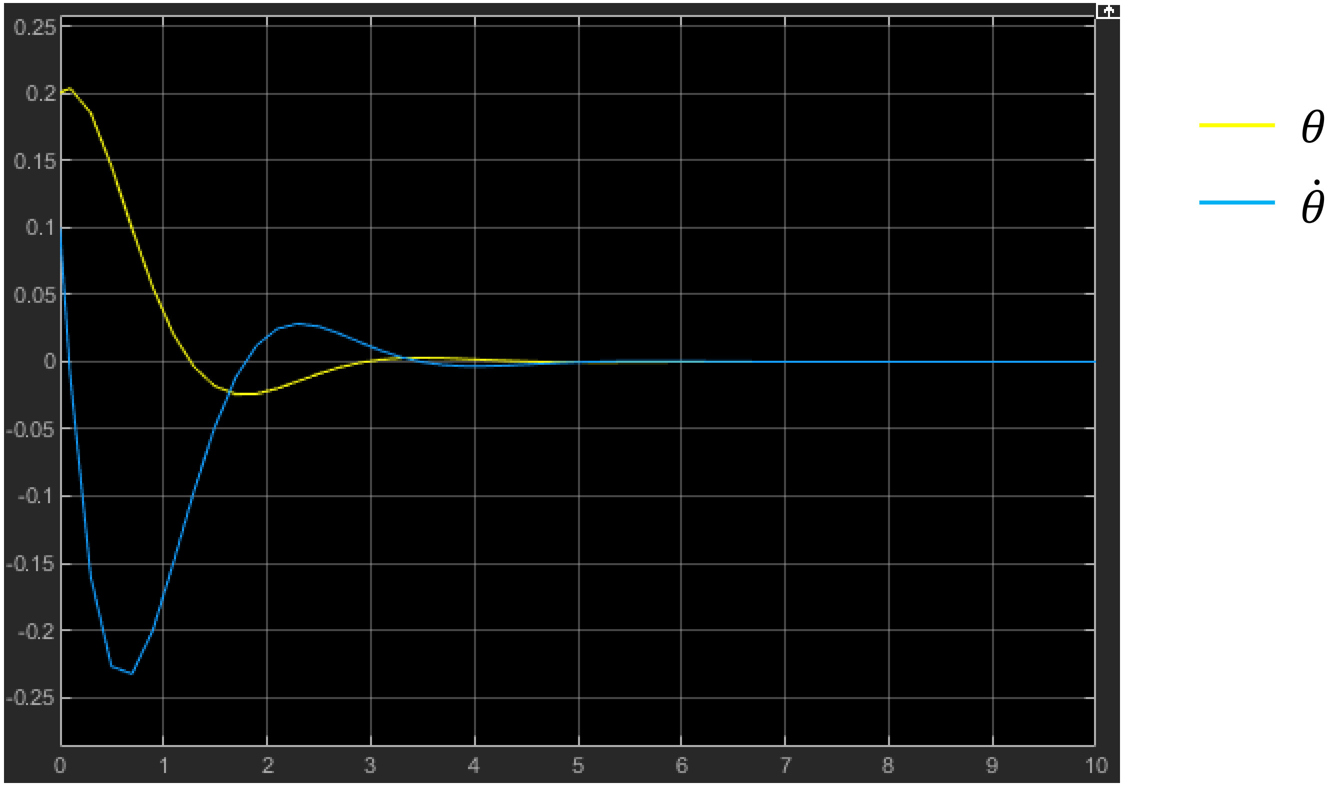
Controllo con cancellazione delle non linearità

- Schema di controllo:



Risultati regolazione pendolo

Andamento dello stato



Tracking del pendolo

- Modello considerato:

$$mR^2\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgR\sin(\theta) = \tau$$

Legge di controllo:

$$\tau = mR^2 v + b\dot{\theta} + mgR\sin(\theta)$$

$$v = \ddot{\theta}_d - K_d\left(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d\right) - K_p(\theta - \theta_d)$$

- Dinamica linearizzata:

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e = 0$$

Script di inizializzazione

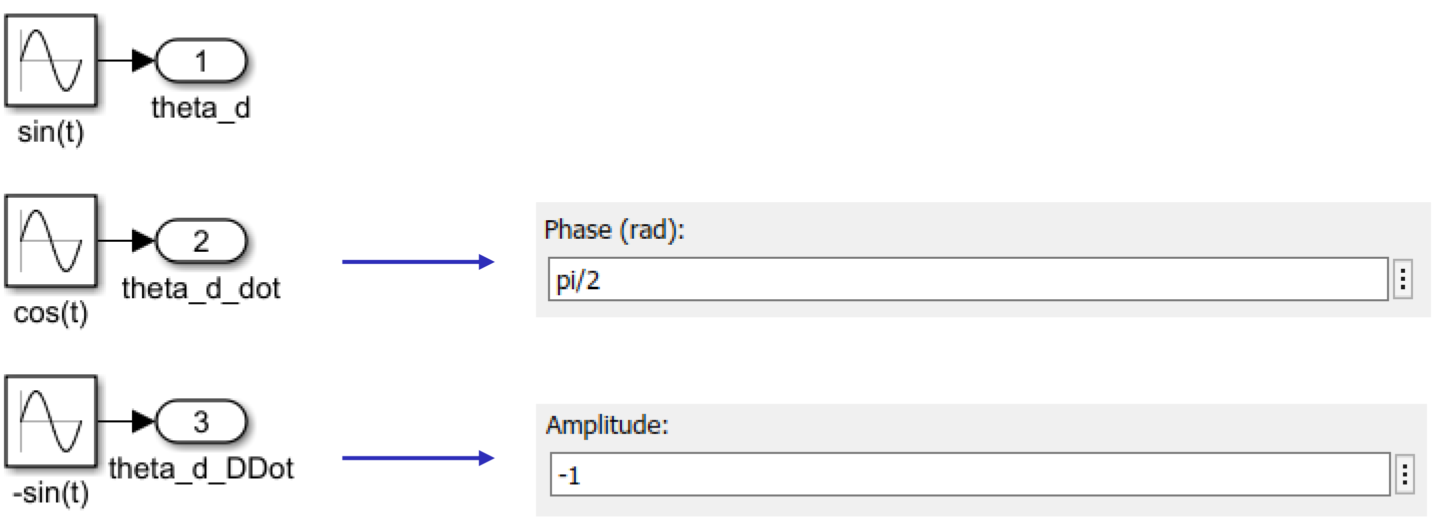
```
%% Parametri pendolo
m = 2;
R = 1;
g = 9.81;
b = 1;

x0 = [0.2;0.1]; % theta0, thetaDot0

%% Regolatore
Kp = 10;
Kd = 5;
```

