



TECNICHE DI CONTROLLO MULTIVARIABILE

- *Feedback linearization per sistemi in forma canonica di controllabilità*

Regolazione del pendolo non smorzato

➡ Modello considerato:

$$mR^2\ddot{\theta} + mgR \sin(\theta) = \tau$$

➡ Legge di controllo:

$$\tau = -K_p\theta - K_d\dot{\theta} + mgR \sin(\theta)$$

➡ Dinamica linearizzata:

$$mR^2\ddot{\theta} + K_d\dot{\theta} + K_p\theta = 0$$

Script di inizializzazione

```
%% Parametri pendolo
```

```
m = 2;
```

```
R = 1;
```

```
g = 9.81;
```

```
x0 = [0.2;0.1]; % theta0, thetaDot0
```

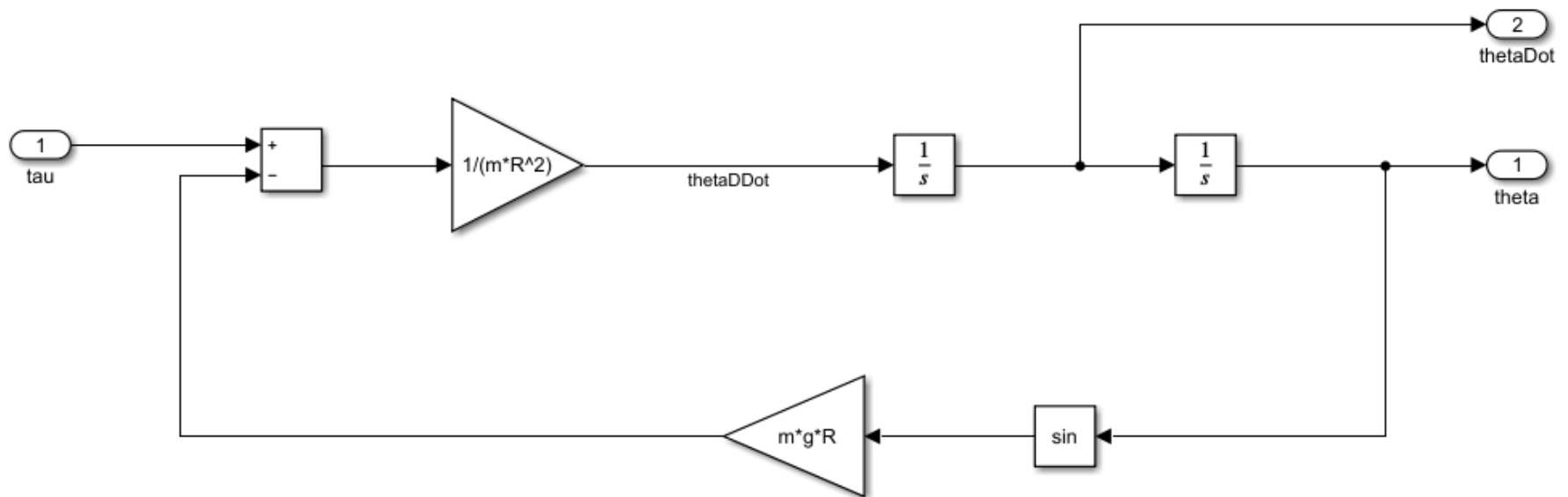
```
%% Regolatore
```

```
Kp = 10;
```

```
Kd = 5;
```

