Domande sugli esercizi di Logica

Domanda 1:

Nell'esercizio 1 del compito dell'11 luglio 2000:

1. $\forall B,\ bambino(B)\ \mathbf{L}\ buono(B) \Rightarrow porta\_regali(babbo\_natale,B)$
   $\sim bambino(B)\ \mathbf{V} \sim buono(B)\ \mathbf{V}\ porta\_regali(babbo\_natale,B)$

2. $\forall M,\ mamma(M) \Rightarrow \exists B,\ figlio(M,B)\ \mathbf{L}\ bambino(B)$
   $\forall M\ \exists B \sim mamma(M)\ \mathbf{V}\ (figlio(M,B)\ \mathbf{L}\ bambino(B))$
   $(\sim mamma(M)\ \mathbf{V}\ figlio(M,f(M)))\ \mathbf{L} (\sim mamma(M)\ \mathbf{V}\ bambino(f(M)))$
   2a. $(\sim mamma(M)\ \mathbf{V}\ figlio(M,f(M)))$
   2b. $(\sim mamma(M)\ \mathbf{V}\ bambino(f(M)))$

3. $\forall M\ \forall B,\ mamma(M)\ \mathbf{L}\ buono(M)\ \mathbf{L}\ figlio(M,B) \Rightarrow buono(B)$
   $\sim mamma(M)\ \mathbf{V} \sim buono(M)\ \mathbf{V} \sim figlio(M,B)\ \mathbf{V}\ buono(B)$

4. $\exists X,\ mamma(X)\ \mathbf{L}\ buono(X)$
   4a. $mamma(maria)$
   4b. $buono(maria)$

Q. $\exists X,\ porta\_regali(babbo\_natale,X)$
~Q. $\sim porta\_regali(babbo\_natale,X)$

<u>Risoluzione</u>

(~Q+1)	$\sim bambino(X)\ \mathbf{V} \sim buono(X)$
(+2b)	$\sim mamma(M)\ \mathbf{V} \sim buono(f(M))$
(+3)	$\sim mamma(M)\ \mathbf{V} \sim buono(M)\ \mathbf{V} \sim figlio(M,f,(M))$
(+2a)	$\sim mamma(M)\ \mathbf{V} \sim buono(M)$
(+4a)	$\sim buono(maria)$
(+4b)	[]

Perché nella clausola 4 è stata istanziata la variabile X a maria? È per evitare confusione delle variabili?

La clausola 4 contiene un quantificatore esistenziale (∃), che deve essere gestito opportunamente. Come Lei trova spiegato sul libro di testo del corso [1], la trasformazione di una formula ben formata (fbf) della logica dei predicati avviene essenzialmente nelle seguenti fasi:

1. *Chiusura con quantificatori universali delle variabili libere*
2. *forma and-or*
3. *Ridurre l'applicazione della negazione agli atomi*
4. *Portare i quantificatori in testa*
5. *Forma Normale Congiuntiva*
6. *Skolemizzazione*

Per eliminare i quantificatori esistenziali, si utilizza la fase 6. Ciascuna variabile quantificata esistenzialmente viene sostituita da una funzione delle variabili quantificate universalmente che la precedono. Nel nostro caso, quindi:

∃X, mamma(X) **L** buono(X)

1. *Non ci sono variabili libere (senza quantificatori)*
2. *È già in forma and-or*
3. *Non ci sono atomi negati*
4. *Il quantificatore è in testa*
5. *È già in forma normale congiuntiva (congiunzione di disgiunzioni)*
6. *La variabile quantificata esistenzialmente viene sostituita da una costante, visto che non è preceduta da variabili quantificate universalmente.*

mamma(maria) **L** buono(maria)

A questo punto è in forma a clausole; è costituita da due clausole:

- mamma(maria)
- buono(maria)

Domanda 2:

Salve! sono uno studente, volevo chiederle se il seguente esercizio è risolto correttamente così:

Esercizio

1. Se due persone vanno in vacanza nello stesso luogo allora lo amano entrambe e si piacciono a vicenda.
2. Esiste un luogo in cui sia Mario che Maria vanno in vacanza.
3. Le persone amano i luoghi di mare o di montagna.
4. Le persone giovani non amano la montagna.
5. Maria e Mario sono giovani.

