

Constraint Programming – Tempo: 1 ora

Prof. Marco Gavanelli

5 luglio 2017

Esercizio 1 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

$A :: 1, 2, 3$

$B :: 3, 4, 5$

$C :: 2, 3$

$D :: 2, 4, 5$

$E :: 1, 2$

`alldifferent([A,B,C,D,E]).`

Si mostri la propagazione del vincolo.

Esercizio 2 (4 punti)

Si consideri il seguente problema SAT:

$$w_1: \neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_8$$

$$w_2: x_2 \vee x_7 \vee \neg x_5 \vee x_{10}$$

$$w_3: x_7 \vee \neg x_5 \vee x_8 \vee \neg x_9$$

$$w_4: \neg x_5 \vee x_9 \vee \neg x_{10} \vee \neg x_{11}$$

$$w_5: x_2 \vee x_3 \vee x_{11}$$

$$w_6: \neg x_1 \vee \neg x_3 \vee x_{11} \vee \neg x_{12}$$

$$w_7: \neg x_3 \vee x_{12} \vee \neg x_{13}$$

$$w_8: x_8 \vee x_{11} \vee x_{13}$$

Si supponga che nei primi 4 livelli dell'albero di ricerca siano stati assegnati, nell'ordine: $x_1 = 1$ (a livello 1, la radice dell'albero di ricerca), $x_7 = 0$ (a livello 2), $x_2 = 0$ (livello 3), $x_5 = 1$ (livello 4).

Si mostri l'implication graph. Qualora ci sia un conflitto, si scriva una possibile clausola di conflitto che può essere appresa dall'implication graph.

Si dica qual è il primo Unique Implication Point e quale clausola può essere appresa includendolo.

Soluzione 1

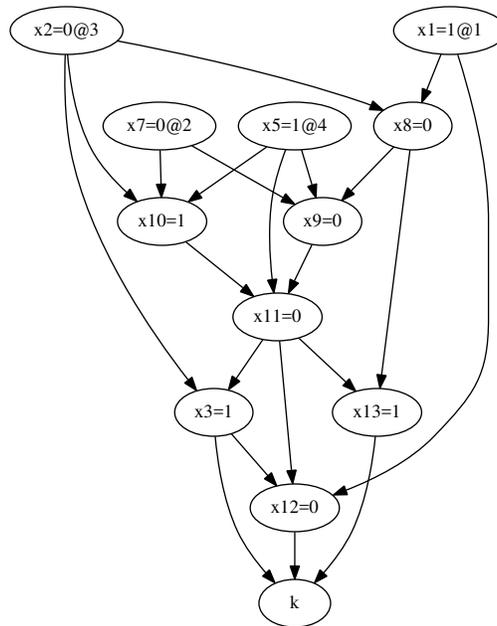
Si può notare che le 3 variabili $\{A, C, E\}$ hanno come unione dei domini l'insieme $\{1, 2, 3\}$, che ha cardinalità 3, quindi questi valori possono essere rimossi dal dominio di tutte le altre variabili:

$$\begin{aligned} A &:: 1, 2, 3 \\ B &:: 4, 5 \\ C &:: 2, 3 \\ D &:: 4, 5 \\ E &:: 1, 2 \end{aligned}$$

A questo punto, $\{B, D\}$ hanno come unione dei domini $\{4, 5\}$, ma questo non comporta ulteriori eliminazioni.

Soluzione 2

L'implication graph:



Le possibili clausole di conflitto si ottengono effettuando un taglio che separa il nodo di conflitto k dai nodi di decisione ($x1, x7, x2$ e $x5$); ad esempio

$$x2 \vee \neg x10 \vee \neg x5 \vee x9 \vee x8 \vee \neg x1.$$

L'attuale livello di decisione è 4; tutti i cammini che partono dall'attuale nodo di decisione $x5$ e arrivano al nodo di conflitto k devono passare per i nodi $x5$

(ovviamente) e x_{11} . Di questi, il più vicino al conflitto k è x_{11} , che rappresenta quindi il primo UIP. Una clausola di conflitto che lo contiene è

$$x_2 \vee x_{11} \vee x_8 \vee \neg x_1.$$

Si tratta anche di una asserting clause; infatti il letterale x_{11} è l'unico del livello attuale (4), mentre gli altri letterali sono dei livelli precedenti (x_2 e x_8 a livello 3, x_1 a livello 1).