

# MODELLO ELASTICO (Legge di Hooke) molla

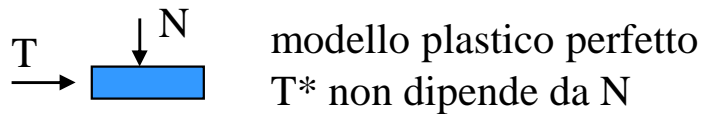
$$\sigma = E \varepsilon \quad E = \text{modulo elastico}$$



- determinazione delle tensioni indotte nel terreno
- calcolo cedimenti

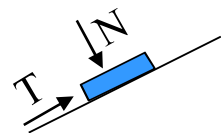
---

## MODELLO PLASTICO



$$\tau_f = c_u$$

Criterio di rottura di Tresca  
(materiale puramente coesivo)



$$T^* = \mu N \quad \mu = \text{tg}\varphi \quad \xrightarrow{\text{T.E.}} \tau_f = \sigma' \text{tg}\varphi'$$

Criterio di rottura di Coulomb  
(materiale puramente attritivo)

Introducendo anche la coesione

$$\longrightarrow \tau_f = c' + \sigma' \text{tg}\varphi'$$

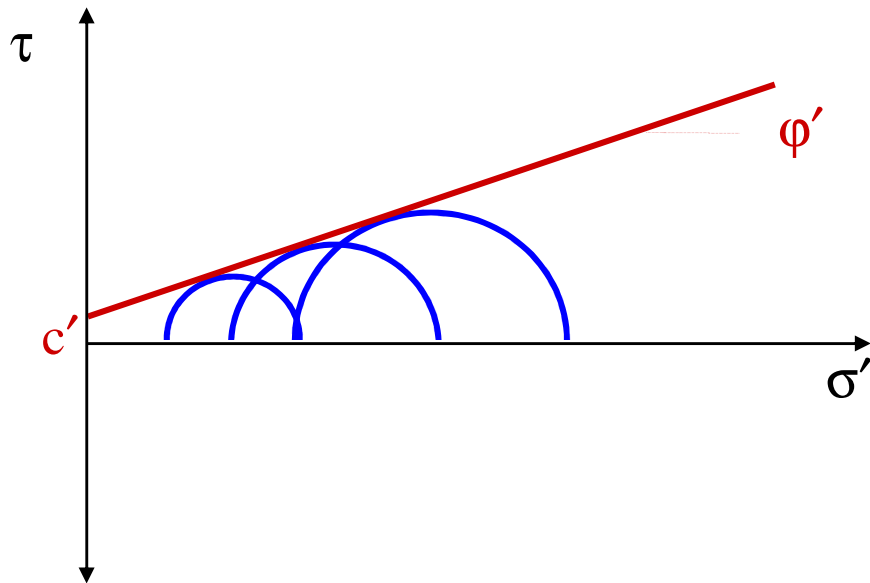
Criterio di rottura  
di Mohr-Coulomb  
(materiale attritivo- coesivo)



- criteri di rottura
- carico limite fondazione superficiale
- carico limite fondazione profonda (palo)
- spinta su struttura di sostegno
- stabilità di pendii

# CRITERIO DI ROTTURA DI MOHR - COULOMB

Se il cerchio di Mohr, che rappresenta lo stato tensionale dell'elementino in esame, risulta tangente all'involuppo di rottura, si è raggiunta la condizione di rottura (plasticizzazione)