Tracking del pendolo, pianificatore traiettoria

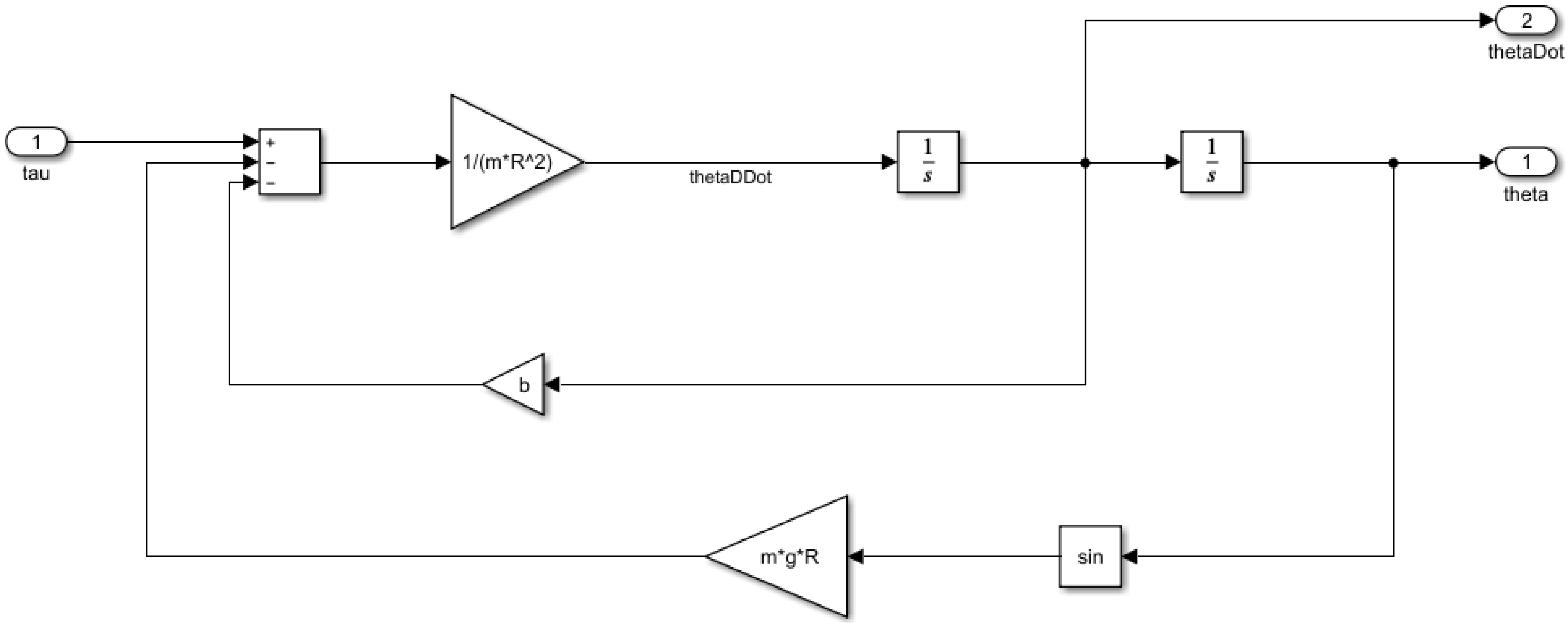
- Traiettoria desiderata:

$$\theta_d = \sin t$$
$$\dot{\theta}_d = \cos t$$
$$\ddot{\theta}_d = -\sin t$$

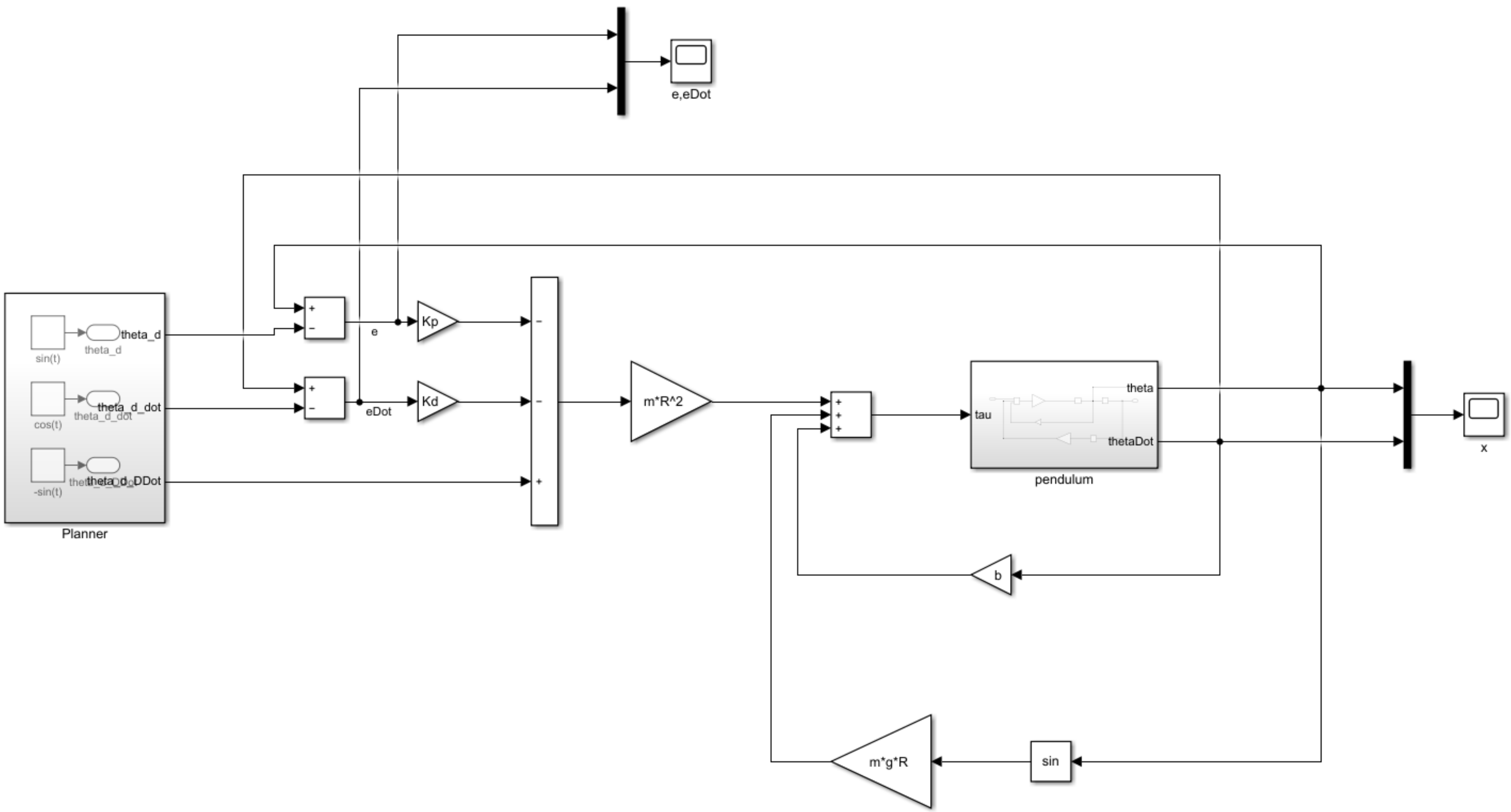
- Modello Simulink pianificatore:



Tracking del pendolo, modello del sistema

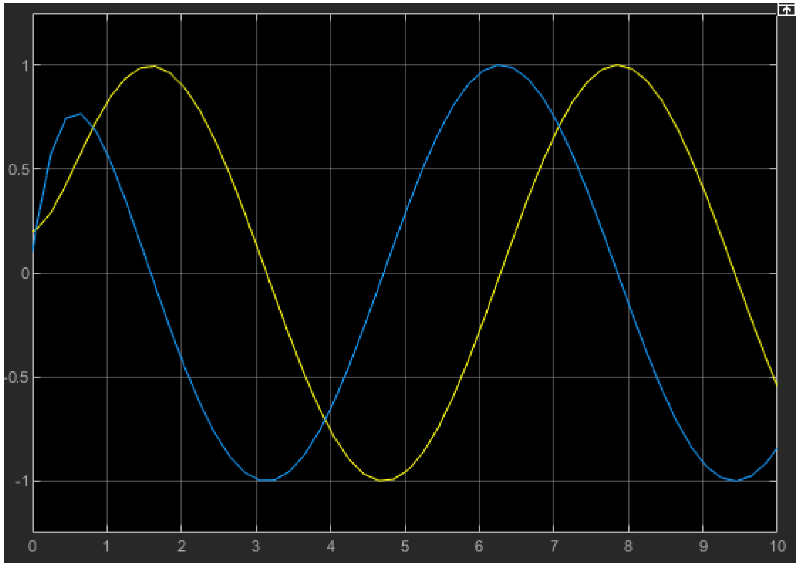


Tracking del pendolo, schema di controllo



Risultati tracking

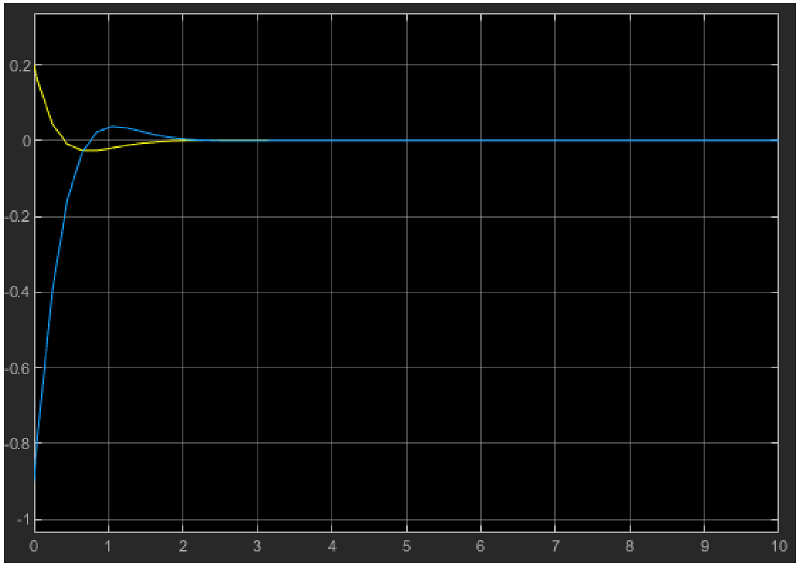
Andamento dello stato



θ

$\dot{\theta}$

- Andamento dell'errore di tracking



e

$\dot{e}$

Feedback Linearization per sistema in forma canonica

Dato il sistema non lineare descritto in forma canonica di controllabilità dalle seguenti equazioni:

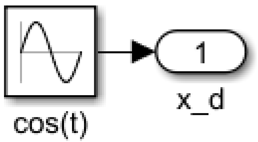
$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_1 x_2 + x_2 u = f(\boldsymbol{x}) + b(\boldsymbol{x})u$$

Con: $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $x = x_1$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 10 \\ -10 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali

Si implementi un controllore utilizzando la tecnica feedback linearization, la cui legge di controllo $u = b(\boldsymbol{x})^{-1}(v - f(\boldsymbol{x}))$ cancelli le non linearità presenti nella dinamica del sistema e risolva il problema di tracking della seguente traiettoria:

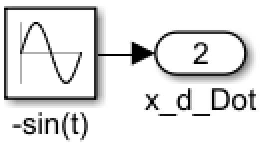
$$x_d = \cos(t)$$

Planner traiettoria desiderata



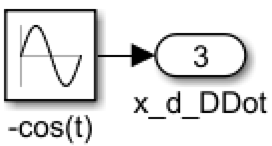
Phase (rad):

pi/2



Amplitude:

-1



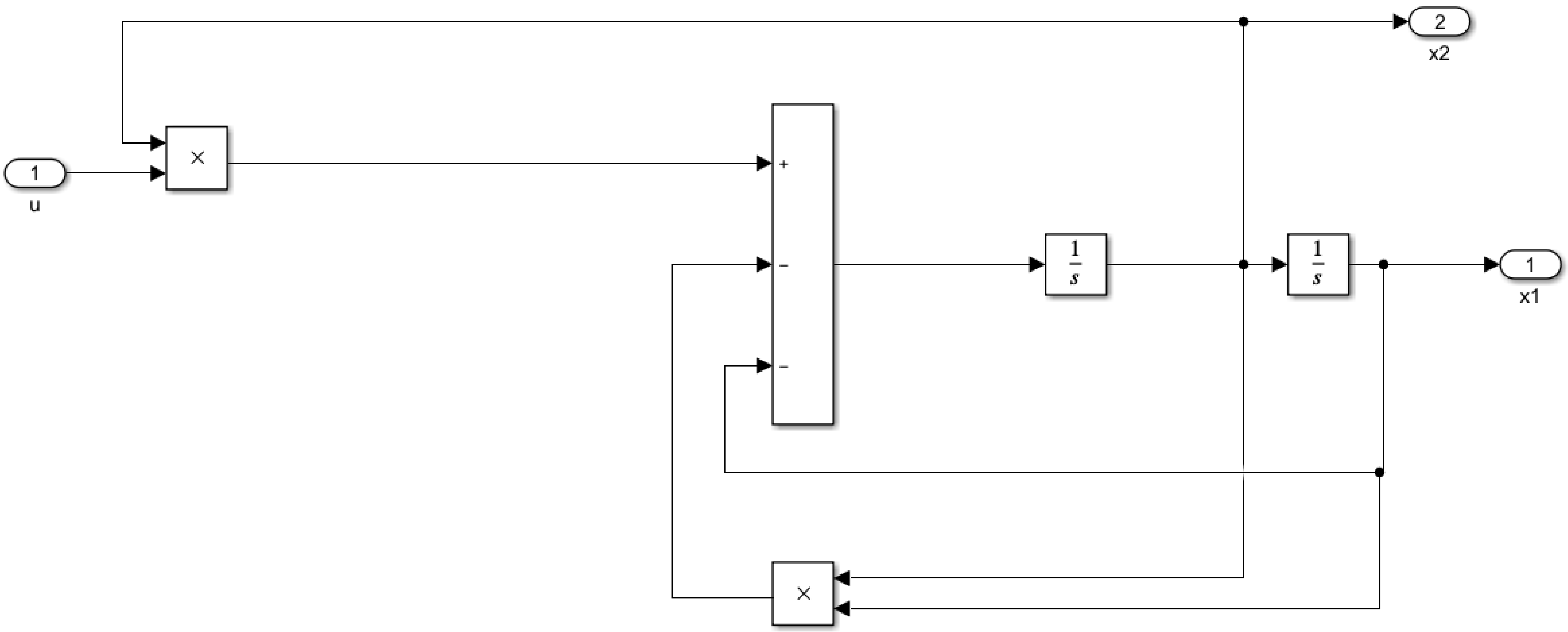
Phase (rad):

