

Università degli Studi di FERRARA - Facoltà di Ingegneria  
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

*Corso di*  
*Costruzioni in C.A. e C.A.P.*

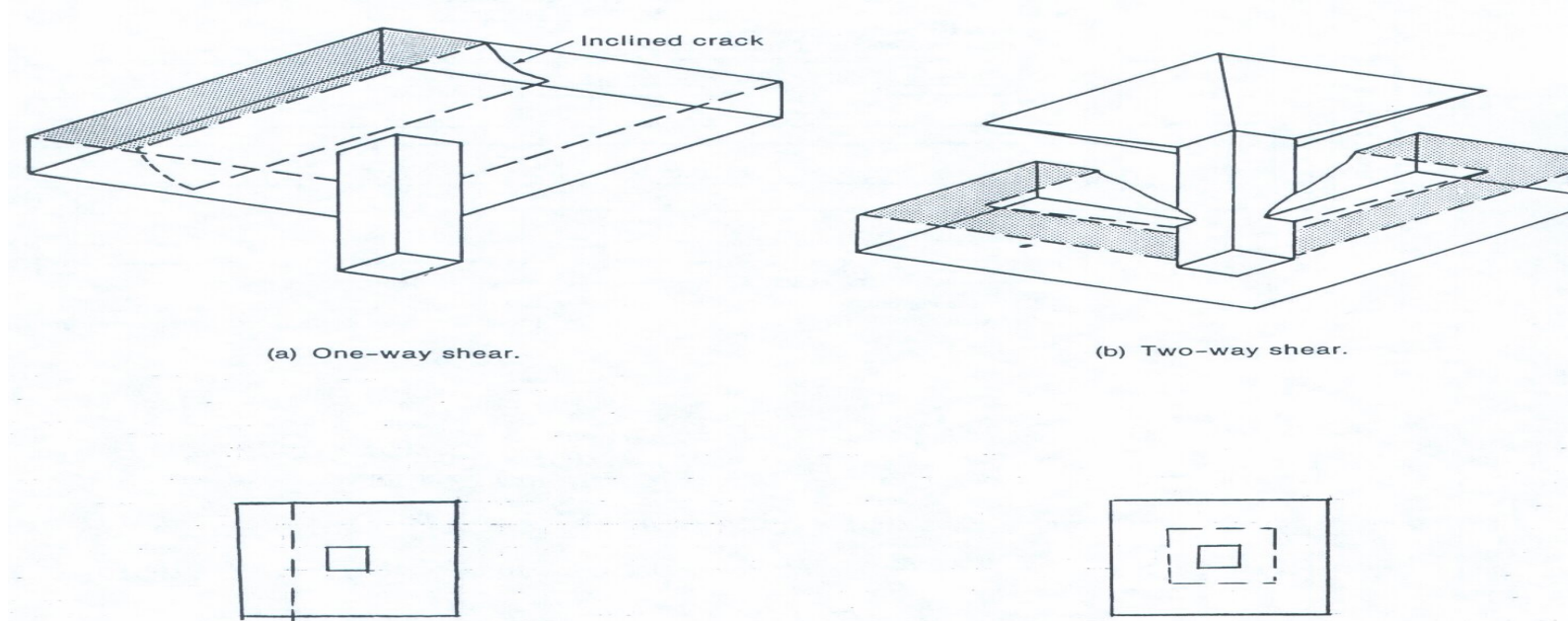
# **PUNZONAMENTO (PUNCHING)**

**Prof. Ing. Nerio Tullini**

Nelle piastre possono verificarsi due meccanismi di rottura per taglio:

1) Taglio 1D (One-way shear)

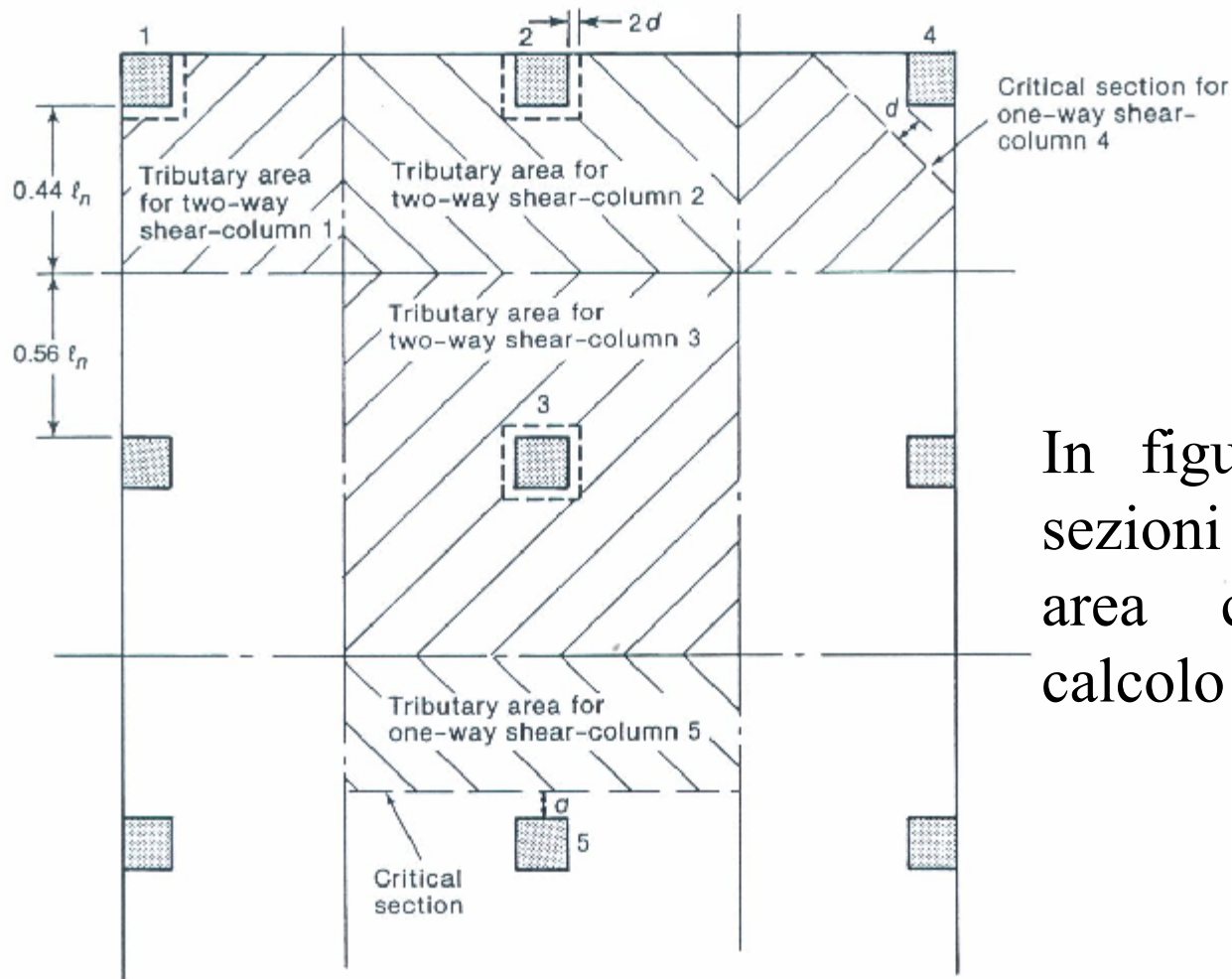
2) Punzonamento (Punching o Two-way shear)



