

Esercizi (vedi anche sito corso)

- Rappresentazione in logica, clausole e risoluzione
- Prolog (sintesi) ✓
- Alberi SLD-NF (Prolog, analisi)
- Vincoli (CSP) – algoritmi di propagazione ✓
- Tecniche di consistenza
- Strategie di ricerca ✓
- Giochi (alfa-beta) ✓
- Compiti d'esame

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale

Non sempre è facile rappresentare frasi del linguaggio naturale in logica.

“Esiste un cane nero”

Se il dominio dell'interpretazione (universo del discorso) è solo di cani:

$\exists X \text{ nero}(X)$.

Se il dominio ha anche altri oggetti che non sono cani, devo aggiungere la proprietà di essere cani:

$\exists X (\text{nero}(X) \wedge \text{cane}(X))$.

Errore !:

$\exists X (\text{cane}(X) \rightarrow \text{nero}(X))$ è equivalente a $\exists X (\text{nero}(X) \vee \neg \text{cane}(X))$.

Tale formula è vera in ogni dominio per cui c'è un oggetto nero o c'è un oggetto che non è un cane.

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

“Tutti i corvi sono neri”

Se il dominio dell'interpretazione (universo del discorso) è solo di corvi:

$$\forall X \text{ nero } (X).$$

Se il dominio ha anche altri oggetti che non sono corvi devo aggiungere la proprietà di essere corvi:

$$\forall X (\text{corvo } (X) \rightarrow \text{nero}(X)).$$

Diverso significato:

$\forall X (\text{corvo}(X) \wedge \text{nero } (X))$ è equivalente a:

$$\forall X (\text{nero } (X)) \wedge \forall X (\text{corvo}(X)).$$

Tutti gli oggetti del dominio sono corvi e tutti sono neri

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

“Tutte le scimmie sono fuggite su un albero”

Il dominio contiene differenti oggetti:
(scimmie, alberi + il predicato fuggire)

Procedimento Top-down:

$$\forall X (\text{scimmia}(X) \rightarrow A(X)).$$

Dove $A(X)$ è una formula logica non atomica che rappresenta “X è fuggito su un albero”, ovvero esiste un albero su cui X è fuggito:

$$\exists Y (\text{albero}(Y) \wedge \text{fugge}(X,Y)).$$

Dunque:

$$\forall X \exists Y (\text{scimmia}(X) \rightarrow \text{fugge}(X,Y) \wedge \text{albero}(Y)).$$

Significato, alberi possibilmente diversi per scimmie diverse (l'albero Y dipende da X)

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

Altro significato:

“Tutte le scimmie sono fuggite sullo stesso albero”

In altro modo:

Esiste un albero su cui sono fuggite tutte le scimmie

Procedimento Top-down:

$\exists Y (\text{albero}(Y) \wedge \forall X (\text{scimmia}(X) \rightarrow \text{fugge}(X,Y)))$

Errore!

$\forall X \exists Y (\text{scimmia}(X) \wedge \text{fugge}(X,Y) \wedge \text{albero}(Y)).$

Ovvero:

$\forall X (\text{scimmia}(X) \wedge \exists Y (\text{fugge}(X,Y) \wedge \text{albero}(Y))).$

Afferma che tutti gli oggetti sono scimmie e tutti gli oggetti sono fuggiti sull'albero.

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

“esiste una tartaruga che è più vecchia di ogni essere umano”

$$\exists X (\text{tartaruga}(X) \wedge C(X)).$$

Dove $C(X)$ è una formula logica non atomica che rappresenta “ X è più vecchio di tutti gli esseri umani”:

$$\forall Y \text{ umano}(Y) \rightarrow \text{piu-vecchio}(X,Y).$$

Dunque:

$$\exists X (\text{tartaruga}(X) \wedge \forall Y \text{ umano}(Y) \rightarrow \text{piu-vecchio}(X,Y)).$$

Sbagliata:

$$\exists X (\text{tartaruga}(X) \rightarrow \forall Y \text{ umano}(Y) \rightarrow \text{piu-vecchio}(X,Y)).$$

(Significato vero se non esistono tartarughe mentre la frase originale lo afferma)