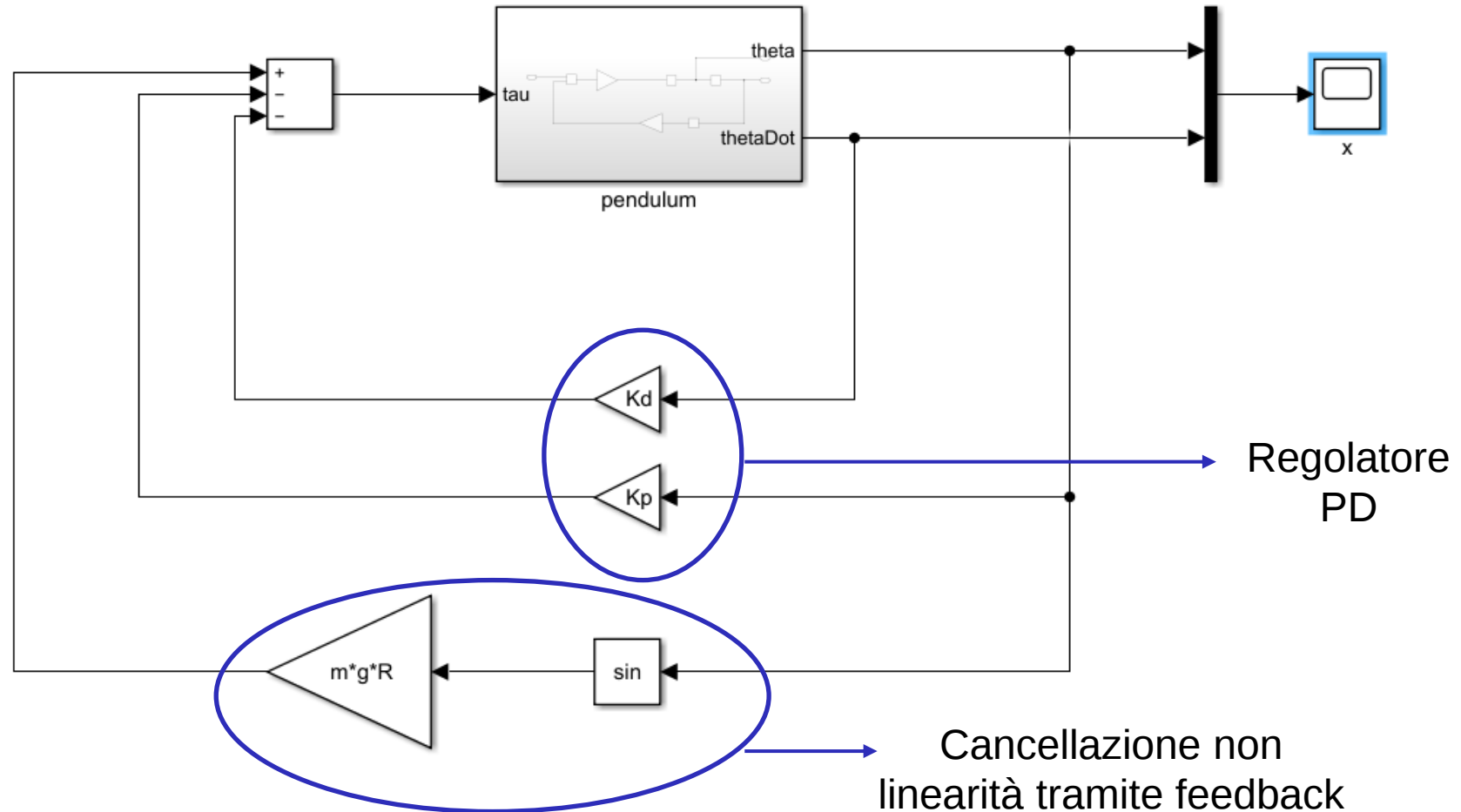
Modello Simulink del pendolo non smorzato

➡ Modello Simulink sistema:



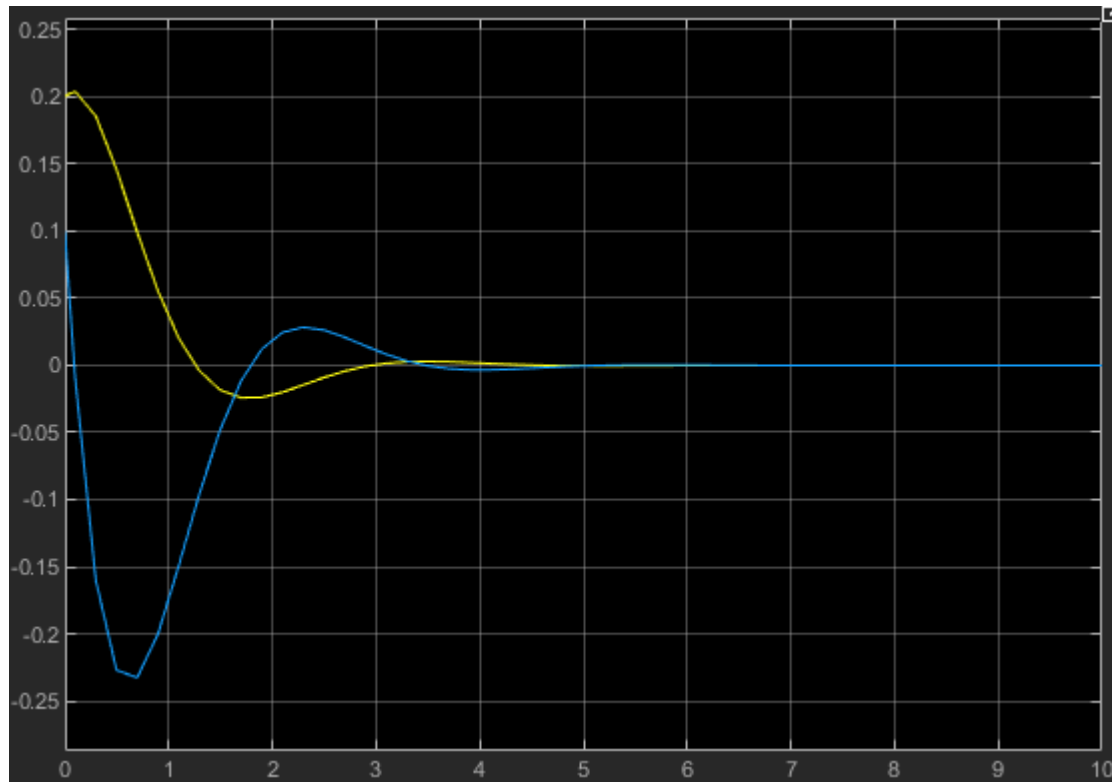
Controllo con cancellazione delle non linearità

➡ Schema di controllo:



Risultati regolazione pendolo

➡ Andamento dello stato



— θ
— $\dot{\theta}$

Tracking del pendolo

➡ Modello considerato:

$$mR^2\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgR \sin(\theta) = \tau$$

➡ Legge di controllo:

$$\tau = mR^2v + b\dot{\theta} + mgR \sin(\theta)$$

$$v = \ddot{\theta}_d - K_d(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - K_p(\theta - \theta_d)$$

➡ Dinamica linearizzata:

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e = 0$$

Script di inizializzazione

```
%% Parametri pendolo
```

```
m = 2;
```

```
R = 1;
```

```
g = 9.81;
```

```
b = 1;
```

```
x0 = [0.2;0.1]; % theta0, thetaDot0
```

```
%% Regolatore
```

```
Kp = 10;
```