pi/2

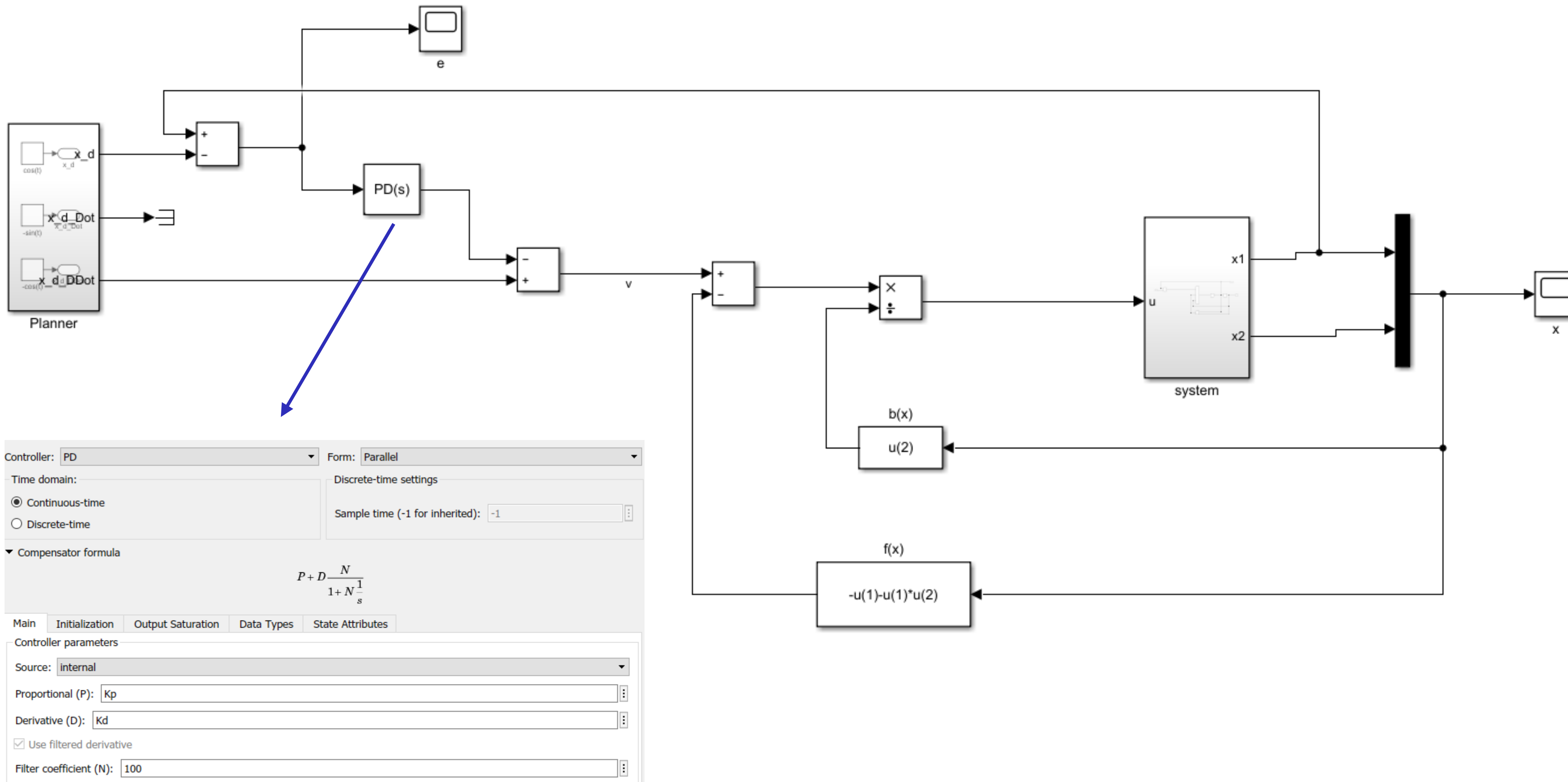
Amplitude:

-1

Modello del sistema

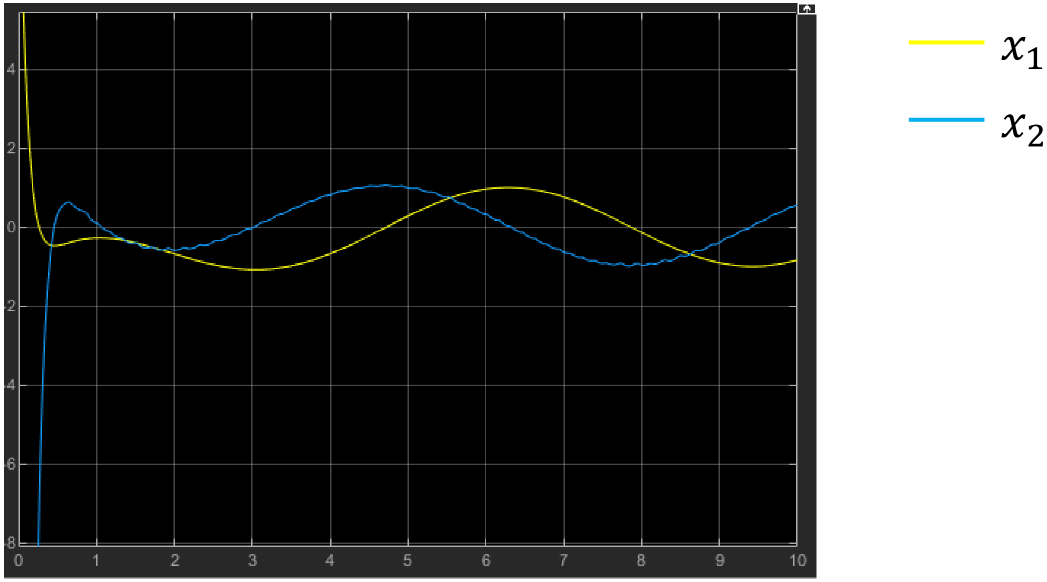


Schema di controllo

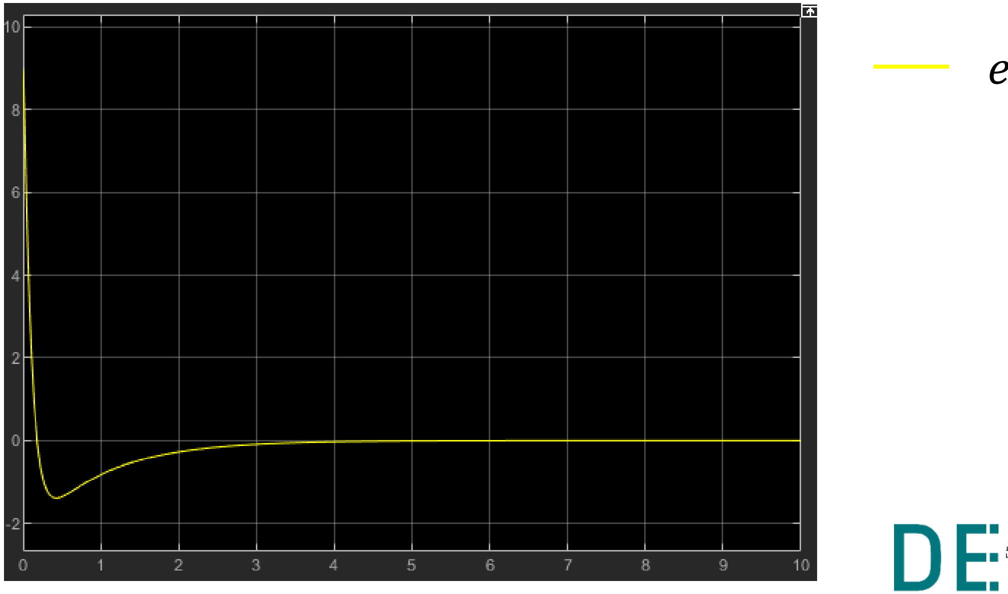


Risultati tracking

- Andamento dello stato



Andamento dell'errore di tracking



TECNICHE DI CONTROLLO MULTIVARIABILE

- Feedback Linearization (ingresso-uscita) per sistemi in forma affine

Specifiche esercizio

Dato il sistema SISO non lineare descritto in forma affine dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}_1 = \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3$$
$$\dot{x}_2 = x_1^5 + x_3$$
$$\dot{x}_3 = x_1^2 + u$$
$$y = x_1$$

