

---

# ESERCIZI DI LOGICA

# ESERCIZIO 1

---

- Si trasformi la seguente frase della logica dei predicati del primo ordine nella forma a clausole:
- *"Le case grandi richiedono un grosso lavoro a meno che*
  - *abbiano una persona addetta alle pulizie*
  - *e non abbiano il giardino"*.
- $\forall H \text{ big}(H) \wedge \text{house}(H) \rightarrow \text{work}(H) \vee \{ \exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \neg \exists G \text{ garden}(G,H) \}$
- *Si discuta inoltre se sarebbe possibile trasformarla in clausole di Horn e si motivi la risposta.*

# Conversione in clausole

---

- 1) Elimino le implicazioni, XOR, ...
- 2) Riduzione del connettivo not a soli atomi e non più a formule composte
- 3) Spostamento dei quantificatori in testa alla formula
- 4) Forma prenessa congiuntiva
  - (congiunzione di disgiunzioni)
- 5) Skolemizzazione
  - (eliminazione quantificatori esistenziali)

# 1. Elimino le implicazioni, XOR, ...

---

$\forall H \text{ big}(H) \wedge \text{house}(H) \rightarrow$

$\text{work}(H) \vee$

$\{\exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \neg \exists G \text{ garden}(G,H)\}$

$\forall H \neg [\text{big}(H) \wedge \text{house}(H)] \vee$

$\text{work}(H) \vee$

$\{\exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \neg \exists G \text{ garden}(G,H)\}$

## 2. Riduzione del connettivo not a soli atomi

---

$\forall H \neg [\text{big}(H) \wedge \text{house}(H)] \vee$

$\text{work}(H) \vee$

$\{\exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \neg \exists G \text{ garden}(G,H)\}$

$\forall H [\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H)] \vee$

$\text{work}(H) \vee$

$\{\exists M \text{ cleans}(M,H) \wedge \forall G \neg \text{garden}(G,H)\}$

### 3. Spostamento quantificatori in testa alla formula

---

$\forall H \neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee$   
 $\text{work}(H) \vee$

$\{\exists M \text{cleans}(M,H) \wedge \forall G \neg \text{garden}(G,H)\}$

$\forall H \exists M \forall G \neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee$   
 $\text{work}(H) \vee$

$\{\text{cleans}(M,H) \wedge \neg \text{garden}(G,H)\}$

## 4. Forma prenessa congiuntiva (congiunzione di disgiunzioni)

---

$\forall H \exists M \forall G$

$\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee$   
 $\{\text{cleans}(M,H) \wedge \neg \text{garden}(G,H)\}$

$\forall H \exists M \forall G$

$\{\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(M,H)\}$

$\wedge$

$\{\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \neg \text{garden}(G,H)\}$

# 5. Skolemizzazione

---

$\forall H \exists M \forall G$

$\{\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(M,H)\}$

$\wedge$

$\{\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \neg \text{garden}(G,H)\}$

$\forall H \forall G$

$\{\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(f(H),H)\}$

$\wedge$

$\{\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \neg \text{garden}(G,H)\}$



# Forma a clausole

---

- $\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \text{cleans}(f(H),H)$
- $\neg \text{big}(H) \vee \neg \text{house}(H) \vee \text{work}(H) \vee \neg \text{garden}(G,H)$

La frase non può essere trasformata in clausole di Horn a causa dei letterali positivi: infatti la prima clausola contiene due letterali positivi, mentre le clausole di Horn ne contengono al più uno.

# ESERCIZIO 2

---

Si assumano i seguenti fatti:

- A Simone piacciono soltanto i corsi facili;
- I corsi di scienze sono difficili;
- Tutti i corsi del dipartimento di Intelligenza Artificiale sono facili;
- BK301 è un corso di Intelligenza Artificiale.

Si usi la risoluzione per rispondere alla domanda: Quale corso piace a Simone?