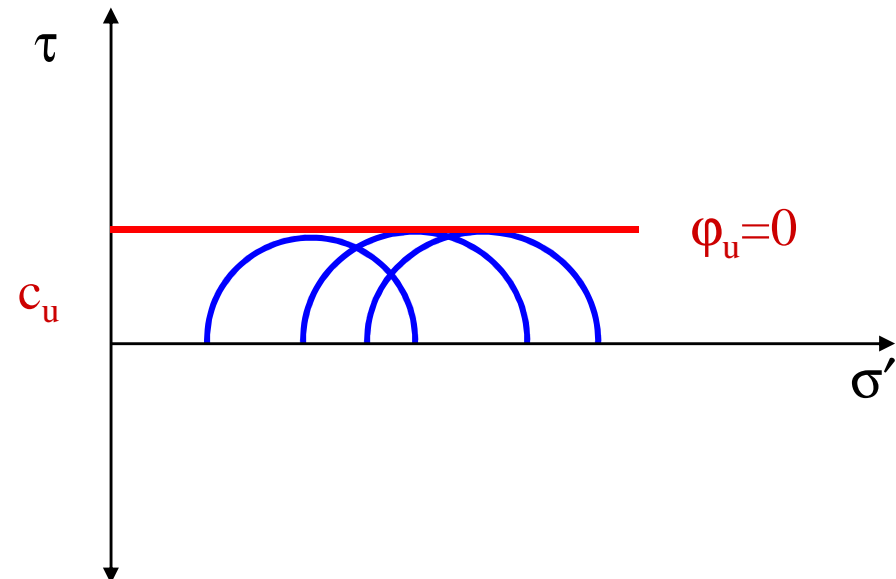


In tensioni totali

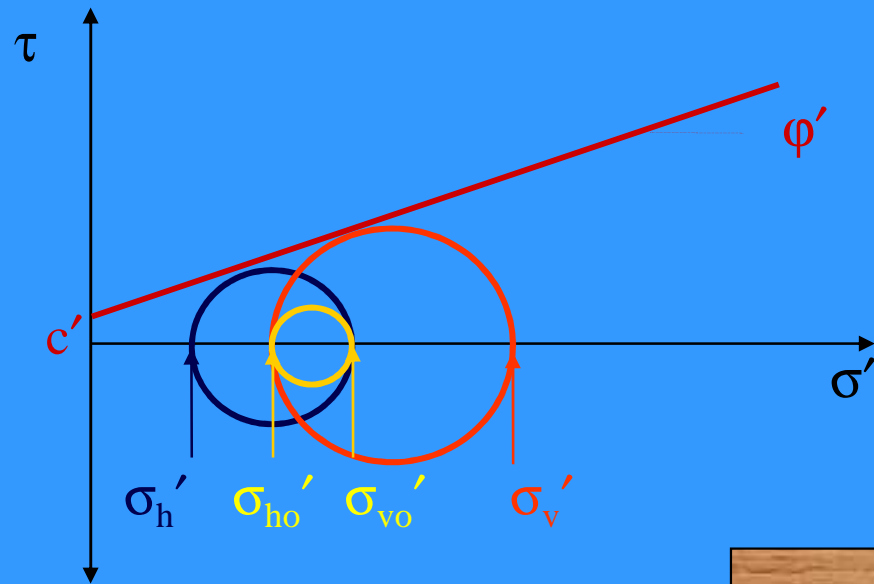
$$\tau_f = c_u$$

In tensioni efficaci

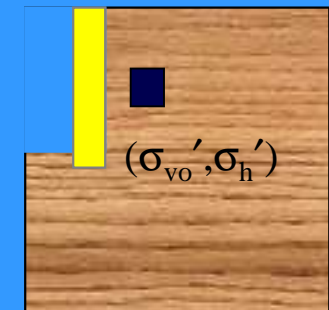
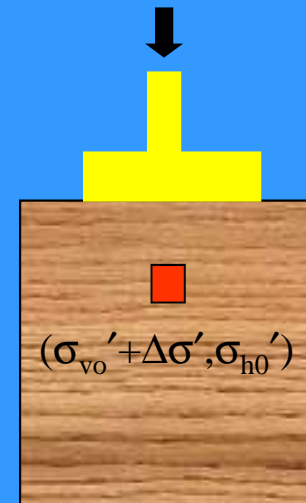
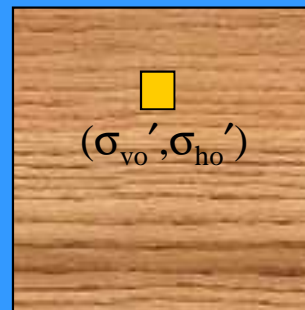
$$\tau_f = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi'$$



# CRITERIO DI ROTTURA DI MOHR -COULOMB



$$\tau = c' + \sigma'_v \operatorname{tg} \phi'$$



Stato tensionale iniziale

Variazione stato tensionale verticale

Variazione stato tensionale orizzontale

➔ fondazione

➔ struttura di sostegno

# CAPACITÀ PORTANTE E MECCANISMI DI ROTTURA

*La capacità portante (o carico limite,  $q_{lim}$ ) rappresenta la pressione massima che una fondazione può trasmettere al terreno prima che questo raggiunga la rottura.*

Se immaginiamo di applicare ad un blocco di calcestruzzo appoggiato su un terreno omogeneo un carico verticale centrato e di misurare il valore del cedimento all'aumentare del carico, riportando in un grafico la curva carico-cedimenti, osserviamo che il suo andamento è diverso in relazione allo stato di addensamento (o alla consistenza, se si tratta di terreno coesivo) del terreno.

In particolare, si ha che:

- a parità di carico, il cedimento del blocco è tanto maggiore quanto minore è la densità relativa (o quanto minore è la consistenza);
- per valori elevati della densità relativa (o della consistenza), in corrispondenza del carico di rottura, il blocco collassa, mentre per valori bassi della densità relativa (o della consistenza) il cedimento tende ad aumentare progressivamente ed indefinitamente. In questo caso la condizione di rottura è individuata da un valore limite convenzionale del cedimento.

Alle diverse curve carico cedimenti corrispondono diversi meccanismi di rottura che possono ricondursi a tre schemi principali:

### **1. rottura generale**

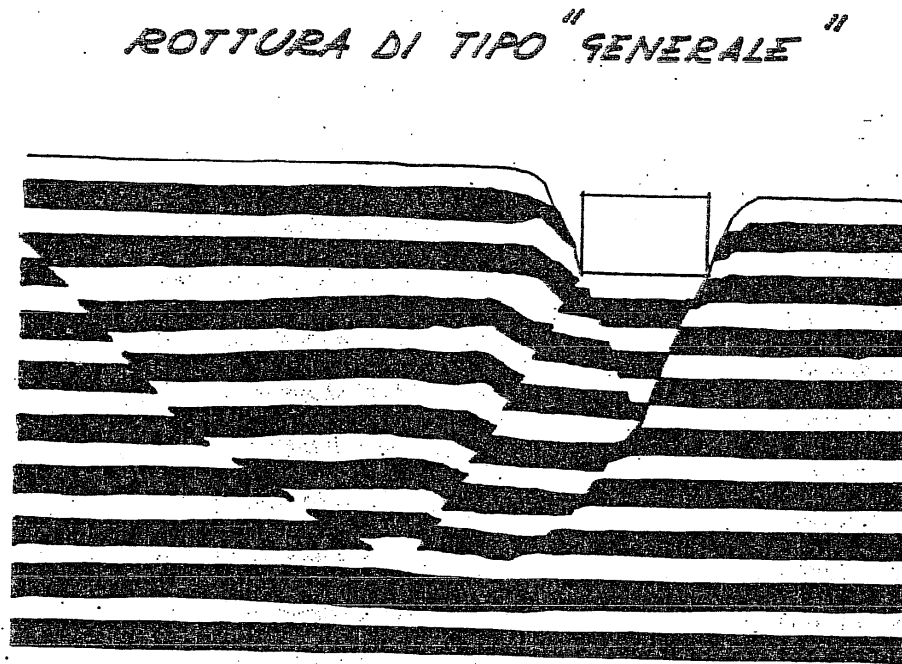
### **2. rottura locale**

### **3. punzonamento**

per ciascuno dei quali si sviluppano, nel terreno sottostante la fondazione, superfici di rottura con diverso andamento.

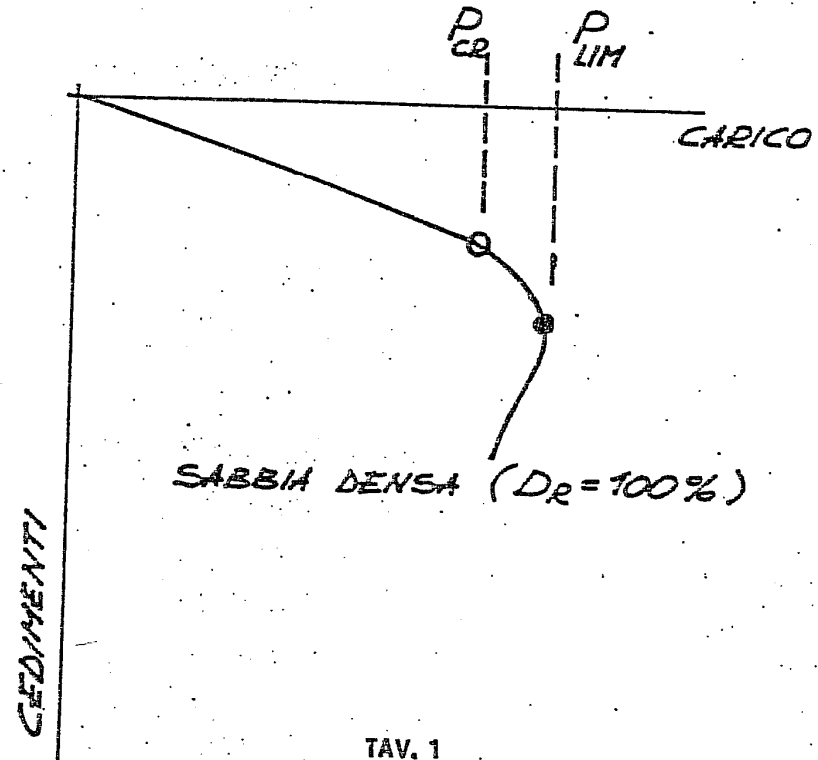
Variando la profondità del piano di posa si osserva che l'andamento della curva carico-cedimenti si modifica e in particolare all'aumentare della profondità del piano di posa si può passare da una condizione di rottura generale ad una di rottura locale e a una per punzonamento.