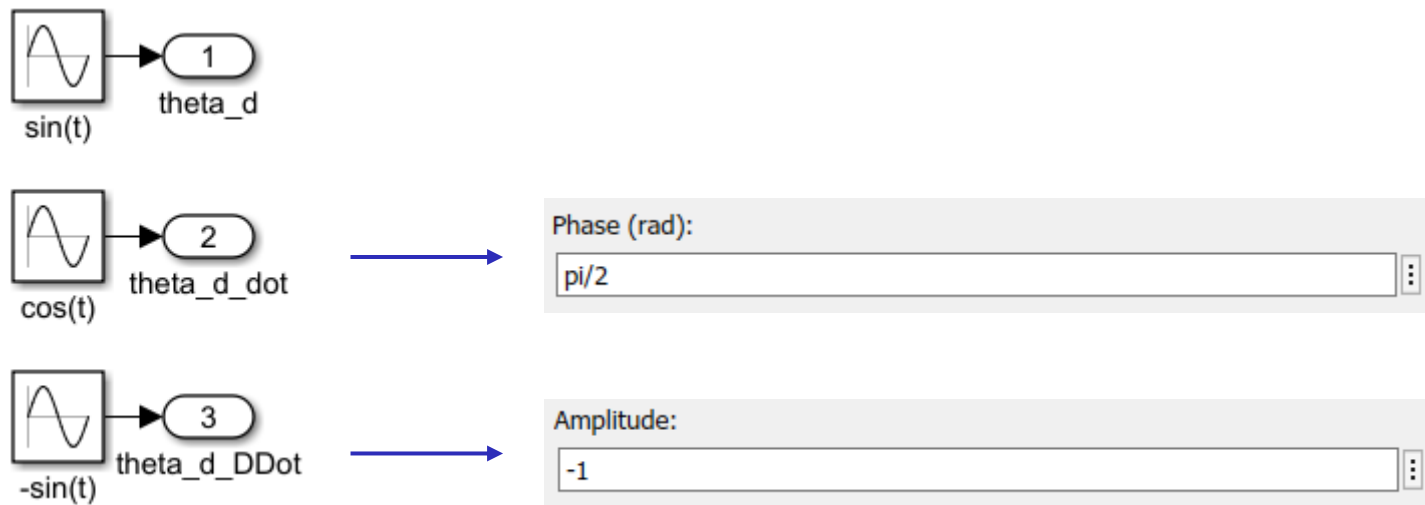
```
Kd = 5;
```

Tracking del pendolo, pianificatore traiettoria

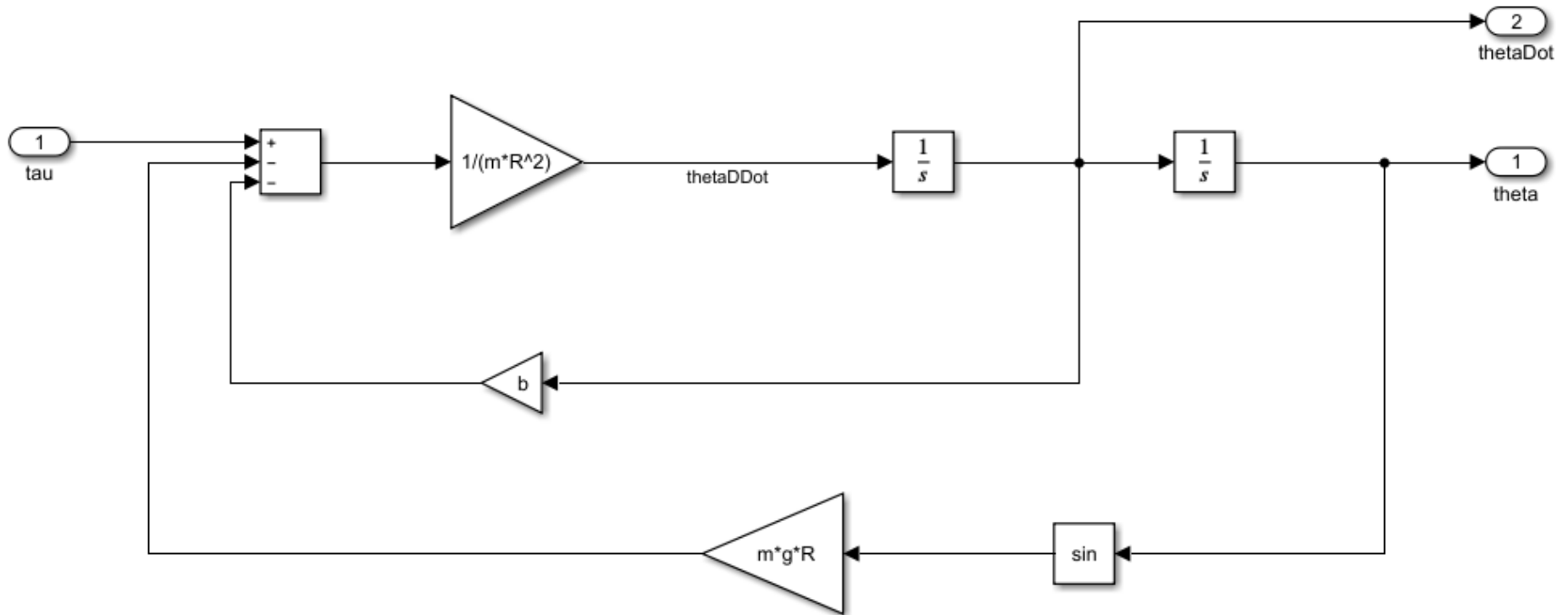
➡ Traiettoria desiderata:

$$\theta_d = \sin t$$
$$\dot{\theta}_d = \cos t$$
$$\ddot{\theta}_d = -\sin t$$

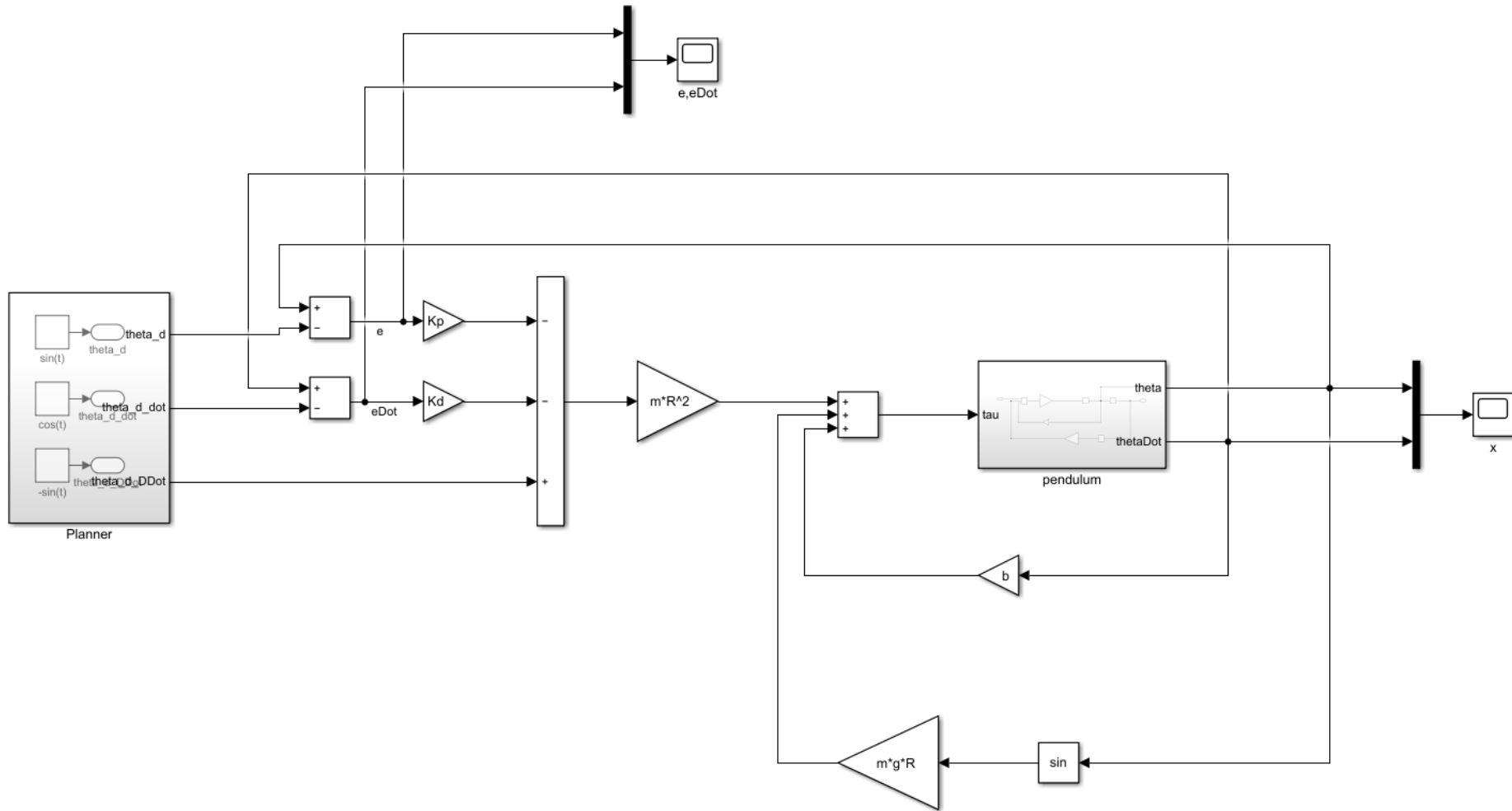
➡ Modello Simulink pianificatore:



Tracking del pendolo, modello del sistema

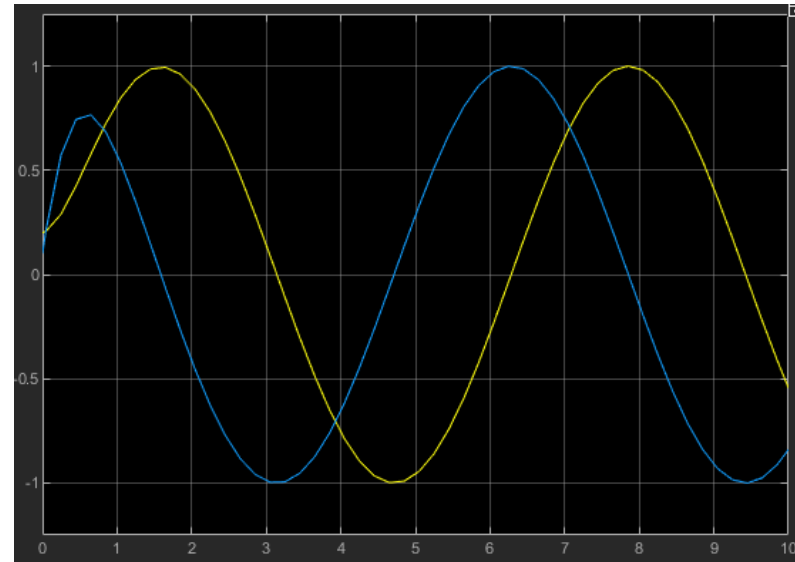


Tracking del pendolo, schema di controllo



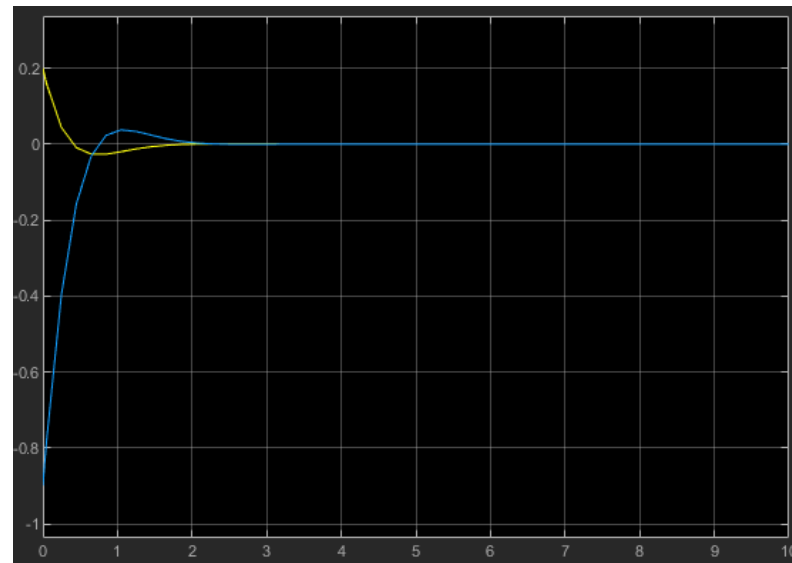
Risultati tracking

➡ Andamento dello stato



— θ
— $\dot{\theta}$

➡ Andamento dell'errore di tracking



— e
— $\dot{e}$

Feedback Linearization per sistema in forma canonica



Dato il sistema non lineare descritto in forma canonica di controllabilità dalle seguenti equazioni:

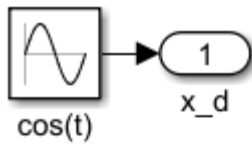
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_1 x_2 + x_2 u = f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u\end{aligned}$$

Con: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $x = x_1$, $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 10 \\ -10 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali

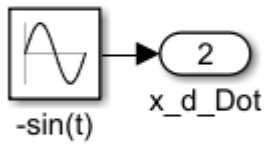
Si implementi un controllore utilizzando la tecnica feedback linearization, la cui legge di controllo $u = b(\mathbf{x})^{-1}(v - f(\mathbf{x}))$ cancelli le non linearità presenti nella dinamica del sistema e risolva il problema di tracking della seguente traiettoria:

$$x_d = \cos(t)$$

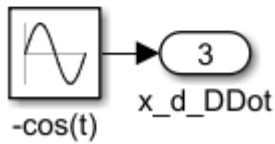
Planner traiettoria desiderata



Phase (rad):



