

Fig. 13.20. Interazione palo-terreno

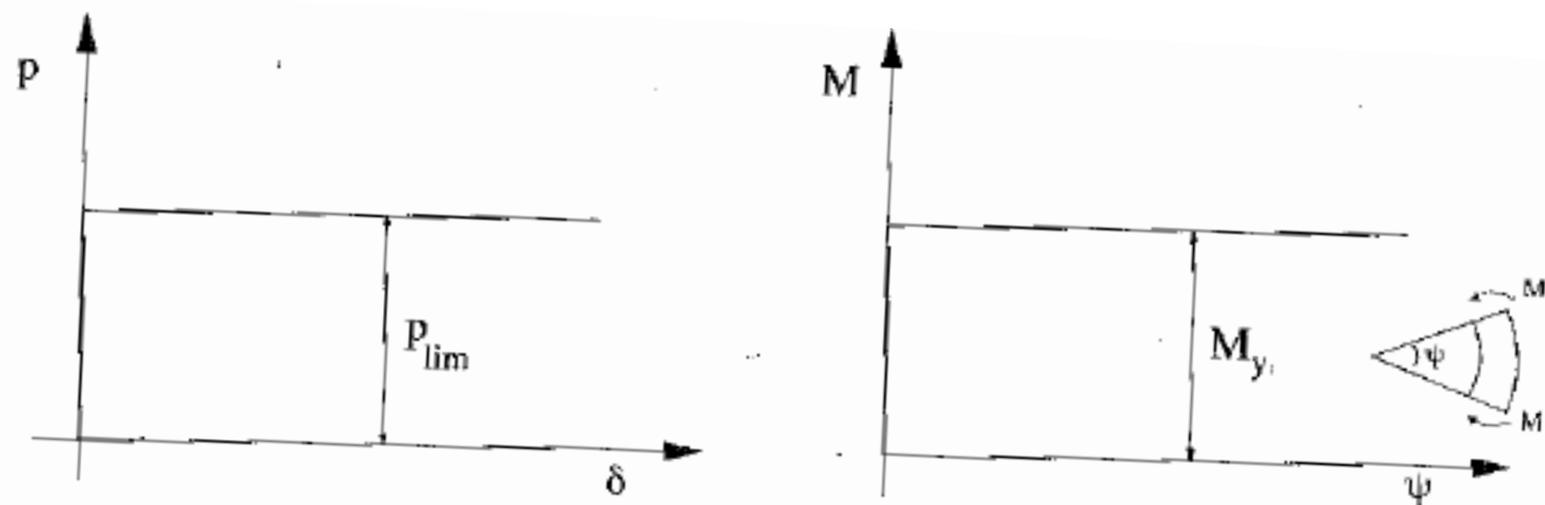


Fig. 13.21. Comportamento rigido plastico del palo e del terreno

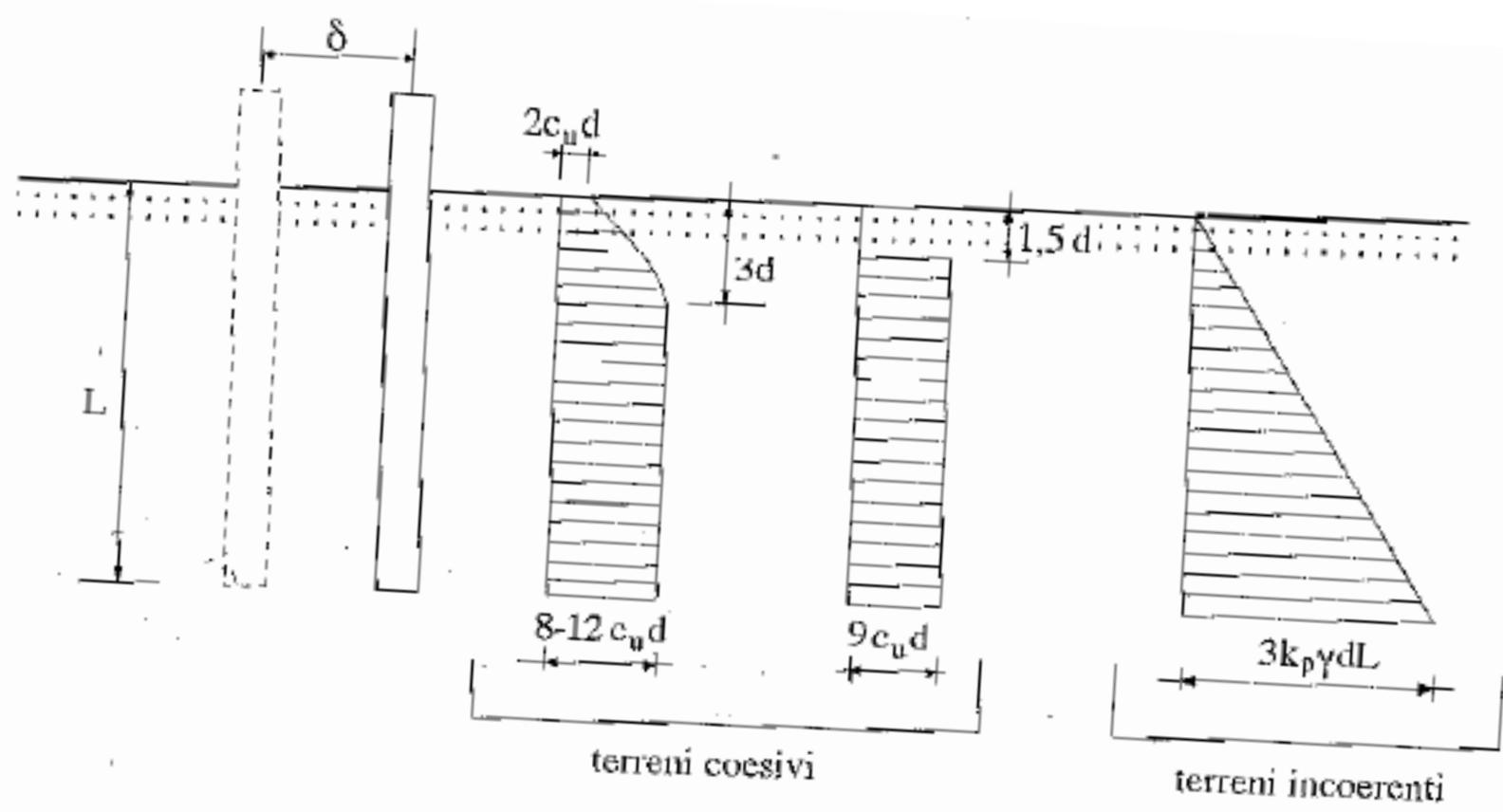


Fig. 13.22. Resistenza limite del terreno

13.2.2. Pali liberi di ruotare in testa, terreni coesivi

La rottura può avvenire secondo uno dei due meccanismi rappresentati in fig. 13.23. In fig. 13.23a la rottura è provocata solo da una rotazione rigida del palo; il valore limite H della forza orizzontale dipende solo dalla geometria del problema (valori di d , L ed e) e dalla resistenza del terreno. Il massimo momento flettente agente sul palo è inferiore al suo momento di plasticizzazione e pertanto la resistenza strutturale della sezione del palo, espressa dal valore di M_y , non entra in gioco. In queste condizioni il palo viene definito "corto".

Qualora invece il momento flettente massimo uguagli o superi il valore di M_y , il meccanismo della rottura sarà quello indicato in fig. 13.23b con formazione di una cerniera plastica ad una certa profondità. In tal caso il valore di H dipenderà, oltre che dalla geometria e dalla resistenza del terreno, anche da M_y .

Esaminiamo dapprima il caso di palo corto.

Poiché a profondità $z = (1,5 d + f)$ il momento è massimo, ivi il taglio sarà nullo. L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del tronco di palo superiore fornisce allora:

$$f = \frac{H}{9c_u d} \quad (13.23)$$

L'equazione di equilibrio dell'intero palo attorno al punto di momento massimo si scrive:

$$9c_u d \frac{g^2}{4} = H(e + 1,5d + f) - 9c_u d \frac{f^2}{2} \quad (13.24)$$