**Rottura generale:** formazione di superfici di scorrimento ben definite, a partire dal piano di posa fino al piano campagna; la rottura è di tipo fragile, con immediato collasso; dalla curva carico-cedimento è ben visibile il punto di rottura;



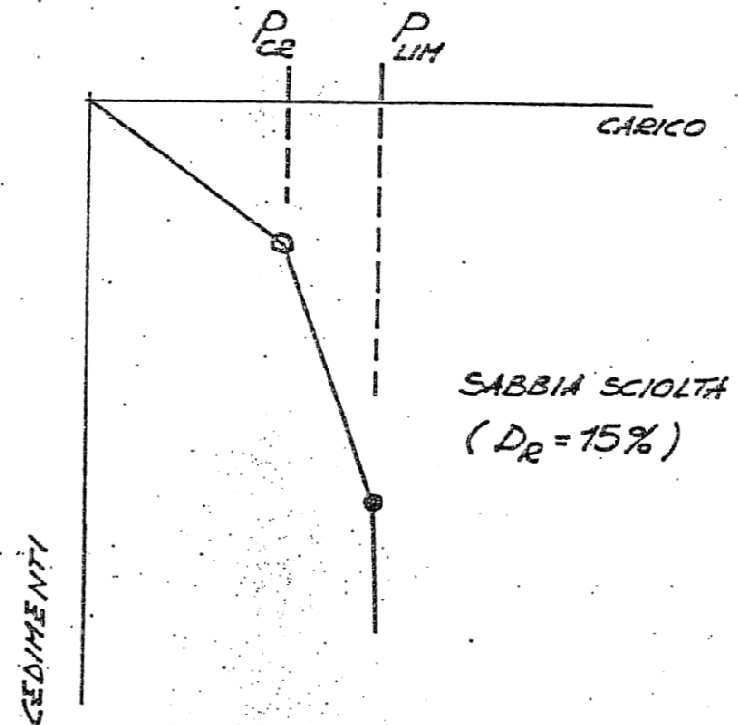
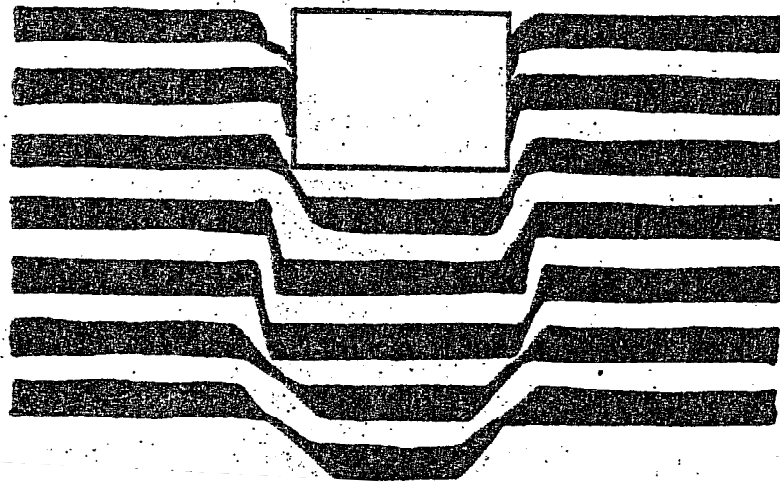
$$D_R = \frac{\gamma - \gamma_{\min}}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}$$

dove:  $\gamma$ : peso specifico naturale del terreno;  
 $\gamma_{\min}$ : peso specifico minimo del terreno;  
 $\gamma_{\max}$ : peso specifico massimo del terreno



**Rottura per punzonamento:** è governata dalla compressibilità del terreno di fondazione; le superfici di scorrimento non sono ben definite e sono limitate in vicinanza della fondazione dove presentano una direzione subverticale; la rottura è di tipo duttile, tipica di un materiale incoerente, senza un preciso punto di collasso; nella curva carico-cedimento si rileva una graduale riduzione della rigidità della fondazione fino a giungere a valori di cedimento incompatibili con la stabilità della sovrastruttura.

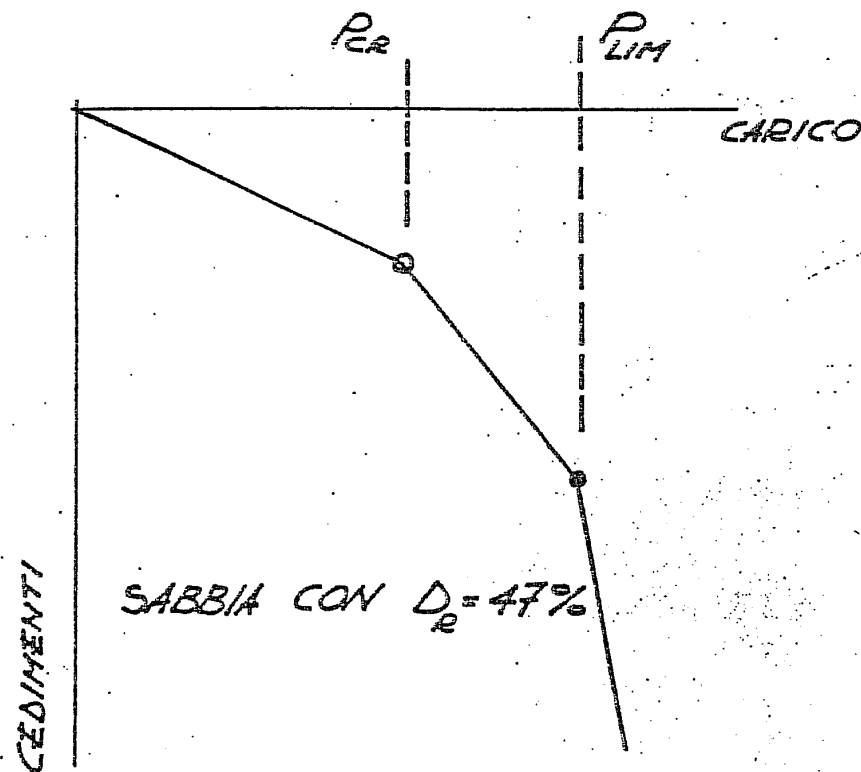
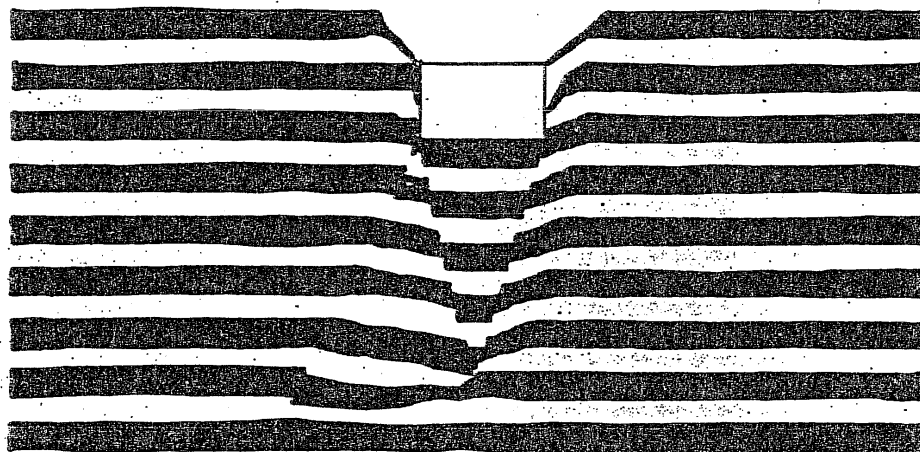
*ROTTURA PER "PUNZIONAMENTO"*