Potenza Espressiva delle Clausole di Horn

- Molte formule della logica dei predicati possono essere scritte come clausole di Horn (clausole definite – prolog)
- Esempi:

$\forall x \text{ cat}(x) \vee \text{dog}(x) \rightarrow \text{pet}(x)$



$\text{pet}(x) \leftarrow \text{cat}(x)$
 $\text{pet}(x) \leftarrow \text{dog}(x)$

$\forall x \text{ poodle}(x) \rightarrow \text{dog}(x) \wedge \text{small}(x)$



$\text{dog}(x) \leftarrow \text{poodle}(x)$
 $\text{small}(x) \leftarrow \text{poodle}(x)$

- Ma non tutte:

$\forall x \text{ human}(x) \rightarrow \text{male}(x) \vee \text{female}(x)$



????

$\forall x \text{ dog}(x) \wedge \sim \text{abnormal}(x) \rightarrow \text{has_4_legs}(x)$



????

$\forall x \text{ bird}(x) \wedge \sim \text{abnormal}(x) \rightarrow \text{fly}(x)$

ECCEZIONI (Prolog): ESEMPIO CUT E FAIL

- Consideriamo il problema di voler definire una proprietà p che vale per tutti gli individui di una data classe **tranne alcune eccezioni**
- Tipico esempio è la proprietà "volare" che vale per ogni individuo della classe degli uccelli tranne alcune eccezioni (ad esempio, i pinguini, gli struzzi, i kiwi, *etc*):

```
vola(X) :- pinguino(X), !, fail.
```

```
vola(X) :- struzzo(X), !, fail.
```

```
....
```

```
vola(X) :- uccello(X).
```

Clausole Horn: limiti

$H = \{ \text{on}(b1, \text{tavolo}) \wedge \text{on}(b2, \text{tavolo}) \wedge (\text{colore}(b1, \text{rosso}) \vee \text{colore}(b2, \text{rosso})) \}$

è esprimibile in clausole, ma non in clausole di Horn.

- La sua trasformazione in clausole risulterà infatti:

$H^C = \{ \text{on}(b1, \text{tavolo}), \text{on}(b2, \text{tavolo}),$
 $\text{colore}(b1, \text{rosso}) \vee \text{colore}(b2, \text{rosso}) \}$

dove la clausola:

$\text{colore}(b1, \text{rosso}) \vee \text{colore}(b2, \text{rosso})$

non è una clausola di Horn (ha due letterali positivi, mentre le clausole Horn ne hanno al più uno).

Esercizi (vedi anche sito corso)

- Rappresentazione in logica, clausole e risoluzione
- Prolog (sintesi) ✓
- Alberi SLD-NF (Prolog, analisi)
- Vincoli (CSP) – algoritmi di propagazione ✓
- Tecniche di consistenza
- Strategie di ricerca ✓
- Giochi (alfa-beta) ✓
- Compiti d'esame

Compito 13 Settembre 2018

Modellare in logica del I ordine la seguente frase in linguaggio naturale:

- *Se il Segretario propone un Membro del Consiglio Direttivo, allora il Presidente dell'Associazione lo nomina*

Sapendo che Giovanni è Presidente dell'Associazione, Mario è Segretario, che Luca è stato proposto Membro del Consiglio Direttivo da Mario e che Giovanni non ha nominato membro del Consiglio Direttivo Luca, modellare tali fatti, e aggiungendoli alle formule precedenti dimostrare, tramite il principio di risoluzione, che la teoria – trasformata in clausole – è contraddittoria.

Si utilizzi un linguaggio logico con i seguenti predicati:

- $\text{presidente}(X)$: X è presidente dell'Associazione;
- $\text{segretario}(X)$: X è segretario dell'Associazione;
- $\text{propone}(X,Y)$: X propone come membro del Direttivo Y;
- $\text{nomina}(X,Y)$: X nomina come membro del Direttivo Y.

Compito 13 Settembre 2018 – sol.

$\forall X \forall Y \forall Z$ presidente(X), propone(Z,Y), segretario(Z) $\Rightarrow$ nomina(X,Y).
presidente(giovanni).
segretario(mario).
propone(mario,luca).
not nomina(giovanni,luca).