# Formule logiche

---

A Simone piacciono soltanto i corsi facili

$$\forall X, \forall Y \text{ corso}(Y,X), \text{ facile}(X) \rightarrow \text{ piace}(\text{simone},X)$$

I corsi di scienze sono difficili

$$\forall X \text{ corso}(\text{scienze}, X) \rightarrow \text{ not facile}(X)$$

Tutti i corsi del dipartimento di Intelligenza Artificiale sono facili;

$$\forall X \text{ corso}(\text{ai}, X) \rightarrow \text{ facile}(X)$$

BK301 è un corso di Intelligenza Artificiale.

$$\text{ corso}(\text{ai}, \text{bk301}).$$

domanda: Quale corso piace a Simone?

$$\exists X \exists Y \text{ piace}(\text{simone},X), \text{ corso}(Y,X) ?$$

# Forma a clausole

---

$\forall X \forall Y \text{ corso}(Y, X), \text{ facile}(X) \rightarrow \text{piace}(\text{simone}, X)$

$\forall X \text{ corso}(\text{scienze}, X) \rightarrow \neg \text{facile}(X)$

$\forall X \text{ corso}(\text{ai}, X) \rightarrow \text{facile}(X)$

$\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

$\neg (\exists X \exists Y \text{ piace}(\text{simone}, X), \text{ corso}(Y, X))$