La rottura per Taglio 1D avviene in piastre portanti principalmente in una direzione (la piastra è assimilabile ad una trave), è rara in piastre con appoggi puntiformi a maglia circa quadrata.

Taglio 1D: sezione critica rettilinea a distanza  $d$  dal pilastro

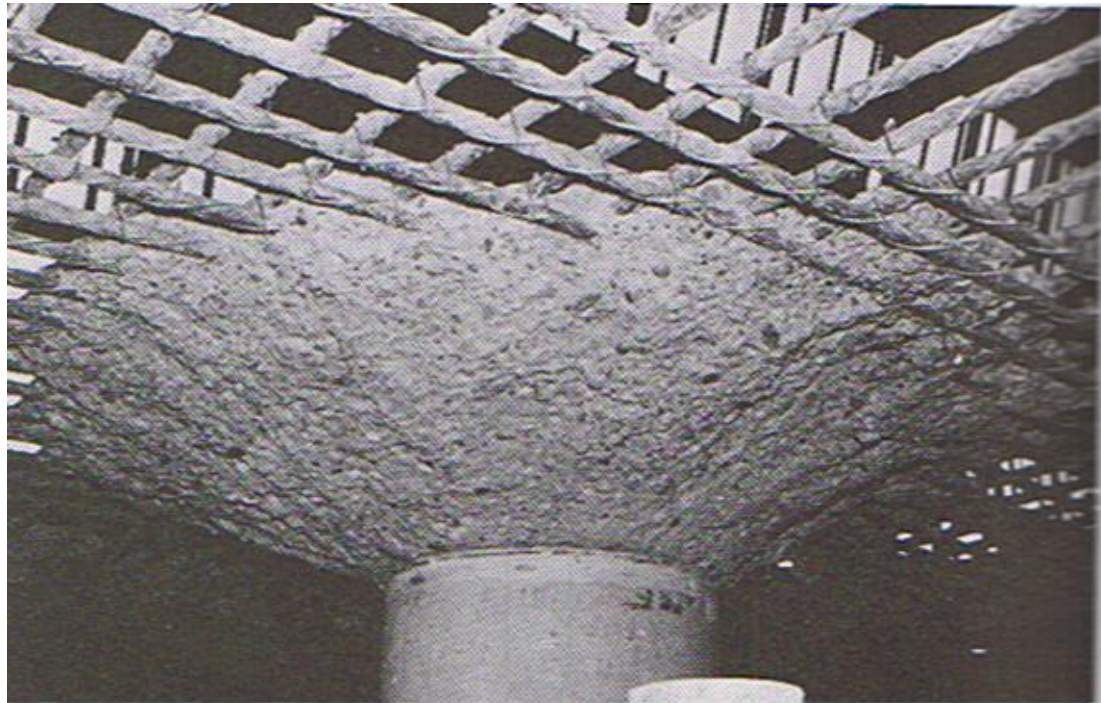
Punzonamento: sezione critica attorno al pilastro posta a distanza  $2d$



In figura lo schema delle sezioni critiche, con relativa area contributiva per il calcolo della sollecitazione.