TAV. 2

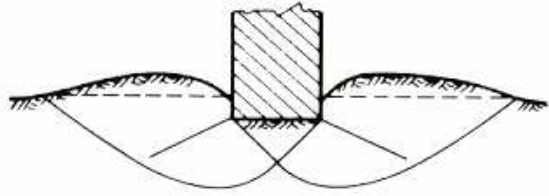
**Rottura locale:** è un meccanismo intermedio ai due precedenti.

ROTTURA DI TIPO "LOCALE"

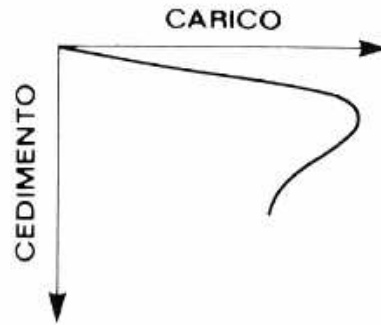


TAV. 3

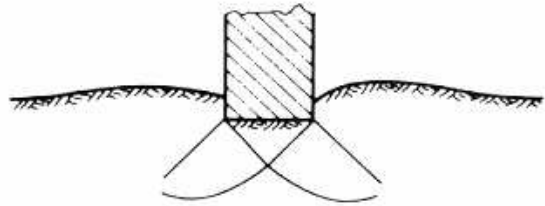




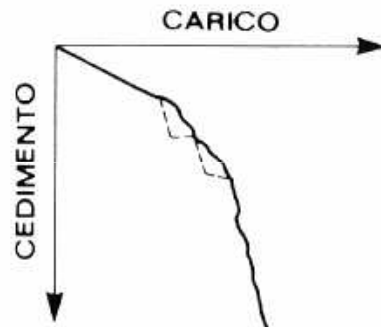
a) ROTTURA GENERALE



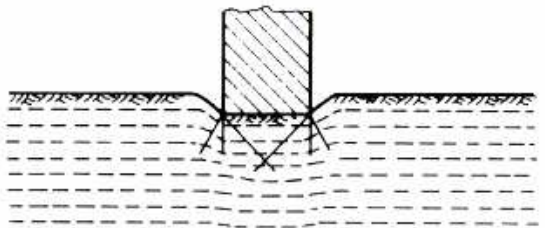
**Legame sforzi - deformazioni  
rigido- perfettamente plastico**



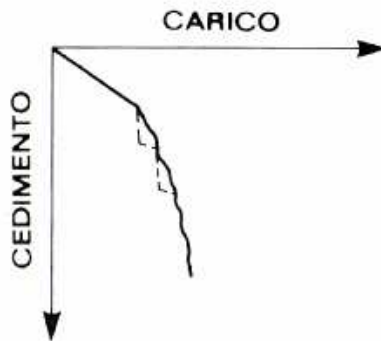
b) ROTTURA LOCALE



**Legame sforzi - deformazioni  
intermedio**



c) PUNZONAMENTO



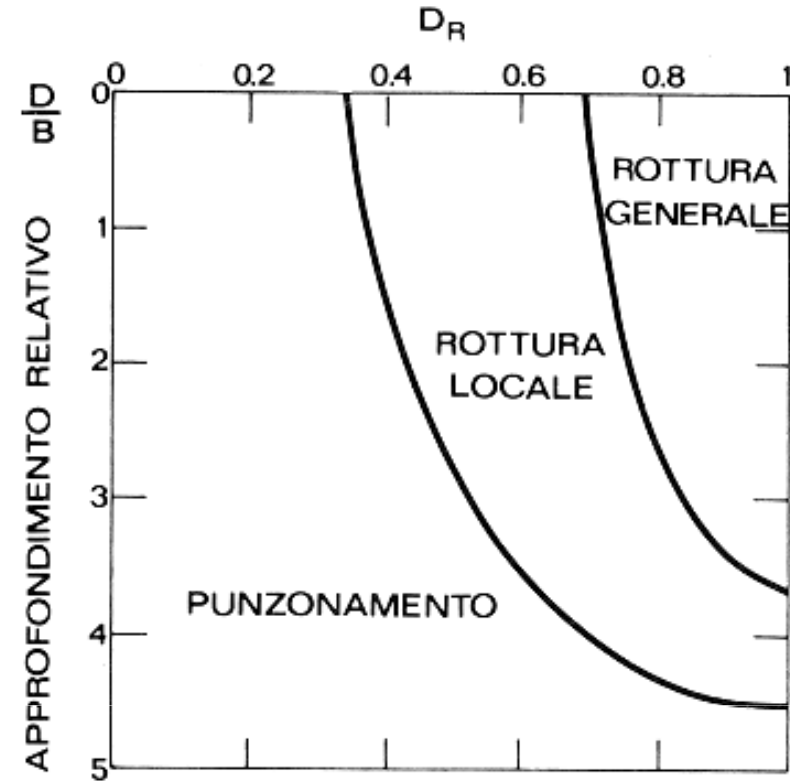
**Legame sforzi - deformazioni  
elasto - plastico - incrudente**

Per quanto riguarda i tre meccanismi di rottura:

**nel caso di terreno denso** (o compatto) i piani di rottura si estendono fino a raggiungere la superficie del piano campagna (**rottura generale**);

**nel caso di materiale sciolto** (o poco consistente) le superfici di rottura interessano solo la zona in prossimità del cuneo sottostante la fondazione e non si estendono lateralmente (**rottura locale**);

**nel caso di materiale molto sciolto** (o molle) le superfici di rottura coincidono praticamente con le facce laterali del cuneo (**punzonamento**).



*Meccanismi di rottura di fondazioni superficiali su sabbia*

Il tipo di meccanismo di rottura che si verifica è funzione della densità relativa del terreno e dell'approfondimento relativo  $D/B$  della fondazione: la rottura generale avviene in terreni addensati o per fondazioni superficiali, mentre, al contrario, la rottura per punzonamento in terreni poco densi e per fondazioni profonde.