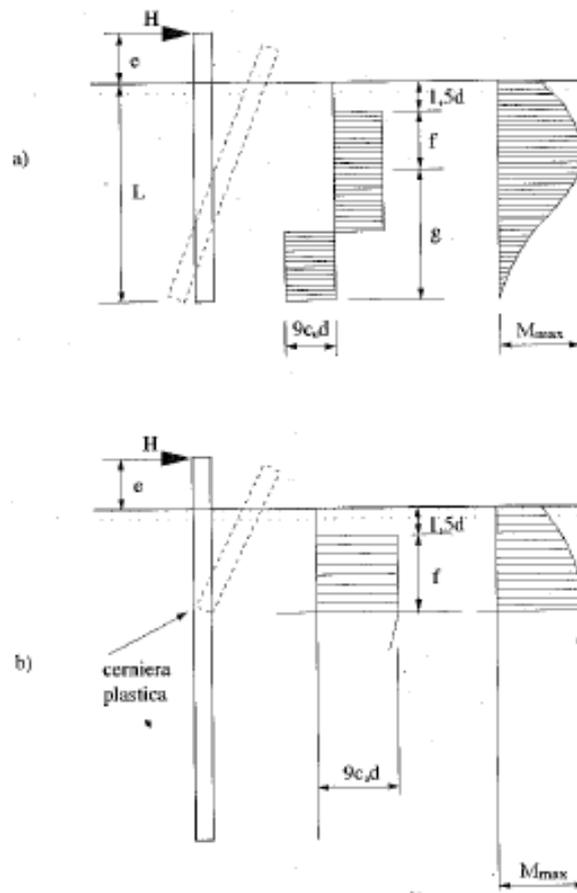


Fig. 13.23. Pali liberi di ruotare in testa, terreni coesivi. a) palo "corto"; b) palo "lungo"

Si ha inoltre:

$$L = 1,5 d + f + g \quad (13.25)$$

Le (13.23, 13.24, 13.25) rappresentano un sistema di tre equazioni nelle tre incognite H , f e g . Risolvendo il sistema, ed esprimendo il carico limite in forma

adimensionale, si ottiene:

$$\frac{H}{c_u d^2} = -9 \left(1,5 + \frac{L}{d} + \frac{2e}{d} \right) + 9 \sqrt{2 \left(\frac{L}{d} \right)^2 + 4 \left(\frac{e}{d} \right)^2 + 4 \frac{L}{d} \frac{e}{d} + 6 \frac{e}{d} + 4,5} \quad (13.26)$$

Come previsto, quindi, H risulta funzione di c_u , d, L ed e. L'espressione (13.26) è posta in diagramma in fig. 13.24.

Occorre ora verificare che il meccanismo di rottura assunto, e cioè quello di palo corto, si verifichi effettivamente o, in altre parole, che il massimo momento flettente nel palo in condizioni di rottura (M_{max}) sia non maggiore del momento di plasticizzazione M_y .

Alcuni valori di M_y per tipiche sezioni circolari in c.a. sono elencati nella tabella 13.16.

Diametro (m)	Armatura	M_y (kNm)*
0,40	6 ϕ 16	61,8
	8 ϕ 20	114,7
	8 ϕ 24	177,5
0,50	6 ϕ 16	89,2
	8 ϕ 20	215,7
	8 ϕ 24	347,1
0,60	8 ϕ 16	154,0
	12 ϕ 24	384,4
	12 ϕ 30	600,1
0,80	10 ϕ 20	365,8
	20 ϕ 24	994,3
	22 ϕ 30	1.574
1,00	16 ϕ 20	714,9
	22 ϕ 26	1.672
	30 ϕ 30	2.778
1,20	16 ϕ 24	1.235
	26 ϕ 26	2.330
	38 ϕ 30	4.333
1,50	24 ϕ 24	2.411
	40 ϕ 26	4.551
	44 ϕ 30	6.553

(*) Il valore di M_y è calcolato per $R_{ck} = 250$ e con $F_{cb,38K}$; si è assunto un copriferro di 5 cm

Tab. 13.16. Valori del momento di plasticizzazione M_y per tipiche sezioni circolari in c.a.