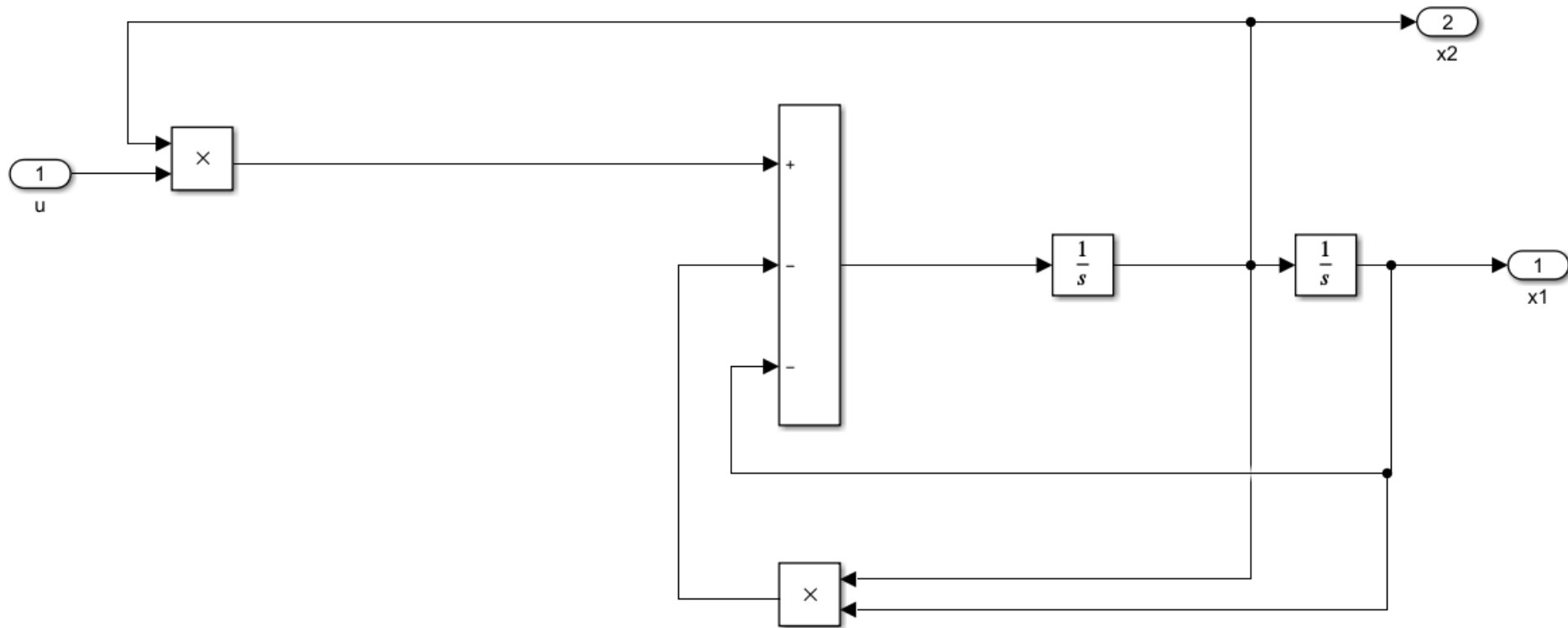
Amplitude:



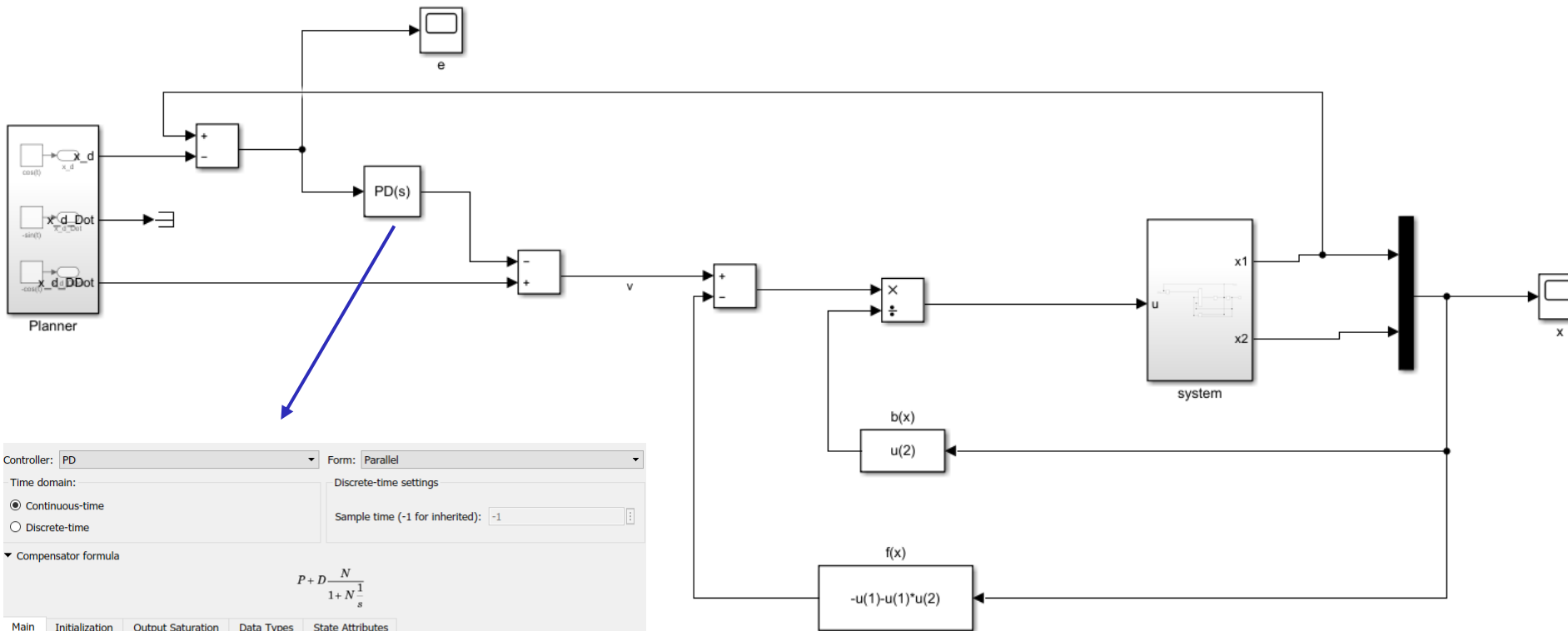
Phase (rad):

Amplitude:

Modello del sistema



Schema di controllo



Controller: PD Form: Parallel

Time domain:
☒ Continuous-time
☐ Discrete-time

Discrete-time settings
Sample time (-1 for inherited): -1

Compensator formula
$$P + D - \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}}$$

Main Initialization Output Saturation Data Types State Attributes

Controller parameters

Source: internal

Proportional (P): Kp

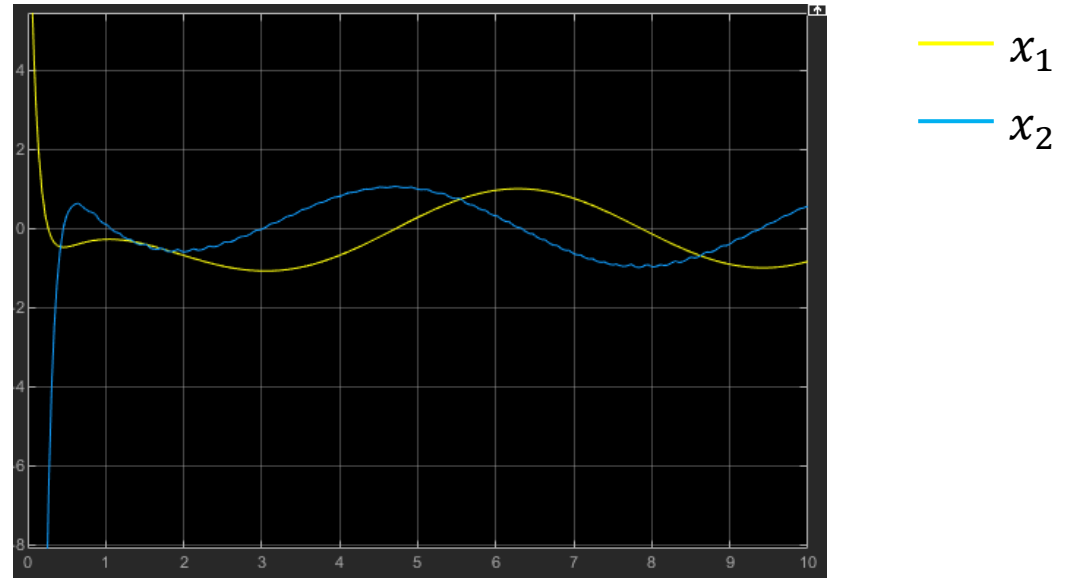
Derivative (D): Kd

☒ Use filtered derivative

Filter coefficient (N): 100

Risultati tracking

➡ Andamento dello stato



➡ Andamento dell'errore di tracking