Con: $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \\ 0.4 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali

Si implementi un controllore utilizzando la tecnica feedback linearization, la cui legge di controllo $u = u(v, \boldsymbol{x})$ cancelli le non linearità presenti nella dinamica ingresso-uscita del sistema e risolva il problema di tracking della seguente traiettoria desiderata:

$$y_d = \sin(t)$$

Note esercizio

Si noti che tramite il seguente diffeomorfismo:

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} h(\boldsymbol{x}) \\ L_f h(\boldsymbol{x}) \\ \phi_3(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Si realizza una dinamica linearizzabile per l'uscita y:

$$\dot{y} = \dot{z}_1 = L_f h = z_2$$

$$\ddot{y} = \dot{z}_2 = L_f^2 h + L_b L_f h\, u =$$

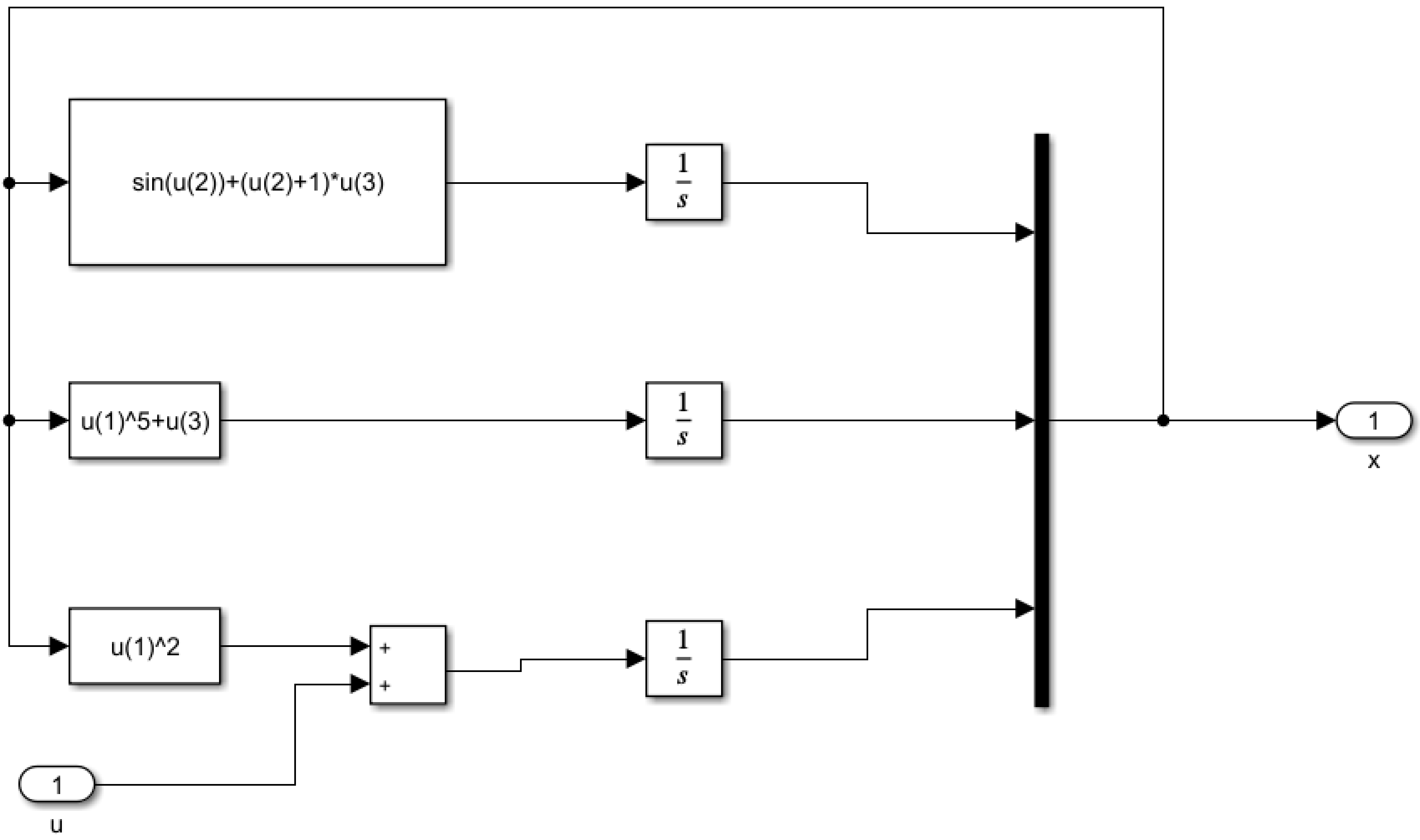
$$= (\cos x_2 + x_3)\left(x_1^5 + x_3\right) + (x_2 + 1)x_1^2 + (x_2 + 1)u$$

Che può essere controllata con:

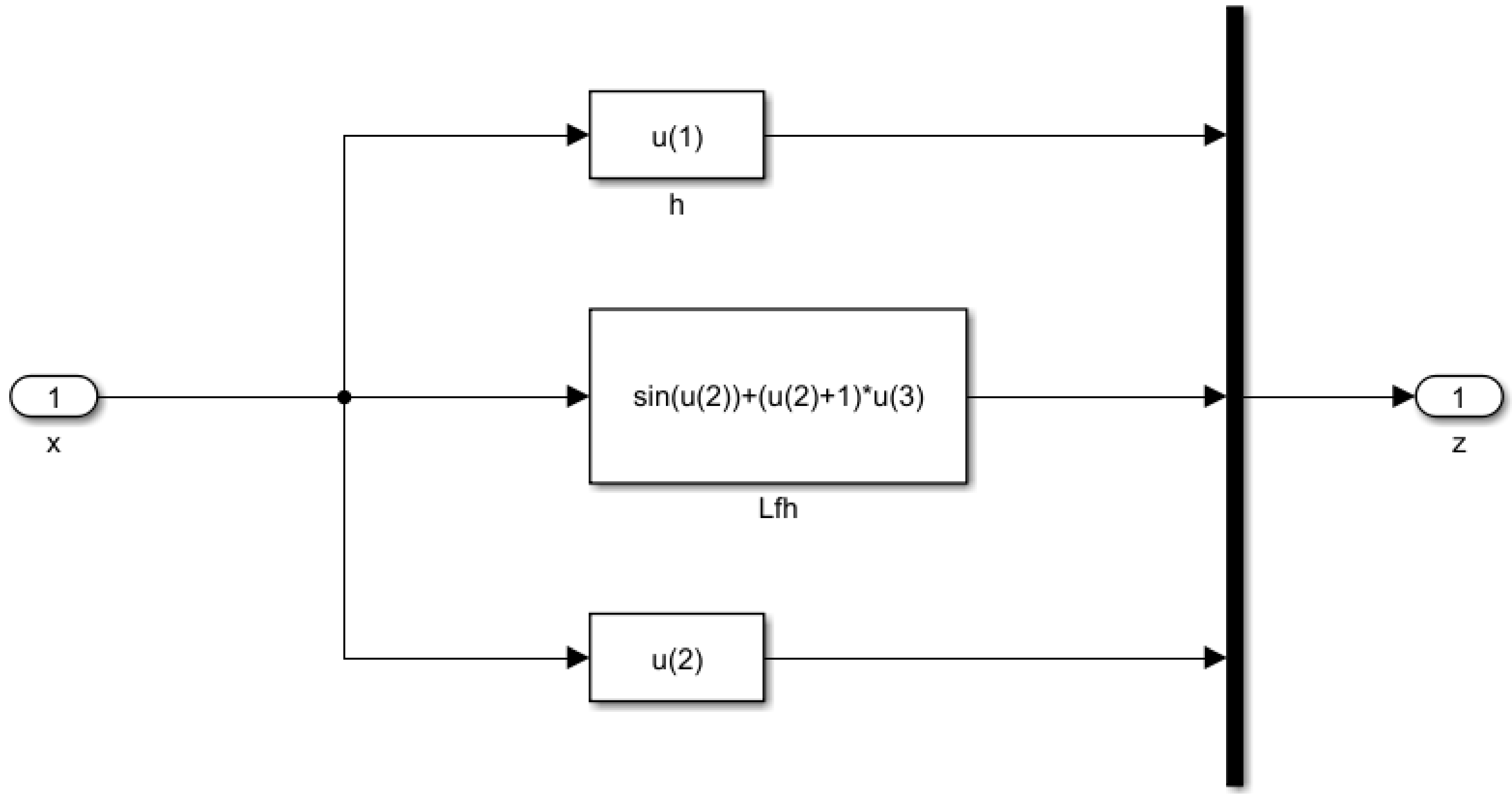
$$u = u(x, v) = \frac{1}{L_b L_f h}\left(v - L_f^2 h\right)$$