Ricorrendo anche per il massimo momento flettente ad una formulazione adimensionale, si ottiene:

$$\frac{M_{\max}}{c_u d^3} = \frac{H}{c_u d^2} \left(\frac{H}{18c_u d^2} + \frac{e}{d} + 1,5 \right) \quad (13.27)$$

Sostituendo al termine $H/c_u d^2$ il valore fornito dalla (13.26) si ottiene l'espressione di $M_{\max}/c_u d^3$ in funzione di e/d ed L/d posta in diagramma in fig. 13.25. E' allora possibile verificare che sia $M_{\max} \leq M_y$; se ciò avviene, il palo in esame è effettivamente corto ed il valore di H calcolato è esatto.

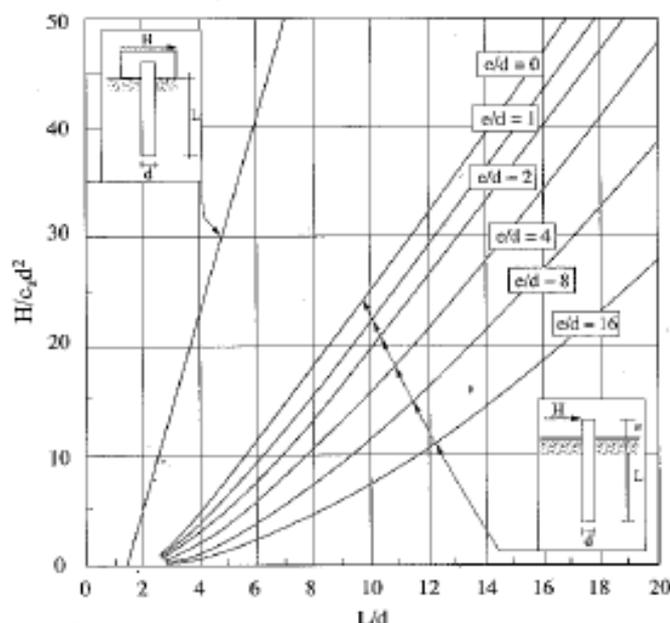


Fig. 13.24. Valore limite di H per pali corti, liberi o impediti di ruotare in testa, in terreni coesivi

Nel caso invece sia $M_{\max} > M_y$, il palo in esame è lungo (fig. 13.23b). L'equazione (13.23) di equilibrio alla traslazione orizzontale del tronco di palo al di sopra della sezione di momento massimo è ancora valida. L'equazione di equilibrio alla rotazione, con riferimento allo stesso tronco di palo si scrive:

$$M_y = H(e + 1,5d + 0,5f) \quad (13.28)$$

Le (13.23) e (13.28) forniscono:

$$\frac{H}{c_u d^2} = -9 \left(\frac{e}{d} + 1,5 \right) + 9 \sqrt{\left(\frac{e}{d} \right)^2 + 3 \frac{e}{d} + \frac{2 M_y}{9 c_u d^3} + 2,25} \quad (13.29)$$

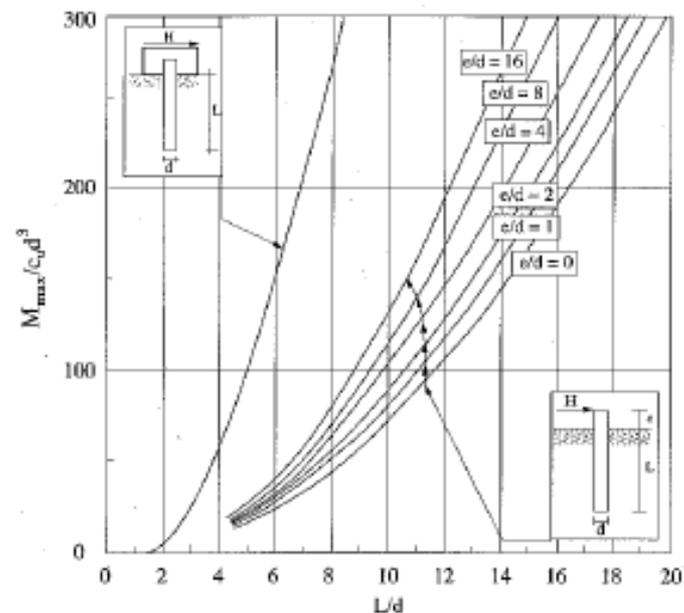


Fig. 13.25. Massimo momento flettente per pali corti, liberi o impediti di ruotare in testa, in terreni coesivi

La (13.29) è posta in diagramma in fig. 13.26; come si vede, H dipende da c_u , d , e ed M_y , mentre risulta indipendente da L . Questo risultato, apparentemente paradossale, si spiega rilevando che, per il solo fatto di essersi riferiti al meccanismo di rottura a palo lungo, la lunghezza del palo deve essere almeno tale che si abbia $M_{max} = M_y$. Al di sopra di tale lunghezza è inutile andare, nel senso che un ulteriore aumento della lunghezza del palo non ha alcun effetto sul valore di H .

Al fine di determinare la minima lunghezza necessaria per ottenere il meccanismo di rottura di palo lungo, basterà entrare con $M_y/c_u d^3$ nell'abaco di fig. 13.25 e leggere, in corrispondenza del valore di e/d , il valore minimo che occorre assegnare ad L/d e cioè ad L .

Più semplicemente, dovendo determinare il valore di H che compete ad un certo palo (noti, quindi, L , d , e , M_y) in un certo terreno (nota c_u), si applicheranno le 13.26 e 13.29 (ovvero gli abachi delle figure 13.24, 13.26); il valore esatto di H sarà il minore fra i due valori così determinati.

13.2.3. Pali a rotazione in testa impedita, terreni coesivi

Frequentemente si verifica il caso che il palo sia vincolato, alla sua estremità su-

periore, ad una struttura che ne impedisca totalmente o parzialmente la rotazione.