Si dimostri: Mario e Maria si piacciono.

Svolgimento

1. $\forall$ X Y Z luogo_vacanza(X,Z), luogo_vacanza(Y,Z) $\Rightarrow$ ama(X,Z), ama(Y,Z), piacciono (X,Y)
2. $\exists$ X luogo_vacanza(mario, X), luogo_vacanza(maria, X)
3. $\forall$ X ama(X, mare) $\vee$ ama(X, montagna)
4. $\forall$ X giovane(X) $\Rightarrow$ ~ama(X, montagna)
5. giovane(maria), giovane(mario)

G: piacciono(maria, mario)

Oppure**:**

1. $\forall$ X,Y,Z persona(X), persona(Y), luogo(Z), luogo_vacanza(X,Z), luogo_vacanza(Y,Z) $\Rightarrow$ ama(X,Z), ama(Y,Z), piacciono(X,Y)
2. $\exists$ X luogo(X), luogo_vacanza(mario, X), luogo_vacanza(maria, X)
3. $\forall$ X,Y persona(X), luogo(Y), ama(X,Y) $\Rightarrow$ (mare(Y) or montagna(Y))
4. $\forall$ X,Y persona(X), giovane(X), luogo(Y), montagna(Y) $\Rightarrow$ ama(X,Y)
5. persona(mario), giovane(mario), persona(maria), giovane(maria)

G: piacciono(maria, mario)

Se sono entrambe corrette, quale è la soluzione migliore?

Mi pare che la seconda soluzione sia preferibile; non per il predicato persona/1 (che nel nostro caso non è indispensabile), quanto per il predicato luogo/1.

Consideriamo infatti la frase 3: “Le persone amano i luoghi di mare o di montagna”. Nel linguaggio comune, questa frase fa pensare che ci siano vari luoghi di mare e vari di montagna. Nel secondo svolgimento mare e montagna vengono intesi come luoghi generici (ci sono tanti luoghi di montagna e di mare), mentre nel primo vengono intesi come due luoghi specifici.

Domanda 3:

Avrei bisogno di un aiuto sul seguente esercizio di logica (15.02.2001):

Esercizio 1

Date le seguenti frasi in linguaggio naturale:

1. *Giuseppe sa risolvere gli stessi esercizi di logica che sa risolvere Claudia …*
2. *…e viceversa (Claudia sa risolvere gli stessi esercizi di logica di Giuseppe)*
3. *Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*
4. *Giuseppe non prenderà 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.*

Dimostrare, tramite il principio di risoluzione, che ci sono problemi di logica che Claudia non sa risolvere.

La logica che ho pensato è:

1. $\forall A$ risolve(claudia,A) $\Rightarrow$ risolve(giuseppe,A)
2. $\forall A$ risolve(giuseppe,A) $\Rightarrow$ risolve(claudia,A)
3. $\forall A\ \forall B$ risolve(A,B) $\Rightarrow$ prende30(A)
4. ~ prende30(giuseppe)

~Q. $\exists A$ ~ risolve(claudia,A)

(in pratica non ho messo la funzione problema())

Va bene lo stesso?

Il problema è nella traduzione in logica della frase 3. Nella sua interpretazione, si ha che qualunque persona che sa risolvere qualunque problema prende 30. Per esempio, se Giuseppe sa risolvere il 1 problema del compito del 15.2.2001 allora prende 30.

Nella soluzione che avevamo proposta, che è la seguente:

3. Chi sa risolvere qualunque problema di logica, prende 30 all'esame di Intelligenza Artificiale.

$\forall X$ [$\forall P$ problema(P) $\Rightarrow$ risolve(X,P)] $\Rightarrow$ prende30(X)

si vede che, ogni persona che sa risolvere ogni problema prende 30. Ovvero, se per ogni problema P, la persona X è in grado di risolverlo, allora X prende 30.