Trasformazione in Clausole:

- 1: $\neg$ presidente(X) $\vee$ $\neg$ propone(Z,Y) $\vee$ $\neg$ segretario(Z) $\vee$ nomina(X,Y).
- 2: presidente(giovanni).
- 3: segretario(mario).
- 4: propone(mario,luca).
- 5: $\neg$ nomina(giovanni,luca).

Risoluzione:

Da 1)+2)

- 6: 1+2: $\neg$ propone(Z,Y) $\vee$ $\neg$ segretario(Z) $\vee$ nomina(giovanni,Y).
- 7: 6+3: $\neg$ propone(mario,Y) $\vee$ nomina(giovanni,Y).
- 8: 7+4: nomina(giovanni,luca).

Da 5+8 segue contraddizione.

Compito 25 gennaio 2018

Si formalizzino le seguenti frasi in logica dei predicati:

- Ogni attore invitato al party arriva in ritardo
- Chiunque arrivi in orario al party, non arriva in ritardo, e viceversa
- Tutti gli invitati arrivano in orario al party

Le si trasformi in clausole usando i seguenti predicati:

attore(X) (X è un attore), **invitato(X)** (X è invitato),
inRitardo(X) (X è in ritardo), **inOrario(X)** (X è in orario).

Si usi poi il principio di risoluzione per dimostrare che: non c'è alcun attore invitato al party.

1. $\forall X (\text{attore}(X) \wedge \text{invitato}(X) \rightarrow \text{inRitardo}(X))$
 - 2a. $\forall X (\text{inOrario}(X) \rightarrow \neg \text{inRitardo}(X))$
 - 2b. $\forall X (\text{inRitardo}(X) \rightarrow \neg \text{inOrario}(X))$
 3. $\forall X (\text{invitato}(X) \rightarrow \text{inOrario}(X))$
- GNeg: $\exists Y \text{ attore}(Y) \wedge \text{invitato}(Y)$

Clausole:

- C1: $\neg \text{invitato}(X) \vee \neg \text{attore}(X) \vee \text{inRitardo}(X)$
- C2a: $\neg \text{inOrario}(X) \vee \neg \text{inRitardo}(X)$
- C2b: $\neg \text{inRitardo}(X) \vee \neg \text{inOrario}(X)$
- C3 $\neg \text{invitato}(X) \vee \text{inOrario}(X)$
- GNeg_a: $\text{attore}(s)$ (goal negato, più Skolem)
- GNeg_b: $\text{invitato}(s)$ (goal negato, più Skolem)

Risoluzione:

- C4: GNeg_a+1: $\neg \text{invitato}(s) \vee \text{inRitardo}(s)$
- C5: C4+GNeg_b: $\text{inRitardo}(s)$
- C6: C5+C2a: $\neg \text{inOrario}(s)$
- C7: C6+C3: $\neg \text{invitato}(s)$
- C8: C7+GNeg_b: clausola vuota

Compito 14 Giugno 2018

Date le seguenti frasi in linguaggio naturale:

1. Mario sa risolvere gli stessi problemi di logica che sa risolvere Maria
2.e viceversa (Maria sa risolvere gli stessi problemi di logica di Mario)
3. Chi sa risolvere un problema di logica difficile, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale
4. Esiste un problema di logica difficile che Mario sa risolvere.

Dimostrare, tramite il principio di risoluzione, che Maria prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.

Si usino, a tal scopo, i seguenti predicati (da significato inteso):

- $\text{problema}(X)$, X è un problema di logica;
- $\text{risolve}(X,Y)$, X sa risolvere il problema Y ;
- $\text{difficile}(X)$, X è un problema difficile;
- $\text{prende30}(X)$, X prenderà 30 nell'esame di Fondamenti di IA

Conversione in clausole:

Mario sa risolvere gli stessi problemi di logica che sa risolvere Maria.

$$\forall X \text{ problema}(X) \wedge \text{risolve}(\text{maria}, X) \Rightarrow \text{risolve}(\text{mario}, X)$$

$$\sim \text{problema}(X) \vee \sim \text{risolve}(\text{maria}, X) \vee \text{risolve}(\text{mario}, X) \quad \text{C1}$$

Maria sa risolvere gli stessi problemi di logica che sa risolvere Mario.