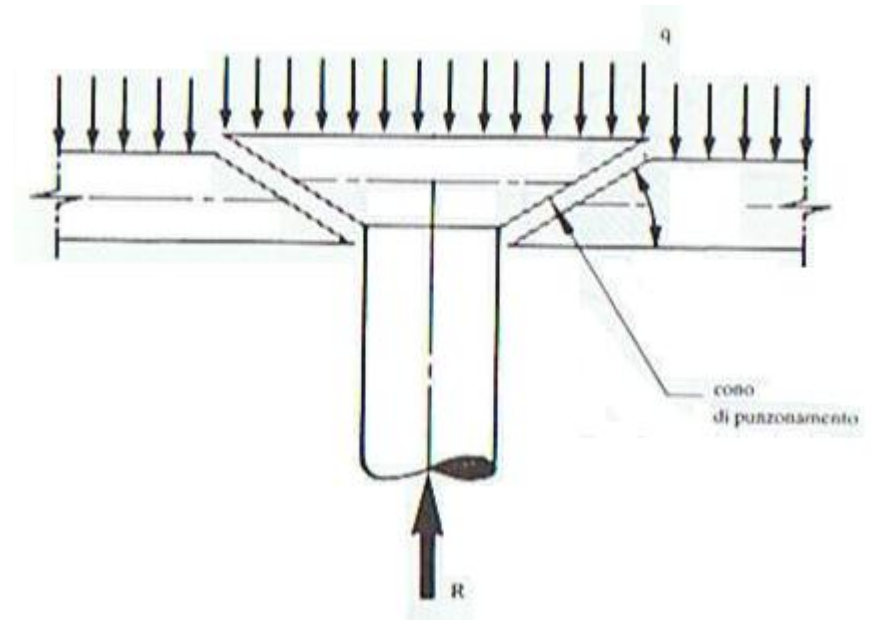
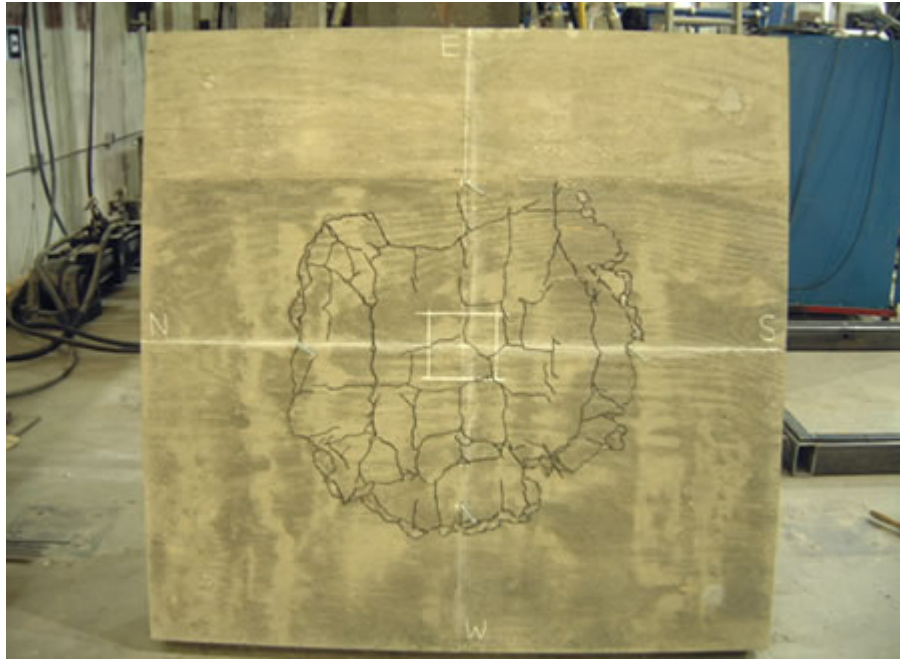
Si ha **Punzonamento** nelle piastre quando si è in presenza di un *carico concentrato* agente su un'area relativamente piccola che determina un comportamento bidirezionale, ad esempio:

- Reazione del pilastro in solai a fungo
- Scarico del pilastro su platea di fondazione

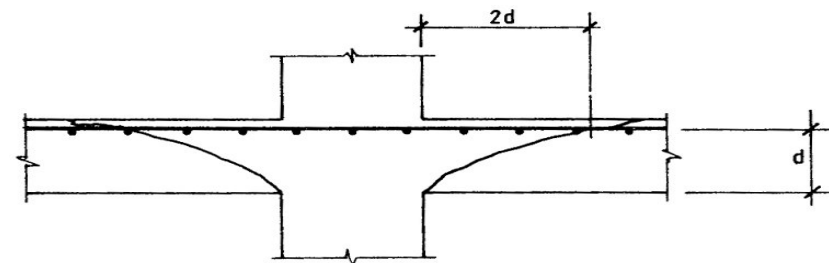




# Esempi di rottura per Punzonamento



La rottura si manifesta con il distacco di un tronco di cono di cls dalla piastra, tipicamente inclinata di un angolo  $\theta=26.6^\circ$



## Sollecitazione di Progetto:

Si distinguono due casi:

1) Carico centrato ( $M_{Ed} = 0$ )

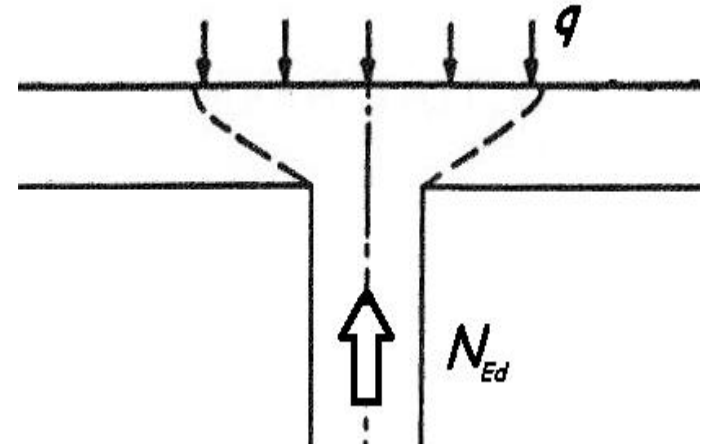
$$\tau_{Ed,1} = \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

dove:

- $V_{Ed}$  è il carico concentrato che agisce sulla piastra
- $u_1$  è il perimetro di verifica
- $d$  è la media delle altezze utili

### OSSERVAZIONE:

Nel caso di pilastri il carico concentrato coincide con lo sforzo normale  $N_{Ed}$  depurato della parte di carico distribuito che ricade dentro il perimetro  $u_1$



## 2) Carico eccentrico ( $M_{Ed} \neq 0$ )

$$\tau_{Ed,1} = \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} + k \cdot \frac{M_{Ed}}{W_1 d}$$

dove:

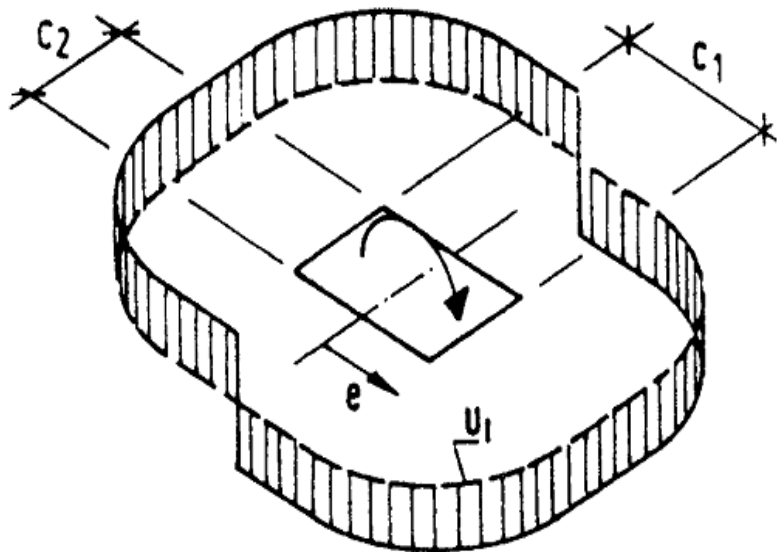
- $M_{Ed}$  è il momento trasferito
- $k$  è un fattore riduttivo (dipende dalle dimensioni del pilastro)

- $W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl$

con:

$dl$  tratto infinitesimo del perimetro  $u_1$ ,

e distanza tra l'asse del momento e il tratto  $dl$



OSSERVAZIONE:

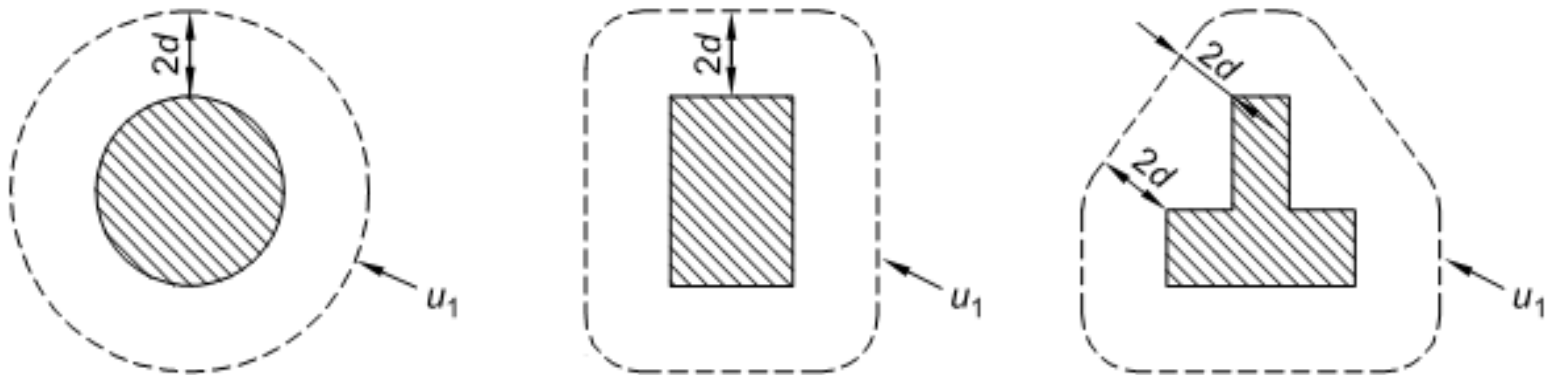
La norma pone nella forma:

$$\tau_{Ed,1} = \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \cdot \underbrace{\left( 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \right)}_{\beta}$$

## Perimetro di verifica $u_1$

è definito come quel perimetro che:

- sia a distanza  $2d$  dal perimetro  $u_0$  del pilastro
- abbia lunghezza minima



$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

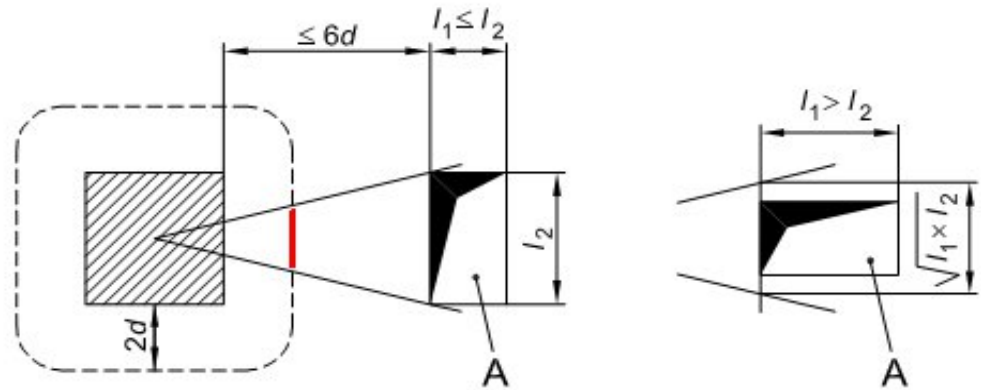
Media tra le altezze utili relative alle armature disposte nelle due direzioni ortogonali