La sua soluzione non è quindi accettabile per il motivo spiegato. Il fatto di non aver usato il predicato problema/1, invece, non è discriminante: si possono pensare soluzioni corrette senza usarlo.

Altra domanda:

Non capisco perché è necessaria la doppia implicazione; non si potrebbe usare un AND invece della prima?

La doppia implicazione non è strettamente necessaria, anche se è più precisa.
Un'altra soluzione accettabile sarebbe la seguente:

$$\forall X\ [\forall P\ problema(P) \wedge risolve(X,P)] \Rightarrow prende30(X)$$

La differenza è nel caso in cui consideriamo qualche cosa che non è un problema. Con l'implicazione richiediamo che X sappia risolvere solo ciò che è un problema, mentre con la congiunzione chiediamo che per ogni possibile P, P sia un problema ed X lo sappia risolvere. Evidentemente, potrebbero esistere cose che non sono problemi, per cui la soluzione con la doppia implicazione è più precisa.

Ad esempio, supponiamo di sapere che Antonio non prende 30. Cosa possiamo inferire da questo?

- *Nel caso "⇒" inferiamo che* $\sim[\forall\ P\ problema(P) \Rightarrow risolve(antonio,P)]$*, cioè che* $\exists P, problema(P) \wedge \sim risolve(antonio,P)$.
- *Nel caso "∧" inferiamo che* $\sim[\forall\ P\ problema(P) \wedge risolve(antonio,P)]$*, cioè che* $\exists P, problema(P) \vee \sim risolve(antonio,P)$.

Naturalmente, è più corretta la prima, in quanto per soddisfare la seconda è sufficiente che esista un problema.

Si noti lo scope del ∀P*: è necessario che sia dentro la parentesi quadra. Infatti, NON È ACCETTABILE la seguente:*

$$\forall X\ \forall P\ [problema(P) \wedge risolve(X,P)] \Rightarrow prende30(X)$$

In questo caso, infatti, sarebbe sufficiente che X sapesse risolvere un qualunque problema P per essere sicuro di prendere 30.

Domanda 4:

Nell'esercizio 14 frase"chiunque possieda un cane ama gli animali" nella soluzione animale(Y) è prima di"---->" , mentre nella soluzione che avevo pensato io avevo messo animali(Y) dopo "---->". C'è qualcosa di sbagliato?

La soluzione proposta era:

Chiunque possieda un cane ama gli animali.

F3:$\forall$ X $\forall$ Y [($\exists$Z cane(Z), possiede(X,Z)), animale(Y) $\rightarrow$ ama(X,Y)].

Se si mette animale(Y) nelle conclusioni :

F3:$\forall$ X $\forall$ Y [($\exists$Z cane(Z), possiede(X,Z)) $\rightarrow$ ama(X,Y), animale(Y)].

si afferma che Y è un animale ogniqualvolta sono vere le precondizioni. Quindi se Z è un cane ed X lo possiede, allora qualunque cosa è un animale.

La stessa costruzione di frase si trova nell'es. 6 "ogni grande blocco blu è su un blocco verde" in cui nella soluzione effettivamente verde viene messo dopo "--->". Per quale motivo?

$\forall$ X, $\exists$ Y grande(X), blu(X) $\rightarrow$ on(X,Y), verde(Y)

In questo caso si voleva proprio dire che se c'è un blocco blu, allora sotto ce n'è un altro ed inoltre questo è verde. Nel caso precedente si voleva dire che se Y è un animale allora X lo ama e non che ogni cosa nel mondo è un animale ed X lo ama. Noti anche la diversa quantificazione: in animale(Y) la variabile è quantificata universalmente, mentre in verde(Y) è quantificata esistenzialmente.

---

[1] L. Console, E. Lamma, P. Mello, M. Milano. *Programmazione Logica e Prolog*. UTET