# Forma a clausole

---

**C1**  $\neg \text{corso}(Y, X) \vee \neg \text{facile}(X) \vee \text{piace}(\text{simone}, X)$

**C2**  $\neg \text{corso}(\text{scienze}, X) \vee \neg \text{facile}(X)$

**C3**  $\neg \text{corso}(\text{ai}, X) \vee \text{facile}(X)$

**C4:**  $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

**Gneg:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, X) \vee \neg \text{corso}(Y, X)$

# Risoluzione

---

**C1**  $\neg \text{corso}(Y, X) \vee \neg \text{facile}(X) \vee \text{piace}(\text{simone}, X)$

**C2**  $\neg \text{corso}(\text{scienze}, X) \vee \neg \text{facile}(X)$

**C3**  $\neg \text{corso}(\text{ai}, X) \vee \text{facile}(X)$

**C4:**  $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

**Gneg:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, X) \vee \neg \text{corso}(Y, X)$

**C5:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, \text{bk301})$

# Risoluzione

---

**C1**  $\neg \text{corso}(Y, X) \vee \neg \text{facile}(X) \vee \text{piace}(\text{simone}, X)$

**C2**  $\neg \text{corso}(\text{scienze}, X) \vee \neg \text{facile}(X)$

**C3**  $\neg \text{corso}(\text{ai}, X) \vee \text{facile}(X)$

**C4:**  $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

**Gneg:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, X) \vee \neg \text{corso}(Y, X)$

**C5:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, \text{bk301})$

**C6:**  $\text{facile}(\text{bk301})$

# Risoluzione

---

**C1**  $\neg \text{corso}(Y, X) \vee \neg \text{facile}(X) \vee \text{piace}(\text{simone}, X)$

**C2**  $\neg \text{corso}(\text{scienze}, X) \vee \neg \text{facile}(X)$

**C3**  $\neg \text{corso}(\text{ai}, X) \vee \text{facile}(X)$

**C4:**  $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

**Gneg:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, X) \vee \neg \text{corso}(Y, X)$

**C5:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, \text{bk301})$

**C6:**  $\text{facile}(\text{bk301})$

**C7:**  $\neg \text{corso}(Y, \text{bk301}) \vee \neg \text{facile}(\text{bk301})$



# Risoluzione

---

**C1**  $\neg \text{corso}(Y, X) \vee \neg \text{facile}(X) \vee \text{piace}(\text{simone}, X)$

**C2**  $\neg \text{corso}(\text{scienze}, X) \vee \neg \text{facile}(X)$

**C3**  $\neg \text{corso}(\text{ai}, X) \vee \text{facile}(X)$

**C4:**  $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

**Gneg:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, X) \vee \neg \text{corso}(Y, X)$

**C5:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, \text{bk301})$

**C6:**  $\text{facile}(\text{bk301})$

**C7:**  $\neg \text{corso}(Y, \text{bk301}) \vee \neg \text{facile}(\text{bk301})$

**C8:**  $\neg \text{corso}(Y, \text{bk301})$

# Risoluzione

---

**C1**  $\neg \text{corso}(Y, X) \vee \neg \text{facile}(X) \vee \text{piace}(\text{simone}, X)$

**C2**  $\neg \text{corso}(\text{scienze}, X) \vee \neg \text{facile}(X)$

**C3**  $\neg \text{corso}(\text{ai}, X) \vee \text{facile}(X)$

**C4:**  $\text{corso}(\text{ai}, \text{bk301})$ .

**Gneg:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, X) \vee \neg \text{corso}(Y, X)$

**C5:**  $\neg \text{piace}(\text{simone}, \text{bk301})$

**C6:**  $\text{facile}(\text{bk301})$

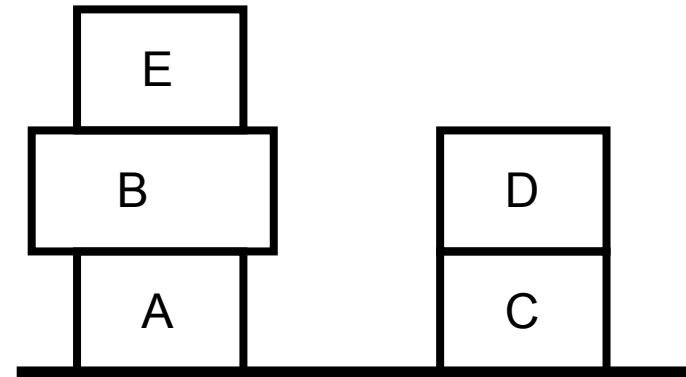
**C7:**  $\neg \text{corso}(Y, \text{bk301}) \vee \neg \text{facile}(\text{bk301})$

**C8:**  $\neg \text{corso}(Y, \text{bk301})$

**C9:**  $[\ ]$

# Mondo a blocchi

- `ontable(a)`
- `ontable(c)`
- `on(d,c)`
- `on(b,a)`
- `heavy(b)`
- `clear(e)`
- `clear(d)`
- `heavy(d)`
- `wooden(b)`
- `on(e,b)`



Le seguenti frasi rappresentano una conoscenza generale su questo mondo a blocchi:

- Ogni grande blocco blu è su un blocco verde.
- Ogni blocco pesante (`heavy`) e fatto di legno (`wooden`) è grande.
- Tutti i blocchi senza nessun blocco sopra (`clear`) sono blu.
- Tutti i blocchi fatti di legno (`wooden`) sono blu.

Si rappresentino queste frasi in logica dei predicati e si utilizzi la risoluzione per rispondere alla domanda: "Quale blocco è sopra un blocco verde?".

# Traduzione in logica

---

- Ogni grande blocco blu è su un blocco verde.  
 $\forall X, \exists Y \text{ grande}(X), \text{blu}(X) \rightarrow \text{on}(X, Y), \text{verde}(Y)$
- Ogni blocco pesante (heavy) e fatto di legno (wooden) è grande.  
 $\forall X, \text{heavy}(X), \text{wooden}(X) \rightarrow \text{grande}(X)$
- Tutti i blocchi senza nessun blocco sopra (clear) sono blu.  
 $\forall X, \text{clear}(X) \rightarrow \text{blu}(X)$
- Tutti i blocchi fatti di legno (wooden) sono blu.  
 $\forall X, \text{wooden}(X) \rightarrow \text{blu}(X)$
- Quale blocco è sopra un blocco verde?  
 $\exists X \exists Y \text{ on}(X, Y) \text{ and } \text{verde}(Y)$