## Casi particolari

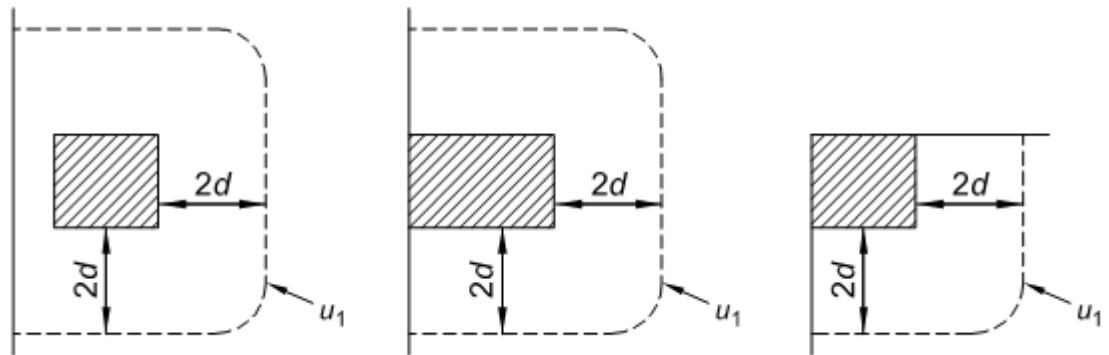
Scelta di  $u_1$  se il perimetro di verifica è in prossimità di:

- un'apertura A



al perimetro si sottrae la parte compresa tra le due rette

- di bordi
- di angoli

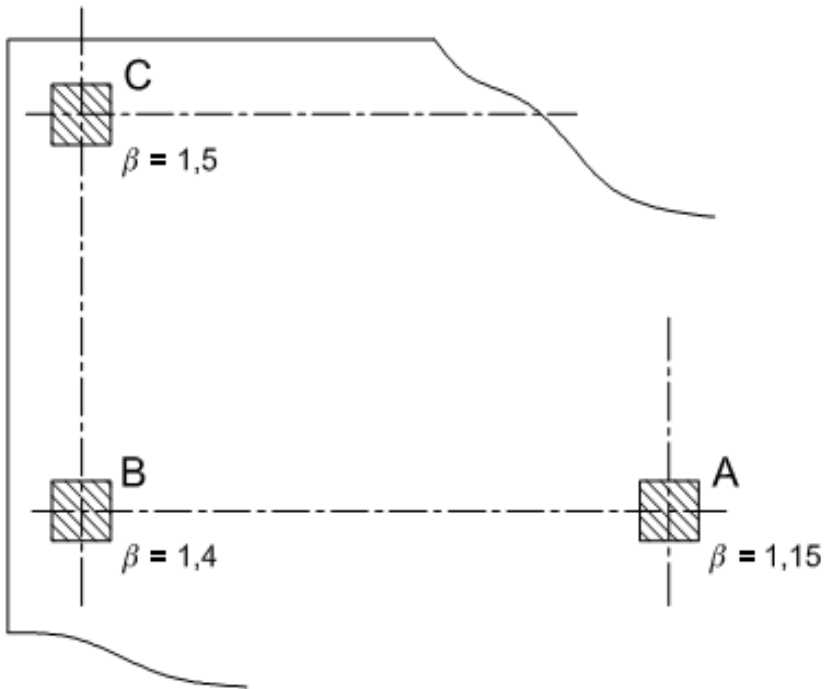


OSSERVAZIONE: il perimetro  $u_1$  è SOLO quello tratteggiato

## Coefficiente $\beta$

tiene conto di eventuali eccentricità di carico.

- Carico centrato:  $\beta = 1$
- Carico eccentrico:  $\beta > 1$



In via approssimata, si possono adottare per il coefficiente  $\beta$  i valori riportati in figura, se:

- le luci nelle due direzioni non differiscono più del 25%
- si esclude comportamento a telaio

In pilastri INTERNI, posto  $e = M_{Ed} / V_{Ed}$ ,  $\beta$  si può determinare con maggior precisione come:

- Sezione CIRCOLARE di diametro D  $\beta = 1 + 0.6 \pi \frac{e}{D + 4d}$
- Sezione RETTANGOLARE di lati  $c_1$  e  $c_2$   
 $\beta = 1 + k \cdot e_1 \cdot u_1 / W_1$  ( $e$  solo in direzione 1)

$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_1}{c_2 + 4d}\right)^2 + \left(\frac{e_2}{c_1 + 4d}\right)^2} \quad (e \text{ nelle due direzioni})$$

con:

$$W_1 = c_1^2 / 2 + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1$$

$c_1/c_2$	$\leq 0.5$	1.0	2.0	$\geq 3.0$
k	0.45	0.60	0.70	0.80

# In pilastri di BORDO

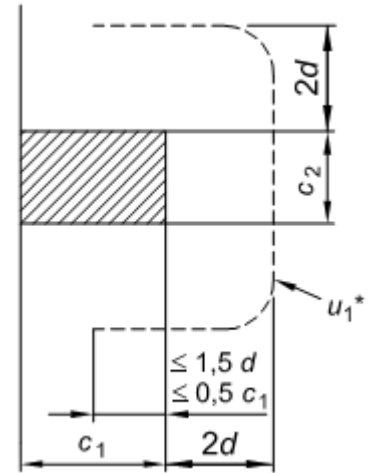
Notazione:  $e_1 \perp$  al bordo,  $e_2 \parallel$  al bordo

1)  $e_2=0$ ,  $e_1 \neq 0$  è verso l'interno. Si assume:

$$\tau_{Ed,1} = \frac{V_{Ed}}{u_1^x \cdot d} \quad (\beta = 1)$$

2)  $e_2 \neq 0$ ,  $e_1 \neq 0$  verso l'interno. Si assume:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^x} + k^x \cdot e_2 \cdot \frac{u_1}{W_1^x}$$