I due principali studi teorici per il calcolo della capacità portante sono stati condotti da:

- Prandtl (1920);
- Terzaghi (1943).

Entrambi schematizzano il terreno come un mezzo continuo, omogeneo e isotropo, a comportamento rigido plastico e per il quale vale il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

Ulteriori ipotesi di Terzaghi:

- striscia indefinita di carico /fondazione nastriforme (deformazione piana)
- carico verticale e centrato
- presenza di attrito fondazione-terreno
- piano di posa della fondazione e piano campagna orizzontali

# CALCOLO DELLA PRESSIONE LIMITE

Il carico limite dipende da tre fattori:

- coesione del terreno
- sovraccarico laterale
- peso del terreno

La formula generale è del tipo trinomio

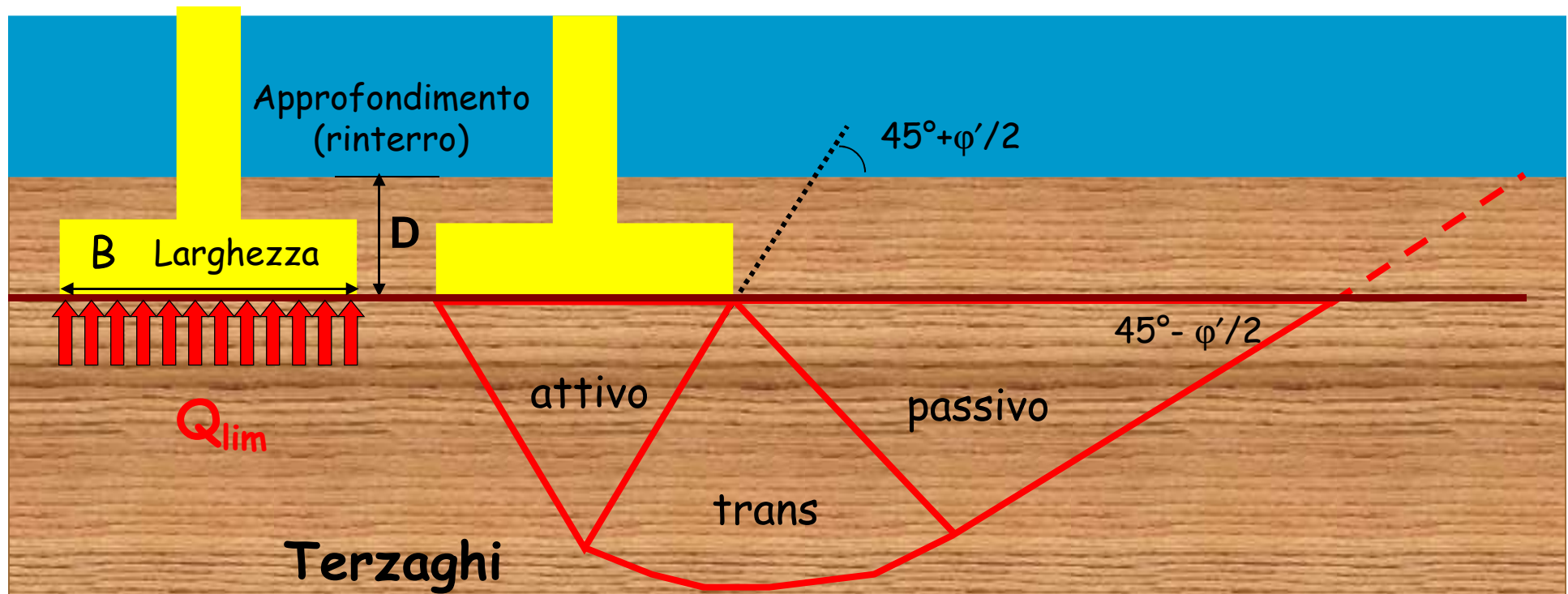
$$q_{lim} = N_c c + N_q q_o + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B$$

contributo della coesione lungo la sup. di scorrimento

effetto stabilizzante del terreno ai lati della fondazione

contributo della resistenza attritiva dovuta al peso proprio del terreno all'interno della sup. di scorrimento

# FONDAZIONE SUPERFICIALE



$$q_{lim} = N_c c + N_q q_0 + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B$$

Capacità portante unitaria

$$Q_{lim} = q_{lim} \cdot A = (N_c c + N_q q_0 + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B) \cdot A \quad \text{Capacità portante}$$

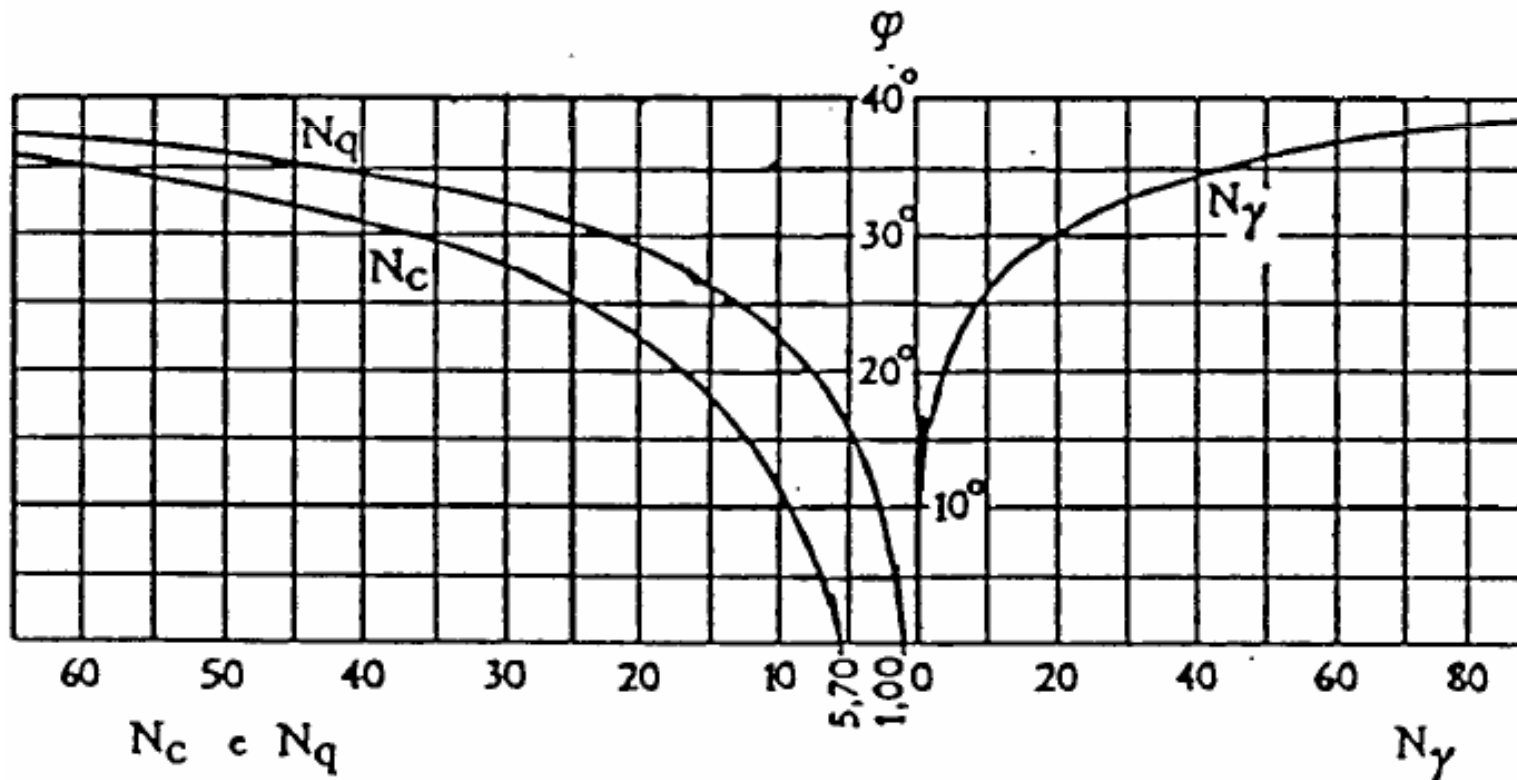
$$N_c, N_q, N_\gamma = \text{funzioni } (\phi')$$