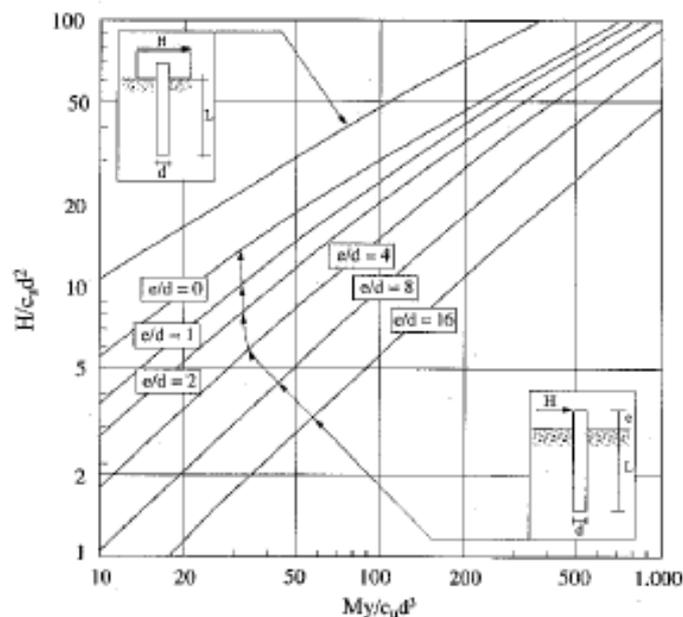


Fig. 13.26. Valore limite di H per i pali lunghi, Eberi o impediti di ruotare in testa, in terreni coesivi

Nel presente paragrafo esamineremo il caso nel quale tale vincolo sia applicato alla quota del piano di campagna ($e = 0$) e sia tale da impedire completamente la rotazione; i risultati che otterremo sono quindi legati a tali ipotesi, peraltro spesso soddisfacente in pratica. Occorrerà comunque accertarsi, caso per caso, che la struttura alla quale il palo è connesso sia capace di esplicare il momento necessario ad impedirne la rotazione.

I possibili meccanismi di rottura sono rappresentati in fig. 13.27 e possono essere indicati come rottura a palo "corto", "intermedio" e "lungo".

Per il palo corto (fig. 13.27a) una semplice equazione di equilibrio alla traslazione fornisce:

$$H = 9c_u d(L - 1,5d) \quad (13.30)$$

da cui si ricava immediatamente:

$$\frac{H}{c_u d^2} = 9 \left(\frac{L}{d} - 1,5 \right) \quad (13.31)$$

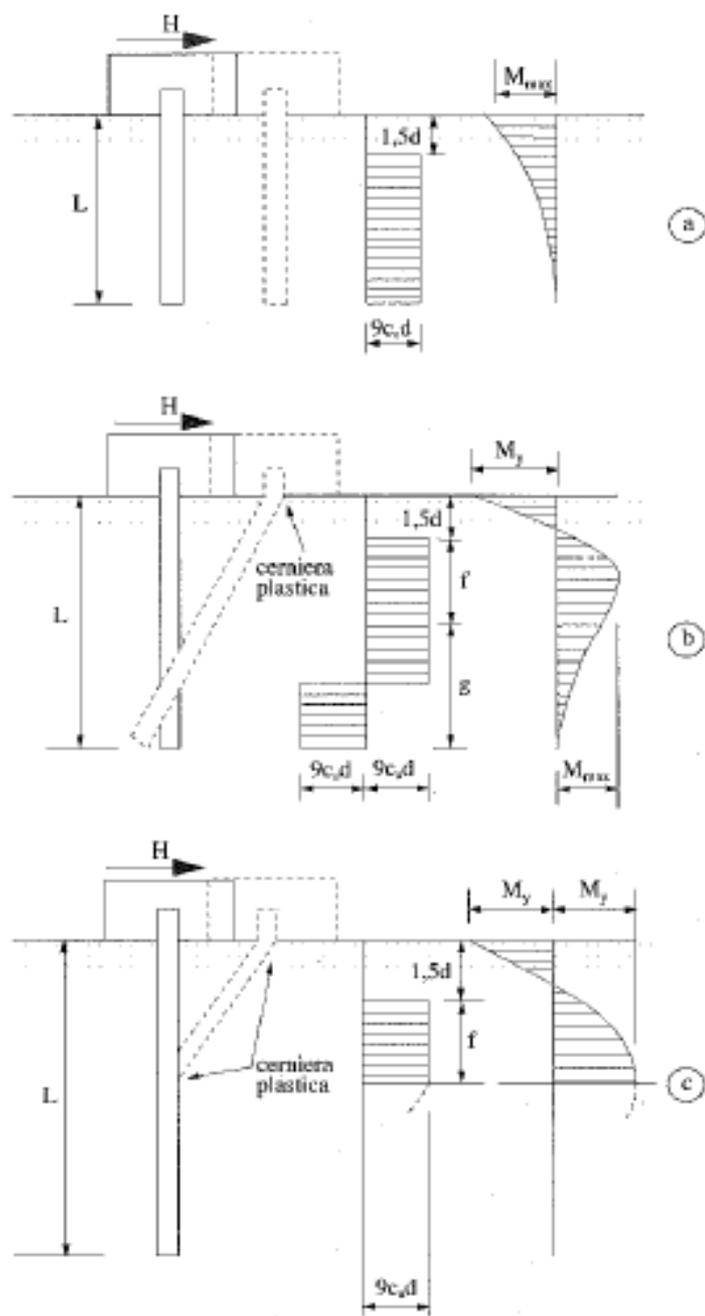


Fig. 13.27. Pali impediti di ruotare in testa, terreni coesivi:
 a) palo "corto"; b) palo "intermedio"; c) palo "lungo"

La (13.31) è riportata in fig. 13.24, assieme ai corrispondenti valori relativi al palo libero di ruotare in testa. Come per quest'ultimo, H risulta funzione solo di L , d e c_u .

Naturalmente, occorre verificare che sia $M_{\max} \leq M_y$. A tal fine si calcola:

$$M_{\max} = H(0,5L + 0,75d)$$

da cui, tenendo conto della (13.31):

$$\frac{M_{\max}}{c_u d^3} = 4,5 \left(\frac{L}{d} \right)^2 - 10,125 \quad (13.32)$$

La (13.32) è riportata in fig. 13.25, insieme ai corrispondenti valori di $M_{\max}/c_u d^3$ relativi al palo libero di ruotare in testa.

