

# Constraint Programming – Tempo: 1 ora

Prof. Marco Gavanelli

25 luglio 2017

## Esercizio 1 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

```
A::5..13, B::0..10, C::0..13, D::9..14,  
cumulative([A,B,C,D],[3,12,8,3],[1,1,1,1],1).
```

Si mostri la propagazione del vincolo supponendo che venga effettuato il pruning sulle parti obbligatorie.

## Esercizio 2 (4 punti)

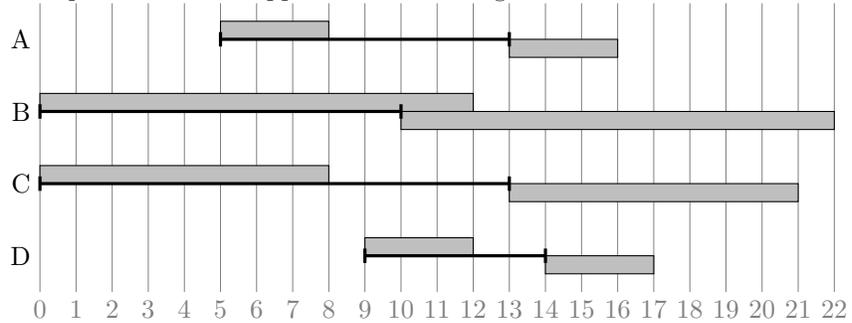
Si consideri il seguente CSP:

```
A:: 0..2, B:: 0..3, C:: 0..3,  
A #< B, B+C#>=2.
```

Si mostri il come il CSP viene convertito in SAT tramite il *log encoding*.  
Si applichi la unit propagation al SAT risultante e si mostri il risultato.

# Soluzione 1

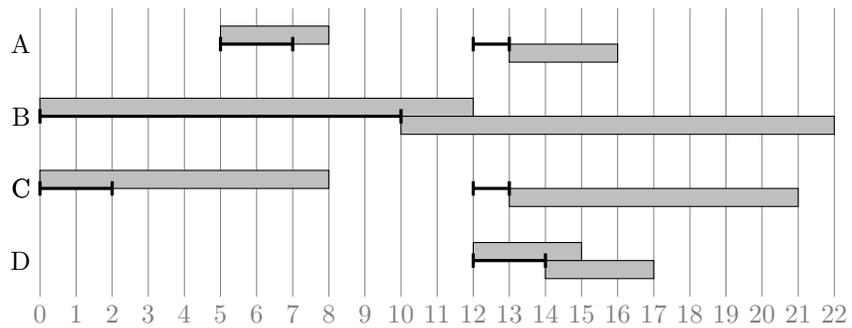
I domini possono essere rappresentati come segue



dove i rettangoli rappresentano la posizione più a sinistra e più a destra possibile delle attività.

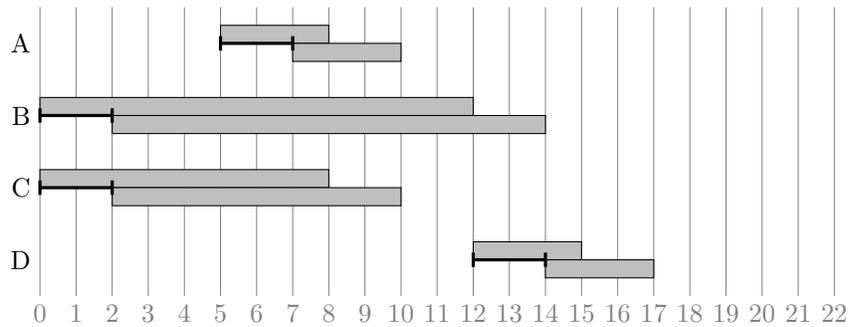
Come si vede dalla figura, c'è una parte obbligatoria per l'attività *B*, dall'istante 10 all'istante 12. Gli altri task, quindi, non possono sovrapporsi a tale intervallo. Si ottiene

$$A :: [5..7, 12..13], B :: 0..10, C :: [0..2, 12..13], D :: 12..14$$



Si ha ora una parte obbligatoria per *D* da 14 a 15; gli altri task non si possono sovrapporre a tale intervallo:

$$A :: 5..7, B :: 0..2, C :: 0..2, D :: 12..14$$



A questo punto, i task  $A$ ,  $B$  e  $C$  hanno una parte obbligatoria sovrapposta; chiaramente non è possibile trovare soluzioni in cui questi task non si sovrappongono e si ha quindi fallimento.

## Soluzione 2

**Codifica di variabili e domini:** Per rappresentare i domini è sufficiente utilizzare 2 bit per ciascuna variabile. Avremo quindi le variabili SAT  $a_1, a_0, b_1, b_0, c_1, c_0$ . Il legame fra la variabile CSP  $A$  e le variabili SAT  $a_1$  e  $a_0$  è  $A = a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$ ; analogamente per  $B$  e  $C$ .

È necessario eliminare i valori proibiti, nel nostro caso il solo valore 3 dal dominio di  $A$ :  $\neg(a_1 \wedge a_0)$  che è equivalente a

$$\neg a_1 \vee \neg a_0.$$

**Vincoli:**  $A < B$ : I valori inconsistenti sono

	$b_1 b_0$			
	00	01	10	11
00	x			
01	x	x		
10	x	x	x	
$a_1 a_0$				

da cui le clausole:

$$\begin{aligned} a_1 \vee a_0 \vee b_1 \vee b_0 \\ a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee b_0 \\ \neg a_1 \vee a_0 \vee b_1 \vee b_0 \\ a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0 \\ \neg a_1 \vee a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0 \\ \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0 \end{aligned}$$

$B + C \geq 2$ : I valori inconsistenti sono

	$c_1 c_0$			
	00	01	10	11
00	x	x		
01	x			
10				
11				
$b_1 b_0$				

che corrispondono alle clausole

$$\begin{aligned} b_1 \vee b_0 \vee c_1 \vee c_0 \\ b_1 \vee \neg b_0 \vee c_1 \vee c_0 \\ b_1 \vee b_0 \vee c_1 \vee \neg c_0 \end{aligned}$$

**Unit Propagation:** Non ci sono clausole con un solo letterale, quindi la unit propagation non fa alcuna propagazione.