$$q_0 = \gamma D$$

# FORMULA TRINOMIA DI TERZAGHI

$$q_{lim} = N_c c + N_q q_o + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B$$

I termini  $N_c$ ,  $N_q$  e  $N_\gamma$  sono i **fattori di capacità portante**, ossia coefficienti adimensionali funzioni dell'angolo di resistenza al taglio del terreno.



## PRESSIONE LIMITE DI TERRENI NON COESIVI

$$q_{lim} = N_c c + N_q q_o + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B$$

In terreni non coesivi si considera nullo il contributo della coesione, ossia  $c = 0$ ,

per cui la formula generale diventa:

$$q_{lim} = N_q q_o + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B$$

$$q_o = \gamma' t$$

## PRESSIONE LIMITE DI TERRENI COESIVI

$$q_{lim} = N_c c + N_q q_o + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma B$$

In terreni coesivi bisognerebbe procedere a due verifiche di capacità portante:

- a breve termine (in condizioni non drenate)
- a lungo termine (in condizioni drenate)

In genere il valore più basso di pressione limite viene dalla verifica a breve termine.

Si conduce un'analisi in condizioni NON drenate.



Nelle analisi di capacità portante in termini di tensioni totali, la resistenza del terreno è definita convenzionalmente mediante il parametro  $c_u$  (il criterio di rottura è espresso nella forma  $\tau = c_u$ ).

In questo caso, i fattori di capacità portante valgono:  $N_\gamma = 0$ ,  $N_c = 5.70$ ,  $N_q = 1$  e il carico limite è dato quindi da:

• **Verifica in tensioni totali (TT)** ( $c=c_u$ ,  $\varphi=\varphi_u=0$ )

$$N_c(\varphi_u=0) = 5.70$$

$$N_q(\varphi_u=0) = 1$$

$$N_\gamma(\varphi_u=0) = 0$$

$$q_{lim} = 5.70 c_u + q_o$$

$$q_o = \gamma t$$

## Esempio

Calcolare la capacità portante di una fondazione continua superficiale di 1,5 m di larghezza alla profondità di 1,5 m in un terreno coerente per il quale da prove triassiali non drenate è risultata una resistenza al taglio di 4 t/m<sup>2</sup> con un peso di volume di 1,7 t/m<sup>3</sup>.

La relazione  $q_{lim} = N_c \cdot c + N_q \cdot q_0 + N_\gamma \cdot \frac{1}{2} \gamma B$  diviene:

$$c = Cu; \quad N_c (\phi_u = 0) = 5,70; \quad N_q (\phi_u = 0) = 1; \quad N_\gamma (\phi_u = 0) = 0;$$

$$q_{lim} = 5,70 \cdot Cu + q_0 \quad q_0 = \gamma t$$

$$q_{lim} = 5,70 \cdot 4 + 1,7 \cdot 1,5 = 25,35 \text{ t/m}^2$$

## Scelta dei parametri di resistenza del terreno

Il calcolo della capacità portante deve essere effettuato nelle condizioni più critiche per la stabilità del sistema di fondazione, valutando con particolare attenzione le possibili condizioni di drenaggio. Tali condizioni dipendono com'è noto dal tipo di terreno e dalla velocità di applicazione del carico.

Nel caso dei terreni a grana grossa (ghiaie e sabbie), caratterizzati da valori elevati della permeabilità ( $K \geq 10^{-5}$  m/s), l'applicazione di carichi statici non genera sovrappressioni interstiziali; pertanto, l'analisi è sempre condotta con riferimento alle condizioni drenate, in termini di tensioni efficaci.

## **Scelta dei parametri di resistenza del terreno**

Nel caso di terreni a grana fine (limi e argille), a causa della loro bassa permeabilità, si generano sovrappressioni interstiziali che si dissipano lentamente nel tempo col procedere della consolidazione.

Pertanto per i terreni a grana fine è necessario distinguere un comportamento a breve termine, in condizioni non drenate, ed uno a lungo termine, in condizioni drenate.

Le condizioni non drenate sono generalmente le più sfavorevoli per la stabilità delle fondazioni su terreni coesivi, poiché al termine del processo di consolidazione l'incremento delle tensioni efficaci avrà prodotto un incremento della resistenza al taglio.

## SCelta DELLE CONDIZIONI DI VERIFICA

---

CONDIZIONI DI DRENAGGIO	DRENATE	NON DRENATE
TERRENI	Sabbie Argille a lungo termine	Argille a breve termine
PARAMETRI DI RESISTENZA AL TAGLIO $\tau_f = c + \sigma \tan \phi$	$c = c'$ $\phi = \phi'$	$c = c_u$ $\phi = 0$

## VERIFICA IN TENSIONI TOTALI

---

$$q_{\text{lim}} = cN_c + \frac{1}{2}B\gamma_2N_\gamma + \gamma_1DN_q \quad \begin{cases} c = Cu \\ \varphi = 0 \\ \gamma = \gamma_{TOT}! \end{cases} \quad \begin{cases} N_c = 5.7 \\ N_\gamma = 0 \\ N_q = 1 \end{cases}$$

$$q_{\text{lim}} = 5.7 C_u + \gamma_1 D$$

- non mi interessa la posizione della falda e nelle verifiche non porto in conto l'eventuale sottospinta idraulica
- non si tiene conto dei fattori di forma

# VERIFICA IN TENSIONI EFFICACI

---

$$q_{lim} = cN_c + \frac{1}{2}B\gamma_2N_\gamma + \gamma_1DN_q$$

$$\begin{cases} c = c' \\ \varphi = \varphi' \\ \gamma = \gamma' \text{ oppure } \gamma \end{cases} \begin{cases} N_c \\ N_\gamma \\ N_q \end{cases} \quad \text{funzione di } \varphi'$$