$$\forall X \text{ problema}(X) \wedge \text{risolve}(\text{mario}, X) \Rightarrow \text{risolve}(\text{maria}, X)$$

$$\sim \text{problema}(X) \vee \sim \text{risolve}(\text{mario}, X) \vee \text{risolve}(\text{maria}, X) \quad \text{C2}$$

Chi sa risolvere un problema di logica difficile, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.

$$\forall X \forall P \text{ problema}(P) \wedge \text{risolve}(X, P) \wedge \text{difficile}(P) \Rightarrow \text{prende30}(X)$$

$$\sim \text{problema}(P) \vee \sim \text{risolve}(X, P) \vee \sim \text{difficile}(P) \vee \text{prende30}(X) \quad \text{C3}$$

Esiste un problema di logica difficile che Mario sa risolvere.

$$\exists P \text{ problema}(P) \wedge \text{risolve}(\text{mario}, P) \wedge \text{difficile}(P).$$

k1 costante di Skolem.

$$\text{problema}(k1) \quad \text{C4.1}$$

$$\text{risolve}(\text{mario}, k1) \quad \text{C4.2}$$

$$\text{difficile}(k1) \quad \text{C4.3}$$

Goal: *Maria prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale*

prende30(maria)

Negato: $\sim$ prende30(maria)

Risoluzione:

C5: Gneg + C3: $\sim$ problema(P) $\vee$ $\sim$ risolve(maria,P) $\vee$ $\sim$ difficile(P)

C6: C5 + C4.1: $\sim$ risolve(maria,k1) $\vee$ $\sim$ difficile(k1)

C7: C6 + C4.3: $\sim$ risolve(maria,k1)

C8: C7 + C2: $\sim$ risolve(mario,k1) $\vee$ $\sim$ problema(k1)

C9: C8 + C4.2: $\sim$ problema(k1)

C10: C9 + C4.1: clausola vuota, contraddizione.

Compito 9 Febbraio 2018

Si formalizzino le seguenti frasi in logica dei predicati:

1. Ogni opera di Mozart è un capolavoro o (**or esclusivo**) è incompiuta
 2. “Il flauto magico” è un’opera di Mozart e non è incompiuta
 3. Esiste almeno un’opera di Mozart che è un capolavoro
- Le si trasformi in clausole usando i seguenti predicati:
opera(X,Y) (X è un’opera di Y),
 - capolavoro(X) (X è un capolavoro),
 - incompiuta(X) (X è incompiuta).

Si usi poi il principio di risoluzione per dimostrare che: “Il flauto magico” è un’opera di Mozart ed è un capolavoro.

C1: $\forall X (\text{opera}(X, \text{mozart}) \rightarrow \text{capolavoro}(X) \text{ xor } \text{incompiuta}(X))$
C2: $\text{opera}(\text{flautoMagico}, \text{mozart}) \wedge \neg \text{incompiuta}(\text{flautoMagico})$
C3: $\exists X (\text{opera}(X, \text{mozart}) \wedge \text{capolavoro}(X))$
Goal: $\text{opera}(\text{flautoMagico}, \text{mozart}) \wedge \text{capolavoro}(\text{flautoMagico})$

Clausole:

C1a $\neg \text{opera}(X, \text{mozart}) \vee \text{capolavoro}(X) \vee \text{incompiuta}(X)$
C1b $\neg \text{opera}(X, \text{mozart}) \vee \neg \text{capolavoro}(X) \vee \neg \text{incompiuta}(X)$
C2a $\text{opera}(\text{flautoMagico}, \text{mozart})$
C2b $\neg \text{incompiuta}(\text{flautoMagico})$
C3a $\text{opera}(c, \text{mozart})$
C3b $\text{capolavoro}(c)$
GNeg: $\neg \text{opera}(\text{flautoMagico}, \text{mozart}) \vee \neg \text{capolavoro}(\text{flautoMagico})$

Risoluzione:

C4: GNeg + C2a: $\neg \text{capolavoro}(\text{flautoMagico})$
C5: C4 + C1a: $\neg \text{opera}(\text{flautoMagico}, \text{mozart}) \vee \text{incompiuta}(\text{flautoMagico})$
C5: C4 + C2a: $\text{incompiuta}(\text{flautoMagico})$
C6: C5 + C2b: clausola vuota.