$c_1/2c_2$	$\leq 0.5$	1.0	2.0	$\geq 3.0$
$k^x$	0.45	0.60	0.70	0.80

$$W_1^x = c_2^2/4 + c_1 c_2 + 4c_1 d + 8d^2 + \pi d c_2$$

3)  $e_2 \neq 0$ ,  $e_1 \neq 0$  verso l'esterno. Si assume:

$$\beta = 1 + k \cdot e_2 \cdot u_1 / W_1$$

# In pilastri d'ANGOLO

1)  $e$  verso l'interno. Si assume:

$$\tau_{Ed,1} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1^x \cdot d}$$

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^x}$$

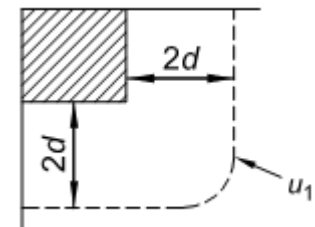
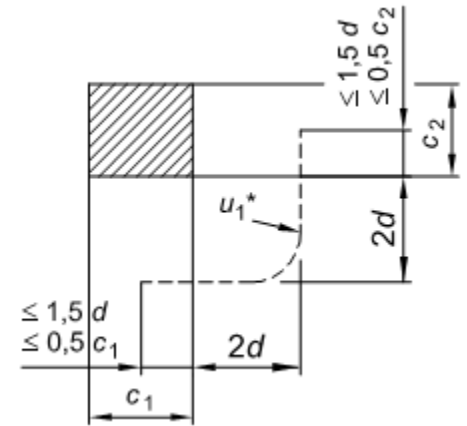
2)  $e$  verso l'esterno. Si assume:

$$\beta = 1 + k \cdot e \cdot \frac{u_1}{W_1}$$

con al solito:

$c_1/c_2$	$\leq 0.5$	1.0	2.0	$\geq 3.0$
$k$	0.45	0.60	0.70	0.80

mentre  $W_1$  si calcola come:  $W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl$



## Resistenza di Progetto:

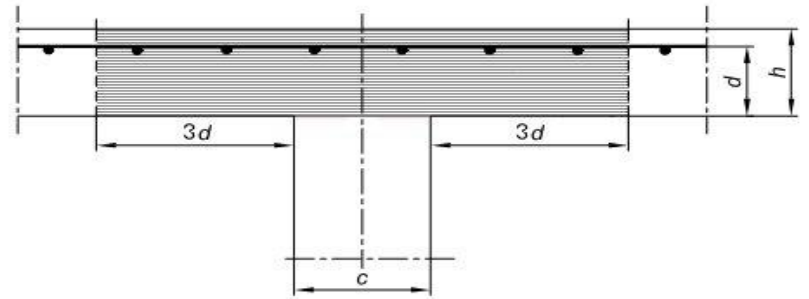
MC90 (Regan)  $\tau_{Rd,c} = 0.12 \cdot \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3}$

EC2 (6.4.4)  $\tau_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c \cdot \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} \geq 0.035 \xi^{3/2} f_{ck}^{1/2}$

dove:

- $\xi = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$  con  $d$  in mm
- $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0.02$   $\rho_x, \rho_y \geq 0.5\%$

$\rho_x, \rho_y$  sono i rapporti geometrici di armatura tesa nelle due direzioni, calcolati considerando una larghezza  $L = 3d + c + 3d$ , dove  $c$  è la larghezza del pilastro



OSS:  $0.12 = 0.18 / \gamma_c$  ( $\gamma_c = 1.5$ )

le due espressioni coincidono!



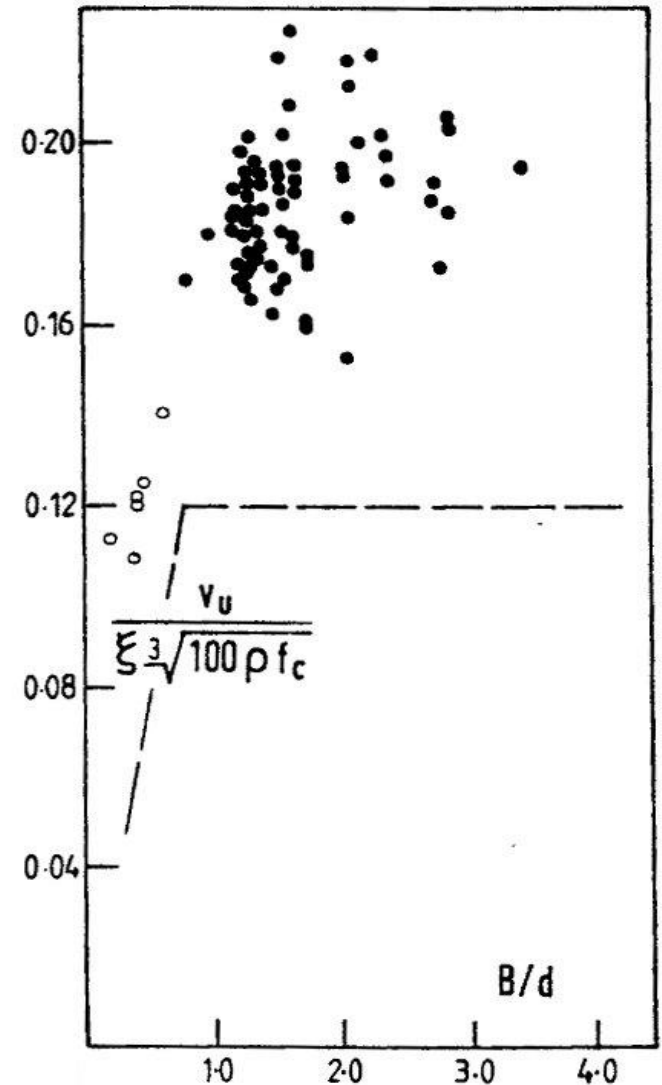
Si verifica che:

$$\tau_{Ed,1} \leq \tau_{Rd,c}$$

Tale verifica **non** risulta però sufficiente ad escludere il punzonamento se l'impronta di carico è molto piccola.