Per il palo intermedio (fig. 13.27b) si ha la formazione di una sola cerniera plastica nella sezione di collegamento con la struttura di fondazione. L'equilibrio alla traslazione orizzontale per il tronco di palo al di sopra della sezione di momento massimo fornisce:

$$H = 9 c_u d f \quad (13.33)$$

La condizione di equilibrio alla rotazione attorno al punto in cui si forma la cerniera plastica si scrive:

$$M_y + 9c_u d \frac{g^2}{4} - 9c_u d f \left(\frac{f}{2} + 1,5d \right) = 0 \quad (13.34)$$

Le (13.33) e (13.34) forniscono:

$$\frac{H}{c_u d^2} = -9 \left(\frac{L}{d} + 1,5 \right) + 9 \sqrt{2 \left(\frac{L}{d} \right)^2 + \frac{4}{9} \frac{M_y}{c_u d^3} + 4,5} \quad (13.35)$$

La (13.35) è riportata in diagramma in fig. 13.28. Le varie curve di $H/c_u d^2$ in funzione di L/d , ciascuna corrispondente ad un valore del rapporto $M_y/c_u d^3$, sono delimitate verso sinistra dalla già trovata espressione (13.31), relativa ai pali corti.

Verso destra, e cioè verso i valori più elevati di L/d , le curve sono delimitate dal valore di L/d per il quale si forma la seconda cerniera plastica, realizzando così lo schema di palo lungo (fig. 13.27c). La fig. 13.28 permette quindi di evidenziare, per ciascun valore di M_y , il campo dei valori di L/d che competono ai tre diversi meccanismi di rottura.

Nel caso di palo lungo il massimo momento lungo il fusto, che si verifica nella sezione a profondità $(1,5d + f)$, uguaglia il momento di plasticizzazione M_y ; si forma in tal modo una seconda cerniera plastica.

In queste condizioni, l'equilibrio alla rotazione del tratto di palo compreso fra le due cerniere plastiche fornisce:

$$H(1,5d + 0,5f) = 2M_y$$

da cui, tenendo conto della (13.31), si ottiene:

$$H^2 + 27c_u d^2 H - 36c_u d M_y = 0$$

dalla quale si ottiene infine:

$$\frac{H}{c_u d^2} = -13,5 + \sqrt{182,25 + 36 \frac{M_y}{c_u d^3}} \quad (13.36)$$

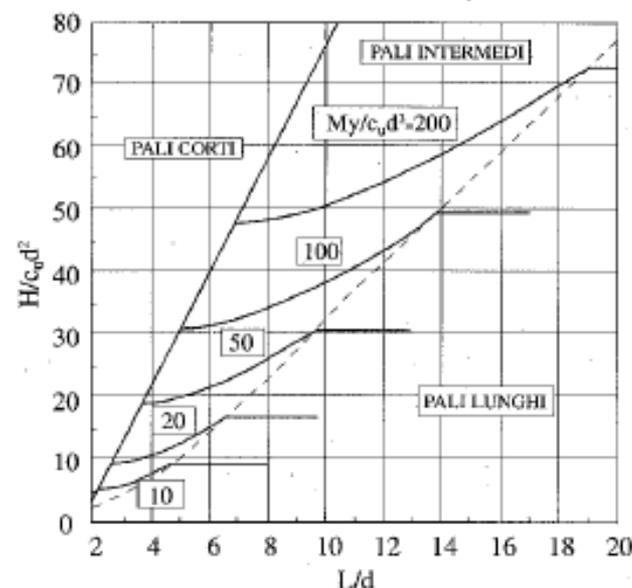


Fig. 13.28. Valore limite di H per pali intermedi impediti di ruotare in testa, terreni coesivi

La (13.36) è posta in diagramma in fig. 13.26 assieme alle soluzioni relative al palo libero di ruotare in testa. Il valore di H risulta funzione solo di c_u , d ed M_y e non di L ; naturalmente, come già osservato per il palo libero di ruotare in testa, L deve avere almeno il valore necessario al verificarsi del meccanismo di palo lungo. Questo valore minimo di L si può ricavare dalla fig. 13.28, dove esso costituisce il limite a destra delle curve relative al palo intermedio ed è rappresentato dalla linea tratteggiata.

13.2.4. Pali liberi di ruotare in testa, terreni incoerenti

In fig. 13.29 sono rappresentati i due possibili meccanismi di rottura; anche in questo caso si può avere un comportamento del palo di tipo "corto" o "lungo".

Imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno all'estremità inferiore del palo si ha, a rottura:

$$H(e+L) = \frac{L^2}{2} 3k_p \gamma d \frac{L}{3} \quad (13.37)$$

dalla quale si ricava:

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} = \frac{d}{2(e+L)} \left(\frac{L}{d} \right)^3 \quad (13.38)$$

La (13.38) è riportata in diagramma in fig. 13.30. Come per i terreni coesivi, H è in funzione dei parametri di resistenza a taglio del terreno (γ , k_p) e della geometria del palo (e , d , L). Occorre però verificare che sia $M_{\max} \leq M_y$.

A tal fine si può rilevare che lo sforzo di taglio lungo il palo vale, alla generica profondità z :

$$T = H - \frac{3}{2} k_p \gamma d z^2 \quad (13.39)$$

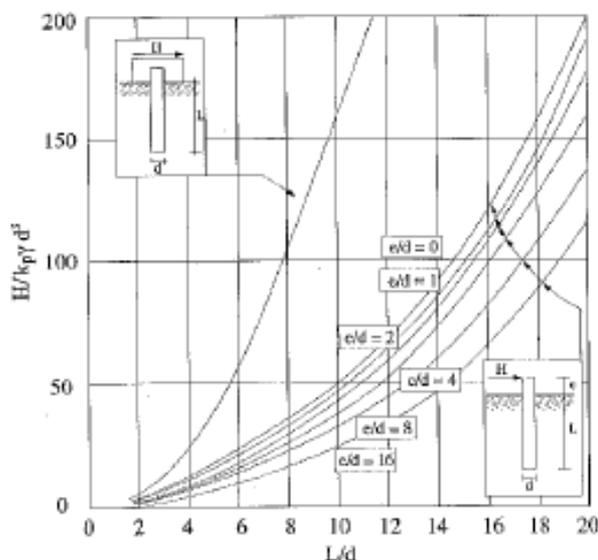


Fig. 13.30. Valore limite di H per pali corti, liberi o impediti di ruotare in testa, in terreni incoerenti

