

Constraint Programming – Tempo: 1 ora

Prof. Marco Gavanelli

20 dicembre 2017

Esercizio 1 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

```
A :: [3,6,7],
B :: [1,2,3,6,7],
C :: [3,7],
D :: [6,7],
E :: [1,2,3,6],
F :: [1,2,3,4,5,6],
alldifferent([A,B,C,D,E,F]),
F #< B.
```

Si mostri la propagazione ottenuta dai vincoli con la generalized arc-consistency.

Esercizio 2 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

$$A :: 1..3, B :: 1..3, C :: 0..3,$$
$$A \neq B, A > C, B + C \geq 3$$

Si codifichi il problema in SAT usando il *Direct Encoding*.

Si mostri poi la propagazione effettuata dalla Unit Propagation.

Soluzione 1

Le 3 variabili $\{A, C, D\}$ hanno come unione dei domini l'insieme $\{3, 6, 7\}$, che ha cardinalità 3, quindi questi valori possono essere rimossi dal dominio di tutte le altre variabili:

$$A :: 3, 6, 7 \quad B :: 1, 2 \quad C :: 3, 7 \quad D :: 6, 7 \quad E :: 1, 2 \quad F :: 1, 2, 4, 5$$

A questo punto, $\{B, E\}$ hanno come unione dei domini $\{1, 2\}$, quindi si possono rimuovere questi valori dal dominio di F :

$$A :: 3, 6, 7 \quad B :: 1, 2 \quad C :: 3, 7 \quad D :: 6, 7 \quad E :: 1, 2 \quad F :: 4, 5$$

A questo punto il vincolo **alldifferent** è generalized-arc consistent.

Il vincolo $F < B$ è inconsistente, per cui si ha fallimento.

Soluzione 2

Codifica di variabili e domini: Per ogni variabile CSP e valore nel corrispondente dominio è presente una variabile SAT. Abbiamo quindi le variabili $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_0, c_1, c_2, c_3$.

Clausole At Least One:

$$\begin{aligned} a_1 \vee a_2 \vee a_3 \\ b_1 \vee b_2 \vee b_3 \\ c_0 \vee c_1 \vee c_2 \vee c_3 \end{aligned}$$

Clausole At Most One:

$$\begin{aligned} \neg a_1 \vee \neg a_2 \quad \neg b_1 \vee \neg b_2 \quad \neg c_0 \vee \neg c_1 \\ \neg a_1 \vee \neg a_3 \quad \neg b_1 \vee \neg b_3 \quad \neg c_0 \vee \neg c_2 \\ \neg a_2 \vee \neg a_3 \quad \neg b_2 \vee \neg b_3 \quad \neg c_0 \vee \neg c_3 \\ \neg c_1 \vee \neg c_2 \\ \neg c_1 \vee \neg c_3 \\ \neg c_2 \vee \neg c_3 \end{aligned}$$

Vincoli: $A \neq B$:

$$\begin{aligned} \neg a_1 \vee \neg b_1 \\ \neg a_2 \vee \neg b_2 \\ \neg a_3 \vee \neg b_3 \end{aligned}$$

$A > C$

$$\begin{aligned} \neg a_1 \vee \neg c_1 \\ \neg a_1 \vee \neg c_2 \\ \neg a_1 \vee \neg c_3 \\ \neg a_2 \vee \neg c_2 \\ \neg a_2 \vee \neg c_3 \\ \neg a_3 \vee \neg c_3 \end{aligned}$$

$$B + C \geq 3$$

$$\neg b_1 \vee \neg c_0$$

$$\neg b_1 \vee \neg c_1$$

$$\neg b_2 \vee \neg c_0$$

La Unit Propagation non effettua alcuna propagazione, come si vede dal fatto che tutte le clausole hanno almeno 2 letterali.