Risultati sperimentali mostrano infatti che per  $B < 0.75d$  si perviene a rottura prima di arrivare a  $\tau_{Rd,c}$

(con  $B$  si indica il diametro equivalente dell'impronta di carico)



Occorre quindi sempre accertare che:

$$\tau_{Ed,0} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \leq \tau_{Rd,max} = 0.5 \nu f_{cd}$$

con  $\nu = 0.5$

OSS:  $u_0$  per pilastri di

*Bordo*  $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$

*Angolo*  $u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$

Se  $\tau_{Ed,0} \geq \tau_{Rd,max}$

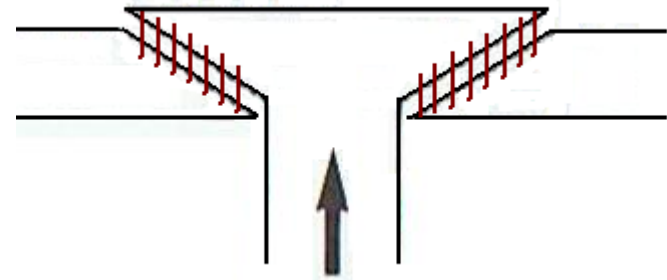
- Aumento l'impronta di carico (quindi  $u_0$ ) con un ripartitore
- Aumento lo spessore della piastra (quindi  $d$ ), magari anche solo localmente con un capitello

Se  $\tau_{Ed,1} \geq \tau_{Rd,c}$

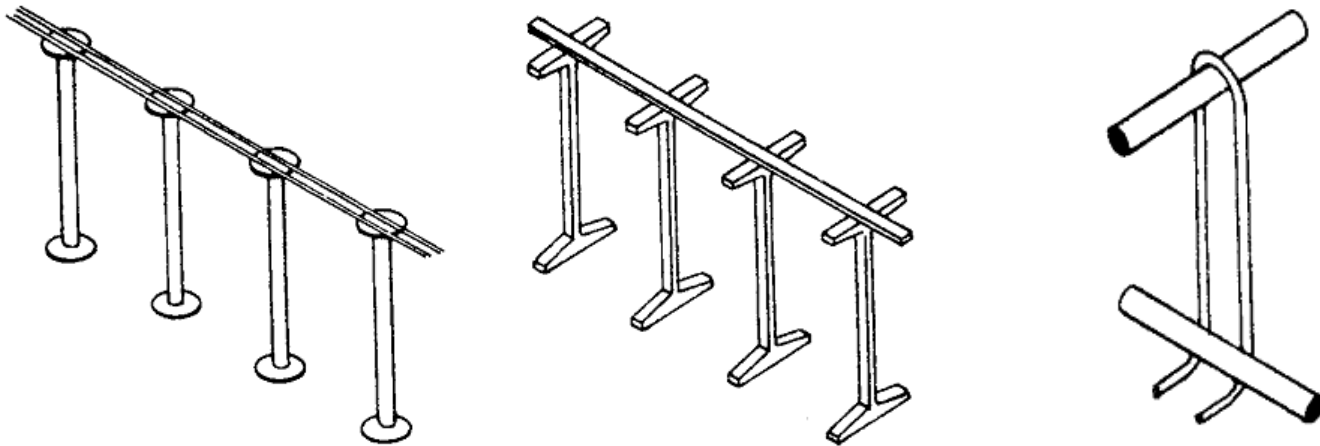
- Prescrivo un'armatura a punzonamento

Armatura a punzonamento:

lo scopo è quello di cucire il cono di rottura con la piastra



Esempi di armatura



Importante è assicurare un *adeguato ancoraggio* dell'armatura a punzonamento ad entrambi i lati della piastra.

Prima della quantità di armatura occorre definire l'area attorno al pilastro in cui questa è necessaria.

Considerando condizioni simili a quelle di un pilastro su una piastra senza armatura:

1) Si definisce il perimetro  $u_{out}$  o  $u_{out,ef}$  per cui non è più necessario armare:

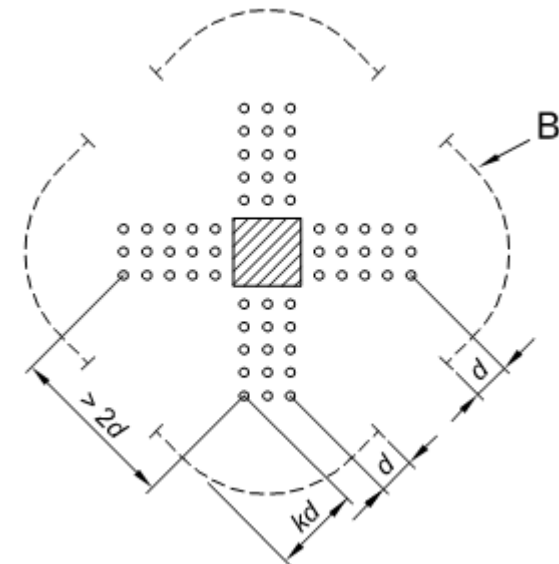
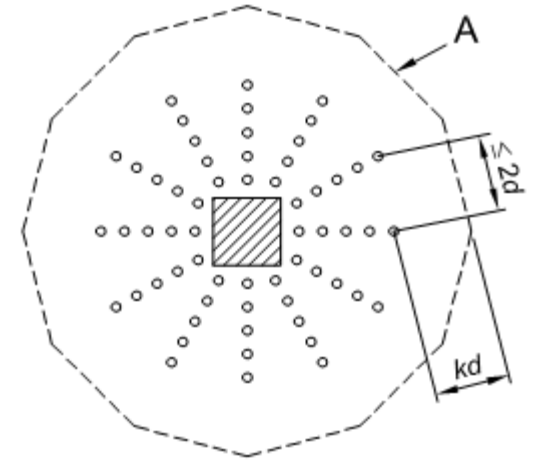
$$u_{out} = \beta V_{Ed} / (\tau_{Rd,c} d)$$

