

VERSO UN VERO LINGUAGGIO DI PROGRAMMAZIONE

- Al Prolog puro devono, tuttavia, essere aggiunte alcune caratteristiche per poter ottenere un linguaggio di programmazione utilizzabile nella pratica.
- In particolare:
 - Meccanismi per la definizione e valutazione di espressioni e funzioni.
 - Strutture dati e operazioni per la loro manipolazione.
 - Meccanismi di input/output.
 - Meccanismi di controllo della ricorsione e del backtracking.
 - Negazione
- Tali caratteristiche sono state aggiunte al Prolog puro attraverso la definizione di alcuni predicati speciali (*predicati built-in*) predefiniti nel linguaggio e trattati in modo speciale dall'interprete.

ARITMETICA E RICORSIONE

- Non esiste, in logica, alcun meccanismo per la *valutazione* di funzioni, operazione fondamentale in un linguaggio di programmazione
- I numeri interi possono essere rappresentati come termini Prolog.
 - Il numero intero N è rappresentato dal termine:
$$\underbrace{s(s(s(\dots s(0)\dots)))}_{N \text{ volte}}$$
- Il Prolog non fornisce alcun costrutto sintattico per l'iterazione (quali, ad esempio, i costrutti *while* e *repeat*) e l'unico meccanismo per ottenere iterazione è la definizione ricorsiva.

ARITMETICA E RICORSIONE

`sum(X, Y, Z) "Z è la somma di X e Y"`

`sum(0, X, X) .`

`sum(s(X), Y, s(Z)) :- sum(X, Y, Z) .`

`prodotto(X, Y, Z) "Z è il prodotto di X e Y"`

`prodotto(X, 0, 0) .`

`prodotto(X, s(Y), Z) :- prodotto(X, Y, W),
sum(X, W, Z) .`

- Non utilizzabile in pratica: predicati predefiniti per la valutazione di espressioni

PREDICATI PREDEFINITI PER LA VALUTAZIONE DI ESPRESSIONI

- L'insieme degli atomi Prolog contiene tanto i numeri interi quanto i numeri floating point. I principali **operatori aritmetici** sono **simboli funzionali** (operatori) predefiniti del linguaggio. **In questo modo ogni espressione può essere rappresentata come un termine Prolog.**
- Per gli operatori aritmetici binari il Prolog consente tanto una notazione prefissa (funzionale), quanto la più tradizionale notazione infissa

TABELLA OPERATORI ARITMETICI

Operatori Unari	<code>-</code> , <code>exp</code> , <code>log</code> , <code>ln</code> , <code>sin</code> , <code>cos</code> , <code>tg</code>
Operatori Binari	<code>+</code> , <code>-</code> , <code>*</code> , <code>\</code> , <code>div</code> , <code>mod</code>

- `+(2,3)` e `2+3` sono due rappresentazioni equivalenti. Inoltre, `2+3*5` viene interpretata correttamente come `2+(3*5)`

ESEMPI

$2 * 3 - 6$

$-(* (2, 3) , 6)$

Y non è istanziata al momento della valutazione

PREDICATI PREDEFINITI PER LA VALUTAZIONE DI ESPRESSIONI

- Data un' espressione, è necessario un meccanismo per la valutazione
- Speciale predicato predefinito **is**.

T is Expr (is (T, Expr))

- **T** può essere un atomo numerico o una variabile
 - **Expr** deve essere un'espressione.
- L' espressione **Expr** viene valutata e il risultato della valutazione viene
unificato con **T**

Le variabili in **Expr** DEVONO ESSERE ISTANZIATE al momento della valutazione

ESEMPI

```
:- X is 2+3.  
yes    X=5
```

```
:- X1 is 2+3, X2 is exp(X1), X is X1*X2.  
yes    X1=5    X2=148.413    X=742.065
```

```
:- 0 is 3-3.  
yes
```

```
:- X is Y-1.  
No
```