Tale sforzo si annulla ad una profondità f che può calcolarsi ponendo $T = 0$ nella (13.39), e vale:

Per il palo corto, è stato trovato che la rotazione avviene attorno ad un punto molto prossimo all'estremità inferiore del palo; per semplificare l'analisi, e senza che ciò comporti un errore significativo, Broms suggerisce di assumere il centro di rotazione addirittura coincidente con l'estremità inferiore del palo e di schematizzare la risultante delle azioni del terreno al di sotto di tale punto con una forza concentrata F (fig. 13.29a).

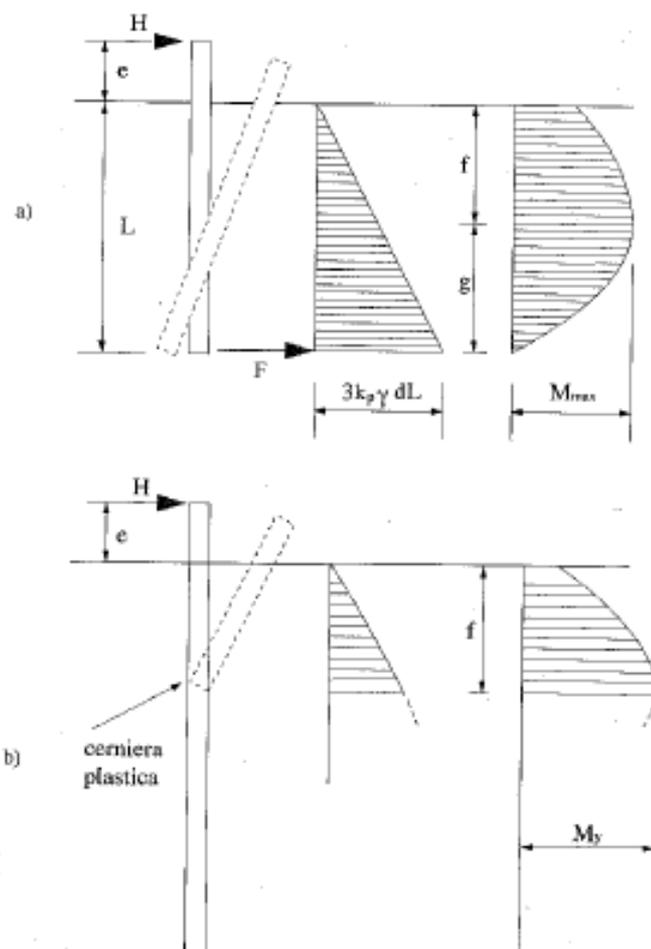


Fig. 13.29. Pali liberi di ruotare in testa, terreni incoerenti:
a) palo "corto"; b) palo "lungo"

$$f = 0,816 \sqrt{\frac{H}{k_p \gamma d}} \quad (13.40)$$

Alla stessa profondità f si verifica il momento massimo, che vale:

$$M_{\max} = H(e + f) - \frac{3}{2} k_p \gamma d f^2 \frac{f}{3}$$

Per la (13.39) e la (13.40) il secondo termine a secondo membro vale $Hf/3$; si ha dunque:

$$M_{\max} = H \left(e + \frac{2}{3} f \right) \quad (13.41)$$

e infine, ricordando la (13.38) e la (13.40):

$$\frac{M_{\max}}{k_p \gamma d^3} = \frac{L}{2(L+c)} \left(\frac{L}{d} \right)^3 \left(\frac{e}{L} + 0,544 \sqrt{\frac{L}{2(L+c)}} \right) \quad (13.42)$$

La (13.42) è posta in diagramma in fig. 13.31. E' allora possibile verificare che sia soddisfatta la condizione $M_{\max} \leq M_y$; se ciò avviene, il palo è effettivamente corto ed il valore calcolato per H è corretto.

Nel caso invece sia $M_{\max} > M_y$, il palo è lungo (fig. 13.29b). L'espressione di M_{\max} resta invece invariata; uguagliandola ad M_y e ricordando le (13.40), (13.41) si ottiene:

$$H \left(e + 0,816 \frac{2}{3} \sqrt{\frac{H}{k_p \gamma d}} \right) = M_y$$

dalla quale, infine:

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} \left(\frac{e}{d} + 0,544 \sqrt{\frac{H}{k_p \gamma d^3}} \right) = \frac{M_y}{k_p \gamma d^4} \quad (13.43)$$

La (13.43) dà luogo ad un'equazione di terzo grado nel parametro adimensionale $H/k_p \gamma d^3$, che risulta funzione di $M_y/k_p \gamma d^4$ e del rapporto e/d ; le relative soluzioni sono riportate nell'abaco di fig. 13.32. Come avveniva per i terreni coesivi, H non è influenzata da L , purché questa assuma almeno il valore per il quale si verifica la condizione $M_{\max} = M_y$.

Per determinare questa minima lunghezza richiesta basterà entrare con $M_y/k_p \gamma d^4$ nell'abaco di fig. 13.27 e, in corrispondenza del valore di e/d leggere il valore di L/d e quindi di L .

Anche per i terreni incoerenti il carico limite orizzontale di un determinato palo in un determinato terreno è il minore fra i valori che si ottengono dagli abachi delle figure 13.30 e 13.32.