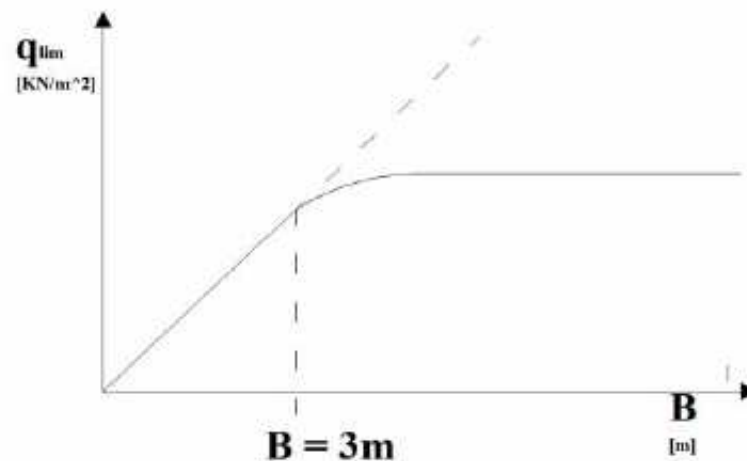
- occorre tenere conto della posizione della falda idrica
- nelle verifiche si porta in conto l'eventuale sottospinta idraulica
- per fondazioni non nastriformi si applicano i fattori di forma

In condizioni di T.E. (Lungo Termine) la  $q_{lim}$  è una funzione lineare della larghezza  $B$  della fondazione.

In condizioni di T.T. (Breve Termine) questa dipendenza decade.

La dipendenza lineare che in T.E. lega la  $q_{lim}$  alla dimensione  $B$  della fondazione è verificata da Terzaghi solo per  $B \leq 3$  m (fondazioni raccolte di piccole dimensioni).

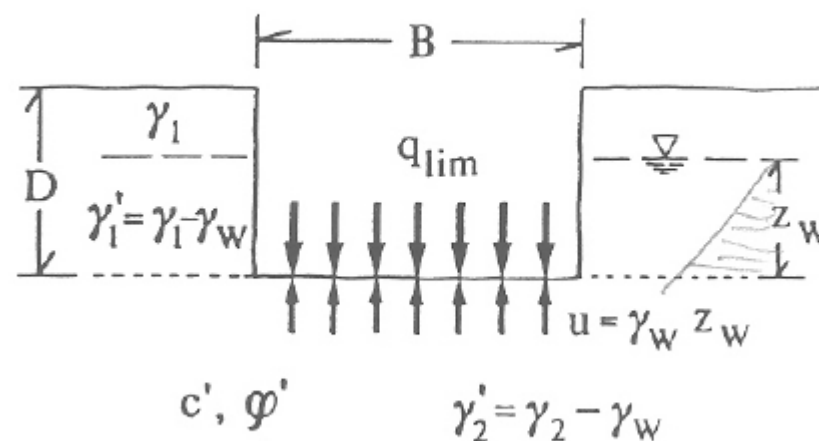
Spesso per  $B > 3$  m il meccanismo di rottura ipotizzato da Terzaghi (rottura generale) non è più valido, è infatti probabile che quello mobilitato sia quello di punzonamento.





## VERIFICA IN TENSIONI EFFICACI

Falda compressa tra piano campagna e piano di posa



$$q_{lim} = c' N_c + \frac{1}{2} B \gamma_2' N_\gamma + \left[ \gamma_1 (D - z_w) + \gamma_1' z_w \right] N_q$$

In particolare:

Falda al p.c. ( $z_w = D$ ):

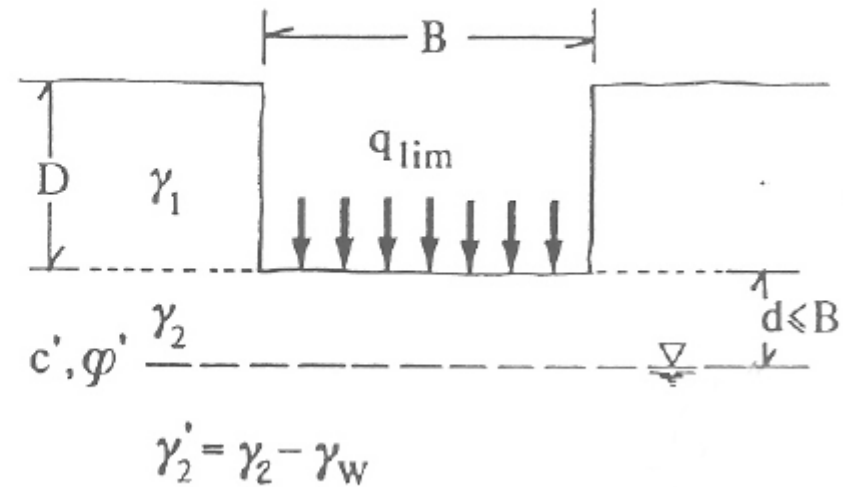
$$q_{lim} = c' N_c + \frac{1}{2} B \gamma_2' N_\gamma + \gamma_1' D N_q$$

Falda al piano di posa ( $z_w = 0$ ):

$$q_{lim} = c' N_c + \frac{1}{2} B \gamma_2' N_\gamma + \gamma_1 D N_q$$

# VERIFICA IN TENSIONI EFFICACI

Falda al di sotto del piano di posa

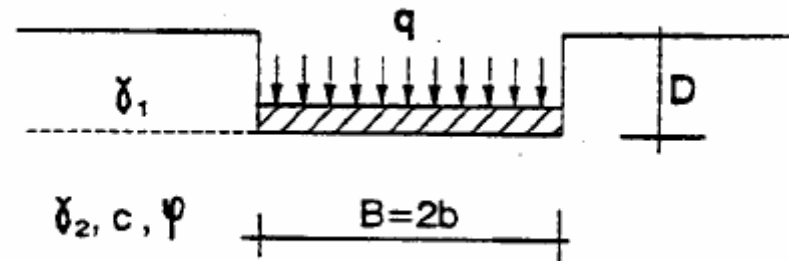


$$q_{lim} = c' N_c + \frac{1}{2} B \left[ \gamma_2' + (\gamma_2 - \gamma_2') \frac{d}{B} \right] N_\gamma + \gamma_1 D N_q$$

In particolare:

Terreno asciutto ( $d \gg B$ ):  $q_{lim} = c' N_c + \frac{1}{2} B \gamma_2 N_\gamma + \gamma_1 D N_q$

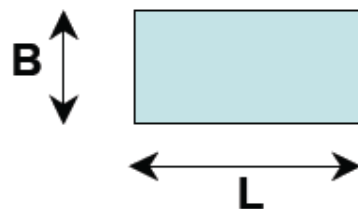
# Terzaghi - Fattori correttivi per la forma della fondazione



$$q_{\text{lim}} = c \cdot N_c \cdot s_c + \gamma_1 \cdot D \cdot N_q + \frac{1}{2} B \cdot \gamma_2 \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma$$