Y non è istanziata al momento della valutazione

(NOTA: Alcuni sistemi Prolog danno come errore
Instantion Fault)

```
:- X is 2+3, X is 4+5.  
no
```

ESEMPI

```
:- X is 2+3, X is 4+1.  
yes      X=5
```

- In questo caso il secondo goal della congiunzione risulta essere:

```
:-      5 is 4+1.
```

che ha successo. `x` infatti è stata istanziata dalla valutazione del primo `is` al valore 5.

```
:-      X is 2+3, X is X+1.  
no
```



NOTA: non corrisponde a un assegnamento dei linguaggi imperativi. Le variabili sono *write-once*

ESEMPI

Nel caso dell'operatore `is` l'ordine dei goal è rilevante.

(a) `:- X is 2+3, Y is X+1.`

(b) `:- Y is X+1, X is 2+3.`

Mentre il goal (a) ha successo e produce la coppia di istanziazioni `X=5, Y=6`, il goal (b) fallisce.

- Il predicato predefinito "is" è un tipico esempio di un predicato predefinito **non reversibile**; come conseguenza le procedure che fanno uso di tale predicato non sono (in generale) reversibili.

TERMINI ED ESPRESSIONI

- Un termine che rappresenta un'espressione viene valutato solo se è il secondo argomento del predicato **is**

`p(a, 2+3*5) .`

`q(X,Y) :- p(a,Y), X is Y.`

`:- q(X,Y) .`

`yes` `X=17` `Y=2+3*5` `(Y=+(2,* (3,5)))`


Valutazione di Y

NOTA: `Y` non viene valutato, ma unifica con una struttura che ha `+` come operatore principale, e come argomenti `2` e una struttura che ha `*` come operatore principale e argomenti `3` e `5`

OPERATORI RELAZIONALI

- Il Prolog fornisce operatori relazionali per confrontare i valori di espressioni.
- Tali operatori sono utilizzabili come goal all'interno di una clausola Prolog ed hanno notazione infissa

OPERATORI RELAZIONALI

$>$, $<$, $>=$, $=<$, $==$, \neq  *disuguaglianza*



uguaglianza

CONFRONTO TRA ESPRESSIONI

- Passi effettuati nella valutazione di:

Expr1 REL Expr2

dove **REL** e' un operatore relazionale e **Expr1** e **Expr2** sono espressioni

- vengono valutate **Expr1** ed **Expr2**
- NOTA: le espressioni devono essere completamente istanziate
- I risultati della valutazione delle due espressioni vengono confrontati tramite l'operatore **REL**

Unificazione e uguaglianza tra termini

- **T1 = T2**, verifica se T1 e T2 sono unificabili. Viene generata la sostituzione (mgu) che unifica i due termini (e vengono pertanto legate le variabili nei due termini).

?- $f(X, g(a)) = f(h(c), g(Y))$.

yes $X=h(c)$ $Y=a$

?- $2+3 = 5$.

no

- **T1 == T2**, verifica se T1 e T2 sono uguali (identici). In particolare, se i due termini contengono due variabili in posizioni equivalenti, perché i termini siano uguali, le due variabili devono essere la stessa variabile. Si noti che in questo caso non viene generata alcuna sostituzione.

■ Es. ?- $f(a, b) == f(a, b)$. yes

■ ?- $f(a, X) == f(a, b)$. no

■ ?- $f(a, X) == f(a, X)$. yes

■ ?- $f(a, X) == f(a, Y)$. no

Uguaglianza tra espressioni (SICStus Prolog)

- **T1 == T2**, verifica se i termini T1 e T2 sono uguali (identici). Non li valuta anche se rappresentano espressioni

?- 2*2 == 4.

no

- **E1 ::= E2**, verifica se E1 e E2 sono espressioni che hanno lo stesso valore

?- 2*2 ::= 4.