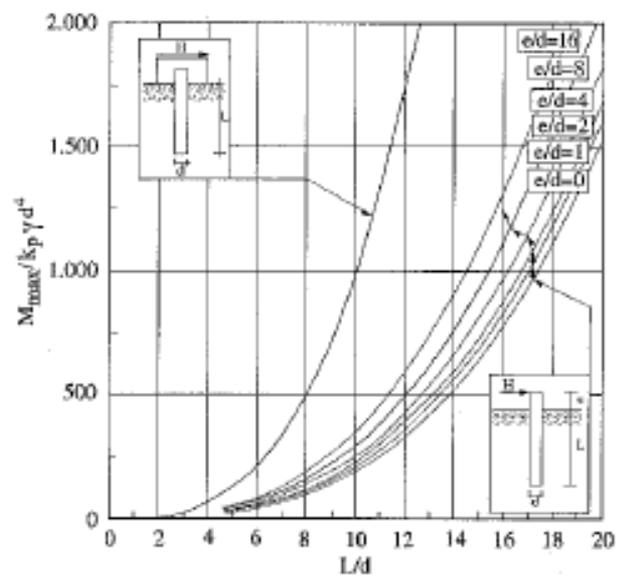


Fig. 13.31. Massimo momento flettente per pali corti, liberi o impediti di ruotare in testa, in terreni incoerenti

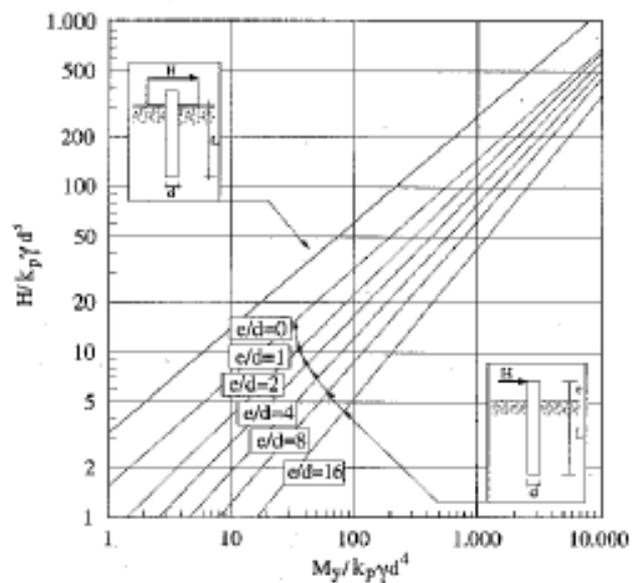


Fig. 13.32. Valore limite di H per pali lunghi, liberi o impediti di ruotare in testa, in terreni incoerenti

13.2.5. Pali a rotazione in testa impedita, terreni incoerenti

I possibili meccanismi di rottura e le corrispondenti reazioni del terreno sono riportati in fig. 13.33.

Per il palo corto (fig. 13.33a) una semplice equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale fornisce:

$$H = 1,5L^2k_p\gamma d$$

dalla quale:

$$\frac{H}{k_p\gamma d^3} = 1,5\left(\frac{L}{d}\right)^2 \quad (13.44)$$

La (13.44) è posta in diagramma in fig. 13.30, insieme alle corrispondenti curve relative ai pali liberi di ruotare in testa. H risulta funzione solo della resistenza del terreno (γ, k_p) e di L, d . Al solito, però, occorre verificare che sia $M_{\max} \leq M_y$; a tal fine può calcolarsi:

$$M_{\max} = \frac{2}{3}HL$$

e quindi:

$$\frac{M_{\max}}{k_p\gamma d^4} = \left(\frac{L}{d}\right)^3 \quad (13.45)$$

La (13.45) è riportata in diagramma nella fig. 13.31.

Per il palo intermedio (fig. 13.33b) si ha la formazione di una sola cerniera plastica all'attacco con la struttura di fondazione. Imponendo l'equilibrio alla traslazione orizzontale si ottiene:

$$F = \frac{3}{2}L^2k_p\gamma d - H$$

Tenendo conto di questa espressione ed imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno alla cerniera plastica si ottiene:

$$M_y = \frac{1}{2}L^3k_p\gamma d - HL$$

e quindi:

$$\frac{H}{k_p\gamma d^3} = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{d}\right)^2 + \frac{M_y}{k_p\gamma d^4} \frac{d}{L} \quad (13.46)$$

Come si vede, H risulta funzione anche di M_y , oltre che di γ, k_p, d ed L . La (13.46) è posta in diagramma in fig. 13.34, del tutto analoga alla già descritta fig. 13.28 relativa ai terreni coesivi. In particolare anche la fig. 13.34 definisce, per ciascun valore di M_y , il campo dei valori di L/d che competono ai tre diversi meccanismi di rottura.