2) L'armatura va estesa fino a  $kd$  da  $u_{out}$  con:

- $k=1.5$  secondo EC2
- $k=2.0$  secondo MC90 (Regan)

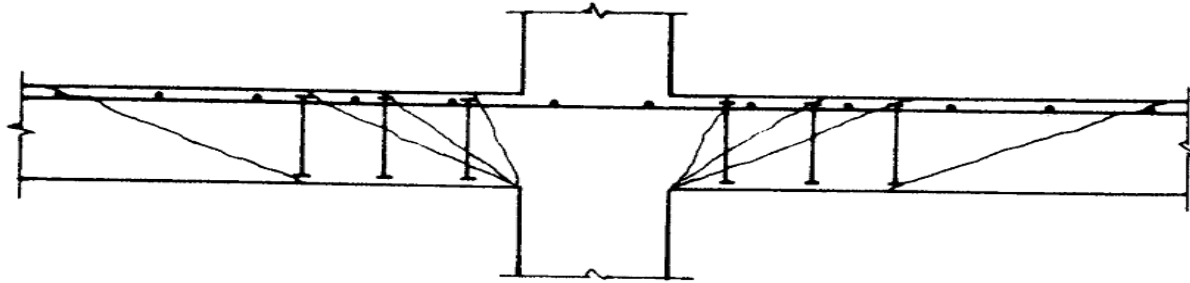
Legenda

- A Perimetro  $u_{out}$   
 B Perimetro  $u_{out,ef}$



## Quantità di armatura a punzonamento all'interno dell'area

La resistenza di una piastra armata a punzonamento dipende dall'inclinazione  $\theta$  della potenziale superficie di rottura, e ha sempre un contributo sia dal cls che dall'acciaio.



Poiché tale resistenza non varia troppo rapidamente con  $\theta$ , si possono considerare solo due superfici:

- 1) parte dal pilastro e va all'armatura più vicina; la resistenza è la massima possibile e si verifica che:

$$\tau_{Ed,0} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \leq \tau_{Rd,max} = 0.5 v f_{cd}$$

2) attraversa l'armatura a meno di  $1.5d$  da filo pilastro: si valuta la resistenza finale sommando:

- il 75% della resistenza del cls come se non fosse armato
- il contributo dell'armatura a meno di  $1.5d$  da filo pilastro

Se si ipotizza di disporre un'armatura costante  $A_{sw}$  su perimetri concentrici di forma simile al perimetro  $u_1$ , si ha:

$$\text{EC2 (6.4.5)} \quad \tau_{Rd,cs} = 0.75 \tau_{Rd,c} + \frac{1.5d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd,ef}}{u_1 d} \sin \alpha$$

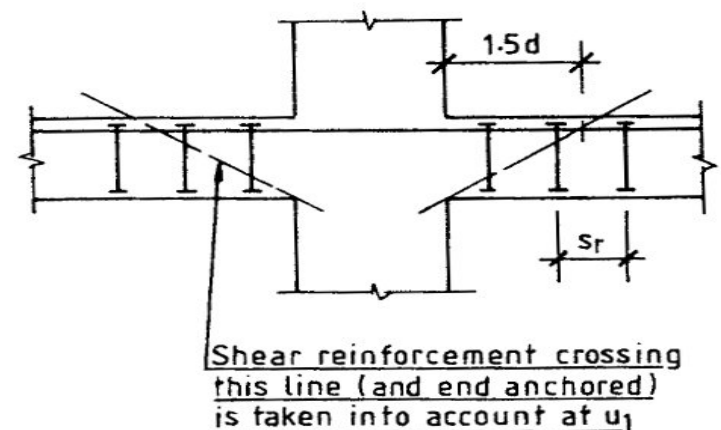
dove:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 d \leq f_{ywd}$$

$A_{sw}$  è l'area su uno dei perimetri

$s_r$  è il passo tra i perimetri

Si verifica che:  $\tau_{Ed,1} \leq \tau_{Rd,cs}$





Se l'armatura è disposta diversamente, è possibile considerare la somma delle resistenze degli elementi posti a meno di  $1.5d$  da filo pilastro.

$$\frac{1.5d}{s_r} A_{sw} = \sum_{1.5d} A_s$$

OSS: Non conta come si dispone l'armatura.

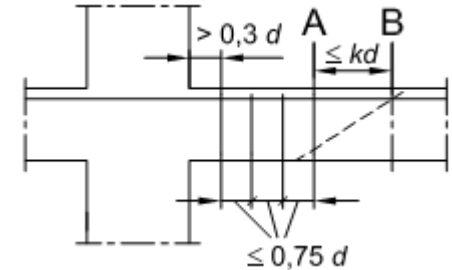
Le NTC 08 impongono inoltre di assicurare che l'intero sforzo di punzonamento allo SLU sia affidato alla sola armatura.

Cioè occorre verificare che:

$$f_{ywd,ef} \sum A_s \geq \beta \cdot V_{Ed}$$

## Osservazioni:

- Le armature entro  $u_1$  deve avere interasse  $\leq 1.5d$
- Le armature tra  $u_1$  e  $u_{out}$  interasse  $\leq 2d$ , altrimenti si considera  $u_{out,ef}$
- I singoli bracci devono avere un passo  $\leq 0.75d$  (in direzione radiale)
- Il braccio più interno va posto a distanza  $0.3d \div 0.5d$  da filo pilastro, per permettere l'ancoraggio in zona compressa
- L'area minima di ogni braccio è data dall'espressione:



$$\frac{A_{sw, min} \cdot (1.5 \sin \alpha + \cos \alpha)}{s_r s_t} \geq 0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

$s_r$  = passo radiale

$s_t$  = passo tangenziale

$\alpha$  = inclinazione bracci