yes

Disuguaglianza (SICStus Prolog)

- **T1 \== T2**, verifica se T1 e T2 non sono uguali (identici); ha successo se i due termini (*non valutati*) non sono identici
- In SICStus Prolog per le espressioni, l'operatore diverso è indicato come: **=\=**
- **E1 =\= E2** ha successo se le due espressioni (che vengono valutate) non hanno lo stesso valore
- Quindi
 - $2*2 \text{ \textbackslash== } 4$ è vero
 - $2*2 \text{ =\= } 4$ è falso

CALCOLO DI FUNZIONI

- Una funzione è realizzata attraverso predicati (relazioni) Prolog.
- Data una funzione f ad n argomenti, essa può essere realizzata mediante un predicato ad $n+1$ argomenti nel modo seguente

– $f : x_1, x_2, \dots, x_n \rightarrow y$ diventa
 $f(x_1, x_2, \dots, x_n, y) \text{ :- } \langle \text{calcolo di } y \rangle$

- `sum(0,X,X) .`
- `sum(s(X),Y,s(Z)) :- sum(X,Y,Z) .`
- `sum(0,X,X) .`
- `sum(X,Y,Z) :- X1 is X-1, sum(X1,Y,Z1), Z is Z1+1.`
- Il primo e secondo argomento sono sempre di ingresso (perdo la reversibilità)

CALCOLO DI FUNZIONI

- Esempio: calcolare la funzione fattoriale così definita:

`fatt: n → n ! (n intero positivo)`

`fatt(0) = 1`

`fatt(n) = n * fatt(n-1) (per n>0)`

```
fatt(0,1).
```

```
fatt(N,Y):- N>0, N1 is N-1,  
            fatt(N1,Y1), Y is N*Y1.
```

CALCOLO DI FUNZIONI

- Esempio: calcolare il massimo comun divisore tra due interi positivi

`mcd: x,y → MCD(x,y) (x,y interi positivi)`

`MCD(x,0) = x`

`MCD(x,y) = MCD(y, x mod y) (per y>0)`

`mcd(X,Y,Z)`

`"Z è il massimo comun divisore di X e Y"`

`mcd(X,0,X) .`

`mcd(X,Y,Z) :- Y>0, X1 is X mod Y,
 mcd(Y,X1,Z) .`

ESEMPI

- Calcolare la funzione

`abs(x) = |x|`

`abs(X,Y)`

"Y è il valore assoluto di X"

`abs(X,X) :- X >= 0.`

`abs(X,Y) :- X < 0, Y is -X.`

- Si consideri la definizione delle seguenti relazioni:

`pari(X) = true se X è un numero pari`
`false se X è un numero dispari`

`dispari(X) = true se X è un numero dispari`
`false se X è un numero pari`

`pari(0).`

`pari(X) :- X > 0, X1 is X-1, dispari(X1).`

`dispari(X) :- X > 0, X1 is X-1, pari(X1).`

RICORSIONE E ITERAZIONE

- Il Prolog non fornisce alcun costrutto sintattico per l'iterazione (quali, ad esempio, i costrutti *while* e *repeat*) e l'unico meccanismo per ottenere iterazione è la definizione ricorsiva.
- Una funzione *f* è definita per *ricorsione tail* se *f* è la funzione "più esterna" nella definizione ricorsiva o, in altri termini, se sul risultato della chiamata ricorsiva di *f* non vengono effettuate ulteriori operazioni
- La definizione di funzioni (predicati) per ricorsione tail può essere considerata come una definizione per *iterazione*
 - Potrebbe essere valutata in spazio costante mediante un processo di valutazione iterativo.

RICORSIONE E ITERAZIONE

- Si dice *ottimizzazione della ricorsione tail* valutare una funzione tail ricorsiva f mediante un processo iterativo ossia caricando un solo record di attivazione per f sullo stack di valutazione (esecuzione).
- In Prolog l'ottimizzazione della ricorsione tail è un po' più complicata che non nel caso dei linguaggi imperativi a causa del:
 - non determinismo
 - della presenza di punti di scelta nella definizione delle clausole.