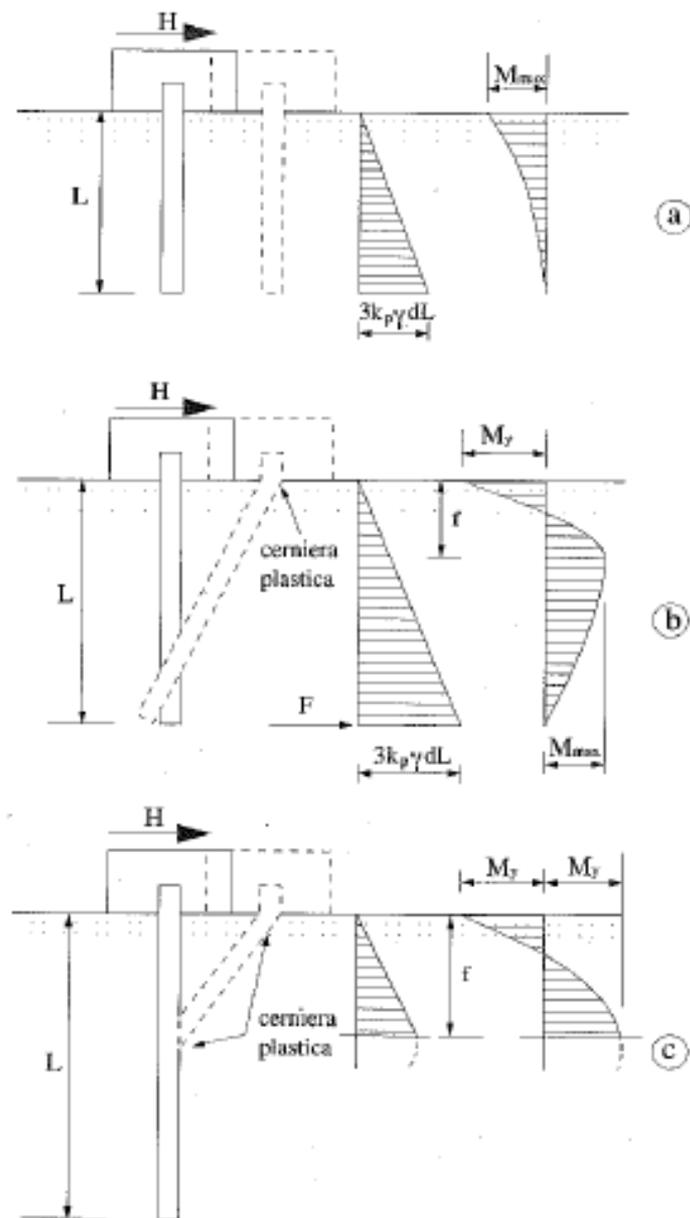


Fig. 13.33. Pali impediti di ruotare in testa, terreni incoerenti:
 a) palo "corto"; b) palo "intermedio"; c) palo "lungo"

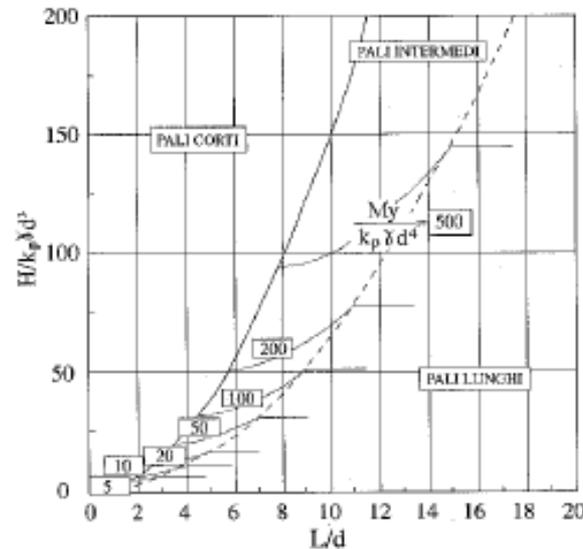


Fig. 13.34. Valore limite di H per pali intermedi, impediti di ruotare in testa, in terreni incoerenti.

Per il palo lungo (fig. 13.33c) il massimo momento lungo il fusto, che si verifica alla profondità f fornita dalla (13.40), uguaglia il momento di plasticizzazione; si forma pertanto una seconda cerniera plastica. L'equilibrio alla rotazione del tratto di palo compreso tra le due cerniere plastiche, fornisce:

$$\frac{2}{3}Hf = 2M_y$$

dalla quale, ricordando l'espressione (13.40) di f si ottiene:

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} = \sqrt[3]{\left(3,676 \frac{M_y}{k_p \gamma d^4}\right)^2} \quad (13.47)$$

La (13.47) è posta in diagramma in fig. 13.32 insieme ai corrispondenti valori relativi ai pali liberi di ruotare in testa. Come si vede, H risulta funzione di γ , k_p , d ed M_y . Come al solito per pali lunghi, L non appare esplicitamente, ma deve avere il valore minimo che risulta dalla fig. 13.34 come limite di destra delle curve relative ai pali intermedi.

13.2.6 *Varie*

Il problema di progetto può presentarsi con caratteristiche diverse da quelle esaminate nei precedenti paragrafi; ad esempio (fig. 13.35) il vincolo può trovarsi più in alto del piano di campagna, oppure il terreno può essere stratificato, oppure ancora può essere presente una falda idrica con pelo libero a profondità minore della lunghezza del palo. In tutti questi casi la teoria di Broms resta applicabile, anche se non sono più utilizzabili le formule e gli abachi ricavati in precedenza. La soluzione andrà ricercata caso per caso, con la usuale tecnica di imporre un cinematismo di rottura e soddisfare poi alle condizioni di equilibrio.

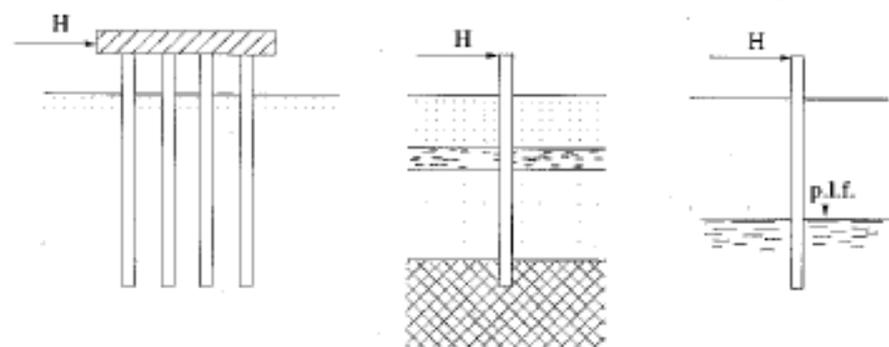


Fig. 13.35. Casi risolvibili con la teoria Broms, ma non contemplati fra quelli trattati

Per quanto riguarda il comportamento dei pali in gruppo, il carico limite orizzontale di un gruppo di pali può essere notevolmente inferiore alla somma dei valori relativi ai singoli pali; per usare la terminologia già introdotta con riferimento ai carichi verticale, l'efficienza di un gruppo di pali rispetto ai carichi orizzontali è sempre minore dell'unità.

Sulla base della limitata evidenza sperimentale disponibile sembra che per rapporti fra interasse i e diametro d maggiori di 5 l'efficienza tenda all'unità sia in terreni coesivi, sia in terreni incoerenti. Per valori di i/d pari a $2,5 + 3$, quali usualmente si adottano, l'efficienza può scendere fino a 0,5.

Risulta più vantaggioso disporre i pali normalmente alla direzione della forza orizzontale; in altri termini, a parità di numero di pali un gruppo rettangolare resiste meglio se la forza orizzontale agisce parallelamente al lato corto.

Infine, mentre un singolo palo inclinato resiste meno bene di un palo verticale, l'aggiunta di pali inclinati ad una palificata ne migliora sensibilmente la capacità di resistenza ai carichi orizzontali.