# Forma a clausole

---

$$\forall X \exists Y \text{ grande}(X) \wedge \text{blu}(X) \rightarrow \text{on}(X, Y) \wedge \text{verde}(Y)$$
$$\forall X \exists Y \neg \text{grande}(X) \vee \neg \text{blu}(X) \vee (\text{on}(X, Y) \wedge \text{verde}(Y))$$
$$\forall X \exists Y (\neg \text{grande}(X) \vee \neg \text{blu}(X) \vee \text{on}(X, Y)) \wedge$$
$$(\neg \text{grande}(X) \vee \neg \text{blu}(X) \vee \text{verde}(Y))$$
$$\forall X (\neg \text{grande}(X) \vee \neg \text{blu}(X) \vee \text{on}(X, f(X))) \wedge$$
$$(\neg \text{grande}(X) \vee \neg \text{blu}(X) \vee \text{verde}(f(X)))$$

# Forma a clauseole

---

**C1.**  $\neg\text{grande}(X) \vee \neg\text{blu}(X) \vee \text{on}(X, f(X))$

**C2.**  $\neg\text{grande}(X) \vee \neg\text{blu}(X) \vee \text{verde}(f(X))$

$\forall X, \text{heavy}(X), \text{wooden}(X) \rightarrow \text{grande}(X)$

**C3.**  $\neg\text{heavy}(X) \vee \neg\text{wooden}(X) \vee \text{grande}(X)$

$\forall X, \text{clear}(X) \rightarrow \text{blu}(X)$

**C4.**  $\neg\text{clear}(X) \vee \text{blu}(X)$

$\forall X, \text{wooden}(X) \rightarrow \text{blu}(X)$

**C5.**  $\neg\text{wooden}(X) \vee \text{blu}(X)$

$\neg(\exists X \exists Y \text{on}(X, Y) \text{ and } \text{verde}(Y))$

**Gn:**  $\neg\text{on}(X, Y) \vee \neg\text{verde}(Y)$

# Risoluzione

**C1.**  $\neg\text{grande}(X) \vee \neg\text{blu}(X) \vee \text{on}(X, f(X))$

**C2.**  $\neg\text{grande}(X) \vee \neg\text{blu}(X) \vee \text{verde}(f(X))$

**C3.**  $\neg\text{heavy}(X) \vee \neg\text{wooden}(X) \vee$   
 $\text{grande}(X)$

**C4.**  $\neg\text{clear}(X) \vee \text{blu}(X)$

**C5.**  $\neg\text{wooden}(X) \vee \text{blu}(X)$

**Gn:**  $\neg\text{on}(X, Y) \vee \neg\text{verde}(Y)$

C6.  $\text{ontable}(a)$

C7.  $\text{ontable}(c)$

C8.  $\text{on}(d, c)$

C9.  $\text{on}(b, a)$

C10.  $\text{heavy}(b)$

C11.  $\text{clear}(e)$

C12.  $\text{clear}(d)$

C13.  $\text{heavy}(d)$

C14.  $\text{wooden}(b)$

C15.  $\text{on}(e, b)$

C16: Gn e C1  $\neg\text{grande}(X) \vee \neg\text{blu}(X) \vee \neg\text{verde}(f(X))$

C17: C16 e C2  $\neg\text{grande}(X) \vee \neg\text{blu}(X)$

C18: C17 e C3  $\neg\text{heavy}(X) \vee \neg\text{wooden}(X) \vee \neg\text{blu}(X)$

C19: C18 e C5  $\neg\text{heavy}(X) \vee \neg\text{wooden}(X)$

C20: C19 e C10:  $\neg\text{wooden}(b)$  con  $X/b$

C20 e C14 : []

# ESERCIZIO

---

- Date le seguenti frasi in linguaggio naturale:
- *Giuseppe sa risolvere gli stessi esercizi di logica che sa risolvere Claudia ...*
- *...e viceversa (Claudia sa risolvere gli stessi esercizi di logica di Giuseppe)*
- *Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*
- *Giuseppe non prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*
- Dimostrare, tramite il principio di risoluzione, che ci sono problemi di logica che Claudia non sa risolvere.