$$v = \ddot{y}_d - K_d \dot{e} - K_p e$$

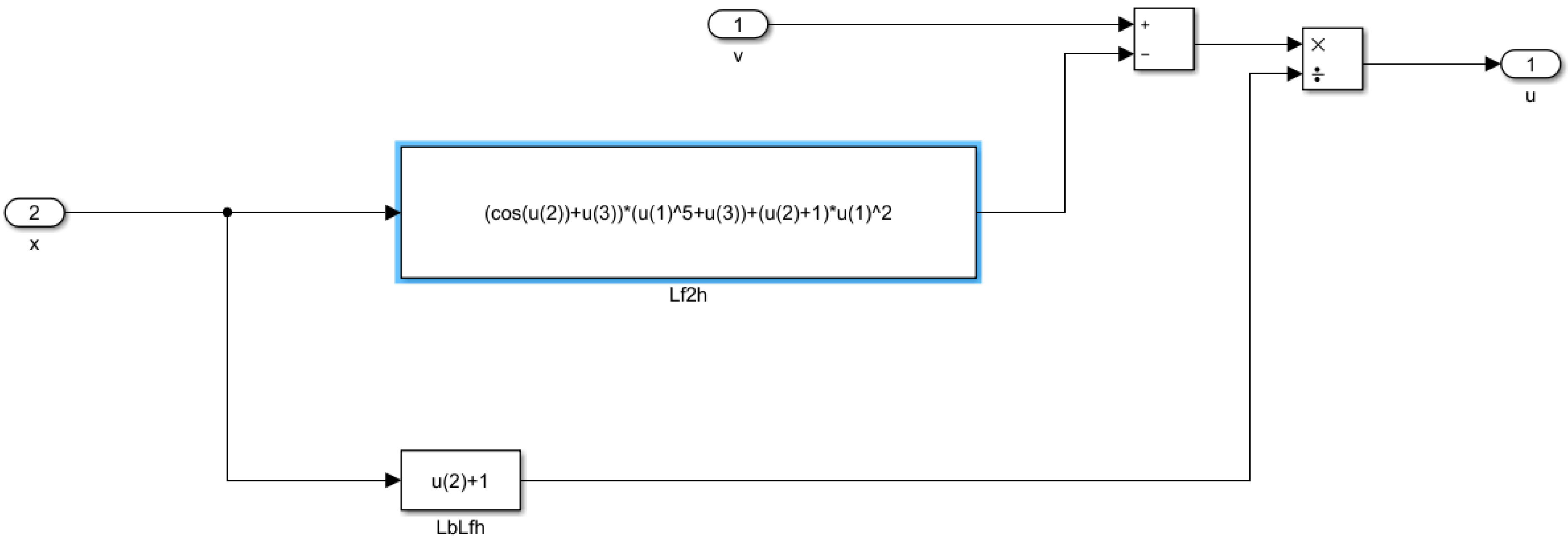
Modello sistema



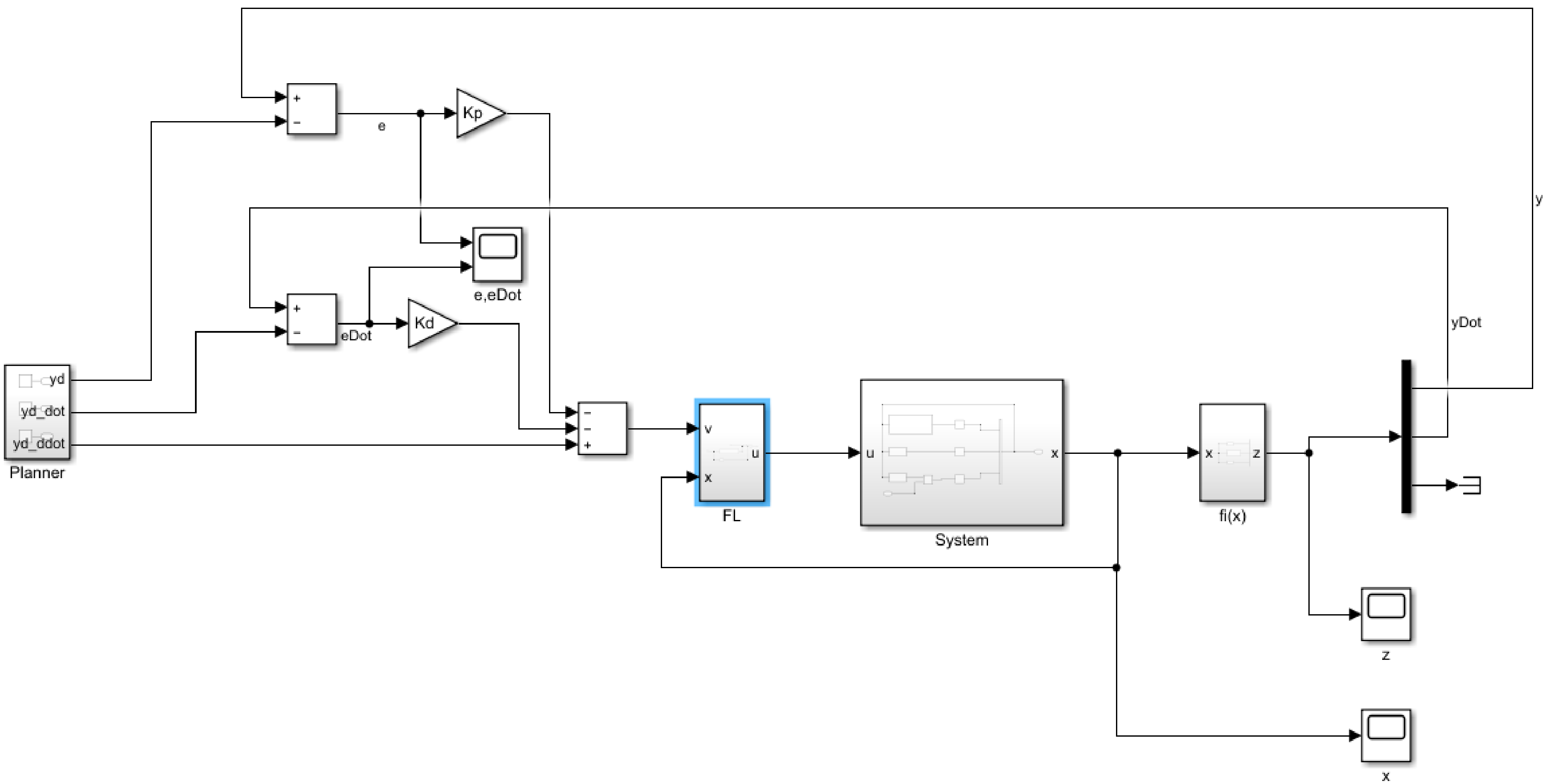
Modello diffeomorfismo



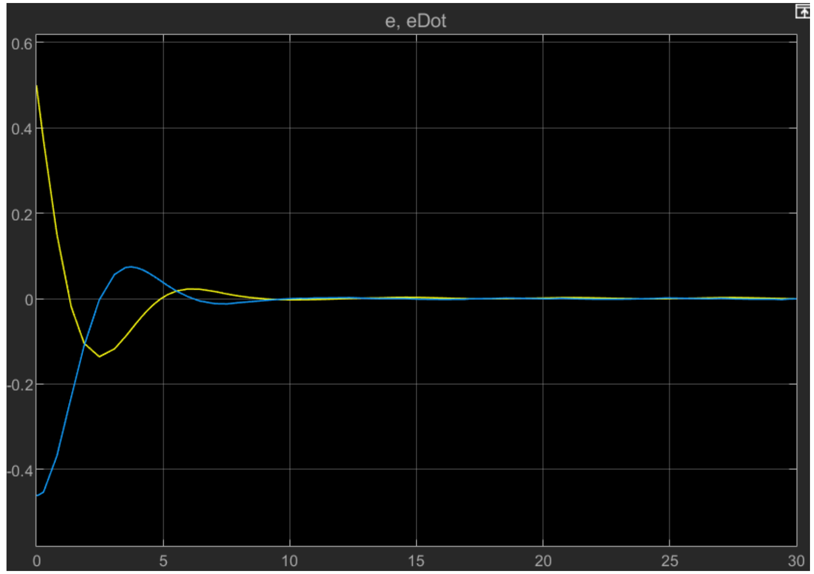
Ingresso linearizzante



Anello di controllo complessivo



Risultati tracking



$e, \dot{e}$

z

x