RICORSIONE NON TAIL

Il predicato `fatt` è definito con una forma di ricorsione semplice (non tail):

```
fatt(0,1).
```

```
fatt(N,Y):- N>0, N1 is N-1, fatt(N1,Y1), Y is N*Y1.
```

- Casi in cui una relazione ricorsiva può essere trasformata in una relazione tail ricorsiva

```
fatt1(N,Y):- fatt1(N,1,1,Y).
```

```
fatt1(N,M,ACC,ACC) :- M > N.
```

```
fatt1(N,M,ACCin,ACCout) :- ACCtemp is ACCin*M,  
                           M1 is M+1,  
                           fatt1(N,M1,ACCtemp,ACCout).
```

*Accumulatore
in ingresso*

*Accumulatore
in uscita*

RICORSIONE NON TAIL

- Il fattoriale viene calcolato utilizzando un argomento di accumulazione, inizializzato a 1, incrementato ad ogni passo e unificato in uscita nel caso base della ricorsione.

$$ACC_0 = 1$$

$$ACC_1 = 1 * ACC_0 = 1 * 1$$

$$ACC_2 = 2 * ACC_1 = 2 * (1 * 1)$$

...

$$ACC_{N-1} = (N-1) * ACC_{N-2} = N-1 * (N-2 * (\dots * (2 * (1 * 1)) \dots))$$

$$ACC_N = N * ACC_{N-1} = N * (N-1 * (N-2 * (\dots * (2 * (1 * 1)) \dots)))$$

RICORSIONE NON TAIL

- Altra struttura iterativa per la realizzazione del fattoriale

`fatt2(N,Y)`

`"Y è il fattoriale di N"`

`fatt2(N,Y) :- fatt2(N,1,Y) .`

`fatt2(0,ACC,ACC) .`

`fatt2(M,ACC,Y) :- ACC1 is M*ACC,
 M1 is M-1,
 fatt2(M1,ACC1,Y) .`

Esercizio 1.4 Da fare!!

I numeri di Fibonacci formano una sequenza caratterizzata da

$$F(0)=0$$

$$F(1)=1$$

$$F(2)=1$$

$$F(n)=F(n-1)+F(n-2)$$

■ Scrivere un predicato `fib(N,F)` tale che $F=F(N)$ in versione ricorsiva.

Esempi:

```
?- fib(3,F) .
```

```
F = 2;
```

```
no
```

```
?- fib(4,F) .
```

```
F = 3;
```

```
no
```

Esercizio 1.4

- Calcolo del numero di Fibonacci: definizione

`fibonacci(0) = 0`

`fibonacci(1) = 1`

`fibonacci(N) =`

`fibonacci(N-1) + fibonacci(N-2) per N >1`

- Programma Prolog soluzione:

`fib(0,0).`

`fib(1,1).`

`fib(N,Y) :- N>1,`
 `N1 is N-1,`
 `fib(N1,Y1),`
 `N2 is N-2,`
 `fib(N2,Y2),`
 `Y is Y1+Y2.`

- Scriverne una versione tail ricorsiva ...

Esercizio 1.4 (cont.)

```
fibIter(N,F):-  
    fibIter(2,N,1,0,F) .
```

```
fibIter(_,0,_,_,0) .
```

```
fibIter(_,1,_,_,1) .
```

```
fibIter(N,N,Fib_1,Fib_2,F):-  
    F is Fib_1 + Fib_2.
```

```
fibIter(I,N,Fib_1,Fib_2,F):-  
    NewFib_1 is Fib_1+Fib_2,  
    NewFib_2 is Fib_1,  
    I1 is I + 1,  
    fibIter(I1,N,NewFib_1,NewFib_2,F) .
```