# Traduzione in logica

- *Giuseppe sa risolvere gli stessi esercizi di logica che sa risolvere Claudia.*  
 $\forall P \text{ problema}(P) \wedge \text{risolve}(\text{claudia}, P) \Rightarrow \text{risolve}(\text{giuseppe}, P)$
- *Claudia sa risolvere gli stessi esercizi di logica di Giuseppe*  
 $\forall P \text{ problema}(P) \wedge \text{risolve}(\text{giuseppe}, P) \Rightarrow \text{risolve}(\text{claudia}, P)$
- *Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*  
 $\forall X [\forall P \text{ problema}(P) \Rightarrow \text{risolve}(X, P)] \Rightarrow \text{prende30}(X)$
- *Giuseppe non prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*  
 $\sim \text{prende30}(\text{giuseppe}).$
- *QN. ci sono problemi di logica che Claudia non sa risolvere.*  
 $\sim [\exists P, \text{ problema}(P) \wedge \sim \text{risolve}(\text{claudia}, P)]$

# Traduzione in clausole

- $\sim[\exists P, \text{problema}(P) \wedge \sim \text{risolve}(\text{claudia}, P)]$   
 $\sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(\text{claudia}, P)$
- $\forall P \text{ problema}(P) \wedge \text{risolve}(\text{claudia}, P) \Rightarrow \text{risolve}(\text{giuseppe}, P)$   
 $\sim \text{problema}(P) \vee \sim \text{risolve}(\text{claudia}, P) \vee \text{risolve}(\text{giuseppe}, P)$
- $\forall P \text{ problema}(P) \wedge \text{risolve}(\text{giuseppe}, P) \Rightarrow \text{risolve}(\text{claudia}, P)$   
 $\sim \text{problema}(P) \vee \sim \text{risolve}(\text{giuseppe}, P) \vee \text{risolve}(\text{claudia}, P)$
- $\sim \text{prende30}(\text{giuseppe})$ .
- *Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*

$\forall X [\forall P \text{ problema}(P) \Rightarrow \text{risolve}(X, P)] \Rightarrow \text{prende30}(X)$

$\forall X [\forall P \sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(X, P)] \Rightarrow \text{prende30}(X)$

$\forall X \sim[\forall P \sim \text{problema}(P) \vee \text{risolve}(X, P)] \vee \text{prende30}(X)$

$\forall X \exists P [\text{problema}(P) \wedge \sim \text{risolve}(X, P)] \vee \text{prende30}(X)$

$\forall X \exists P [\text{problema}(P) \vee \text{prende30}(X)] \wedge [\sim \text{risolve}(X, P) \vee \text{prende30}(X)]$

$\forall X$       $[\text{problema}(p(X)) \vee \text{prende30}(X)] \wedge$   
           $[\sim \text{risolve}(X, p(X)) \vee \text{prende30}(X)]$

# Risoluzione

- ~Q. ~ problema(P)  $\vee$  risolve(claudia, P)
- 1. ~problema(P)  $\vee$  ~risolve(claudia,P)  $\vee$  risolve(giuseppe,P)
- 2. ~problema(P)  $\vee$  ~risolve(giuseppe,P)  $\vee$  risolve(claudia,P)
- 3. .
  - a. problema(p(X))  $\vee$  prende30(X)
  - b. ~risolve(X, p(X))  $\vee$  prende30(X)
- 4. ~ prende30(giuseppe).

## Risoluzione

- 5. (~Q+1) ~ problema(P)  $\vee$  risolve(giuseppe, P)
- 6. (5+3b) ~problema(p(giuseppe)) $\vee$ prende30(giuseppe)
- 7. (6+3a) prende30(giuseppe)
- 8. (7+4)  $\square$

# 16 Giugno 2011

---

- *Ogni persona lavora come infermiere oppure come insegnante (xor)*
- *Tutti gli infermieri sono maschi*
- *Tutte le persone sono maschi o femmine (xor)*
- *Steve è un maschio e Roberta è una femmina, entrambi sono persone.*
  
- Scriverle in FOL, trasformarle poi in clausole e dimostrare con risoluzione che *Roberta insegna.*

# Traduzione in FOL

- *Ogni persona lavora o come infermiere oppure come insegnante (xor).*

$\forall X \text{ person}(X) \rightarrow \text{works}(X, \text{teacher}) \text{ xor } \text{works}(X, \text{nurse})$

- *Tutti gli infermieri sono maschi.*

$\forall X \text{ works}(X, \text{nurse}) \rightarrow \text{male}(X)$

- *Tutte le persone sono o maschi o femmine (xor).*

$\forall X \text{ person}(X) \rightarrow \text{male}(X) \text{ xor } \text{female}(X)$

- *Steve è un maschio e Roberta è una femmina, entrambi sono persone.*

$\text{male}(\text{steve}), \quad \text{female}(\text{roberta}),$

$\text{person}(\text{steve}), \quad \text{person}(\text{roberta}).$

- *Negazione della query: not (Roberta è un'insegnante).*

$\neg \text{works}(\text{roberta}, \text{teacher})$

# xor

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$A \text{ xor } B = (A \text{ and } \neg B) \text{ or } (\neg A \text{ and } B)$$

*forma SP*

$$(A \text{ or } B) \text{ and } (\neg A \text{ or } \neg B)$$

*forma PS*

$(A \rightarrow B \text{ xor } C)$  equivale a:

$((A \rightarrow B \text{ or } C) \text{ and } (A \rightarrow \text{not } B \text{ or } \text{not } C))$

# Traduzione in FOL

---

- *Ogni persona lavora o come infermiere oppure come insegnante (xor).*

$\forall X \text{ person}(X) \rightarrow \text{works}(X, \text{teacher}) \text{ xor } \text{works}(X, \text{nurse})$

$\neg \text{person}(X) \text{ or } ( \text{works}(X, \text{teacher}) \text{ or } \text{works}(X, \text{nurse}) )$

$\neg \text{person}(X) \text{ or } ( \neg \text{works}(X, \text{teacher}) \text{ or } \neg \text{works}(X, \text{nurse}) )$

# Trasformazione in clausole

---

1.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } (\text{works}(X, \text{teacher}) \text{ or } \text{works}(X, \text{nurse}) )$
2.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } (\neg \text{works}(X, \text{teacher}) \text{ or } \neg \text{works}(X, \text{nurse}) )$
3.  $\neg \text{works}(X, \text{nurse}) \text{ or } \text{male}(X)$
4.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } \text{male}(X) \text{ or } \text{female}(X)$
5.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } \neg \text{male}(X) \text{ or } \neg \text{female}(X)$
6.  $\text{male}(\text{steve})$
7.  $\text{female}(\text{roberta})$
8.  $\text{person}(\text{steve})$
9.  $\text{person}(\text{roberta})$ .
10.  $\neg \text{works}(\text{roberta}, \text{teacher})$



# Risoluzione

1.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } (\text{works}(X, \text{teacher}) \text{ or } \text{works}(X, \text{nurse}))$
2.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } (\neg \text{works}(X, \text{teacher}) \text{ or } \neg \text{works}(X, \text{nurse}))$
3.  $\neg \text{works}(X, \text{nurse}) \text{ or } \text{male}(X)$
4.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } \text{male}(X) \text{ or } \text{female}(X)$
5.  $\neg \text{person}(X) \text{ or } \neg \text{male}(X) \text{ or } \neg \text{female}(X)$
6.  $\text{male}(\text{steve})$
7.  $\text{female}(\text{roberta})$
8.  $\text{person}(\text{steve})$
9.  $\text{person}(\text{roberta})$ .
  
10.  $\neg \text{works}(\text{roberta}, \text{teacher})$

10 + 1 = 11  $\neg \text{person}(\text{roberta}) \text{ or } \text{works}(\text{roberta}, \text{nurse})$ .

11 + 9 = 12  $\text{works}(\text{roberta}, \text{nurse})$ .

12 + 3 = 13  $\text{male}(\text{roberta})$ .

13 + 5 = 14  $\neg \text{person}(\text{roberta}) \text{ or } \neg \text{female}(\text{roberta})$ .

14 + 9 = 15  $\neg \text{female}(\text{roberta})$ .

15 + 7 = *Contraddizione*