Fondazione	Nastriforme	Circolare	Quadrata
$s_c$	1.0	1.3	1.3
$s_\gamma$	1.0	0.6	0.8

Per fondazioni rettangolari (con  $B < L$ ):  $s_c = s_q = 1 + 0.2 \frac{B}{L}$



$$s_\gamma = 1 - 0.3 \frac{B}{L}$$

**Esercizio n.1:** Si determini il lato minimo di un plinto quadrato che verifica un fattore di sicurezza pari a 3 nei confronti della rottura del terreno di fondazione, nel caso esso sia soggetto ad una forza verticale di 300 tonnellate e sia realizzato su un'area totalmente sbancata ( $D=0$  e  $q=0$ ) ad una profondità di 5 m. Le caratteristiche del terreno sabbioso sono le seguenti:  $\varphi'$ :  $33^\circ$ ,  $c'$ : 0,  $\gamma$ :  $20 \text{ kN/m}^3$ .

Imponendo l'uguaglianza tra la pressione applicata al terreno dalla fondazione e il carico ammissibile nei riguardi della rottura del terreno, si ha:

$$\frac{F}{B^2} = \frac{q_{\text{lim}}}{F_{s,\text{min}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \gamma' \cdot B \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma}{F_{s,\text{min}}}$$

Da cui:

$$B = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot F \cdot F_{s,\text{min}}}{\gamma' \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma}}$$

Per un angolo di attrito di  $33^\circ$  e fondazione quadrata si ha:  $N_\gamma = 33$  ed  $s_\gamma = 0,8$

Nel caso la falda fosse assente si avrebbe  $\gamma' = 20 \text{ kN/m}^3$  e, dunque,  $B = 3,24 \text{ m}$  per pelo libero della falda coincidente con il piano di posa della fondazione, si avrebbe  $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$  e di conseguenza  $B = 4 \text{ m}$

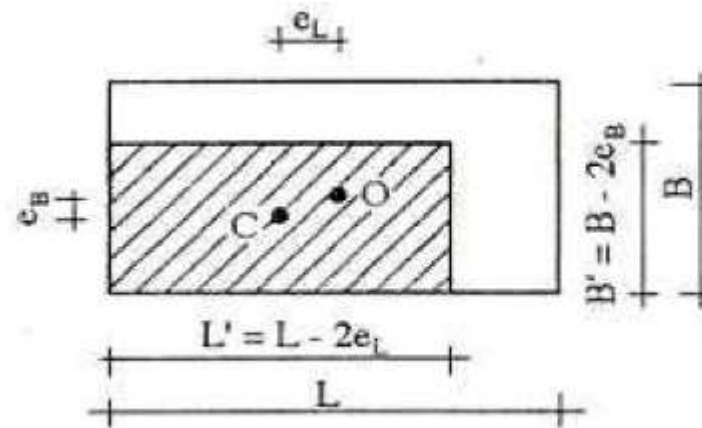
## *Carico eccentrico*

L'ipotesi di carico centrato è aggirata tenendo conto di una fondazione equivalente di dimensioni ridotte  $B' \times L'$ .

In particolare, per una fondazione a base rettangolare di dimensioni  $B \times L$ , se la risultante dei carichi trasmessi ha eccentricità  $e_B$  nella direzione del lato minore  $B$  ed eccentricità  $e_L$  nella direzione del lato maggiore  $L$ , ai fini del calcolo della capacità portante si terrà conto di una fondazione rettangolare equivalente di dimensioni  $B' \times L'$  rispetto alla quale il carico è centrato, essendo:

$$B' = B - 2e_B$$

$$L' = L - 2e_L$$



Confrontando le equazioni proposte da vari Autori per il calcolo dei fattori di capacità portante si osserva un accordo quasi unanime per i fattori  $N_c$  e di  $N_q$ , mentre per il fattore  $N_\gamma$  sono state proposte soluzioni diverse.

$$N_\gamma = (N_q - 1) \cdot \operatorname{tg}(1,4 \cdot \phi) \quad (\text{Meyerhof, 1963})$$

$$N_\gamma = 1,5 \cdot (N_q - 1) \cdot \operatorname{tg} \phi \quad (\text{Hansen, 1970})$$

$$N_\gamma = 2 \cdot (N_q + 1) \cdot \operatorname{tg} \phi \quad (\text{Vesic, 1973})$$

Le equazioni più utilizzate per la stima dei fattori di capacità portante sono le seguenti:

$$N_q = e^{\pi \cdot \operatorname{tg} \phi} \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cdot \operatorname{ctg} \phi$$

$$N_\gamma = 2 \cdot (N_q + 1) \cdot \operatorname{tg} \phi$$

Il valore dei fattori di capacità portante cresce molto rapidamente con l'angolo di resistenza al taglio. È pertanto molto più importante, per una stima corretta della capacità portante, la scelta dell'angolo di resistenza al taglio che non l'utilizzo di una o l'altra delle equazioni proposte dai vari Autori.

$$N_c, N_q, N_\gamma = f(\phi')$$

$\phi'$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$
0	5.14	1.00	0.00
1	5.38	1.09	0.07
2	5.63	1.20	0.15
3	5.90	1.31	0.24
4	6.19	1.43	0.34
5	6.49	1.57	0.45
6	6.81	1.72	0.57
7	7.16	1.88	0.71
8	7.53	2.06	0.86
9	7.92	2.25	1.03
10	8.35	2.47	1.22
11	8.80	2.71	1.44
12	9.28	2.97	1.69
13	9.81	3.26	1.97
14	10.37	3.59	2.29
15	10.98	3.94	2.65
16	11.63	4.34	3.06
17	12.34	4.77	3.53
18	13.10	5.26	4.07
19	13.93	5.80	4.68
20	14.83	6.40	5.39
21	15.82	7.07	6.20
22	16.88	7.82	7.13
23	18.05	8.66	8.20
24	19.32	9.60	9.44
25	20.72	10.66	10.88

$\phi'$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$
26	22.25	11.85	12.54
27	23.94	13.20	14.47
28	25.80	14.72	16.72
29	27.86	16.44	19.34
30	30.14	18.40	22.40
31	32.67	20.63	25.99
32	35.49	23.18	30.22
33	38.64	26.09	35.19
34	42.16	29.44	41.06
35	46.12	33.30	48.03
36	50.59	37.75	56.31
37	55.63	42.92	66.19
38	61.35	48.93	78.03
39	67.87	55.96	92.25
40	75.31	64.20	109.41
41	83.86	73.90	130.22
42	93.71	85.38	155.55
43	105.11	99.02	186.54
44	118.37	115.31	224.64
45	133.88	134.88	271.76
46	152.10	158.51	330.35
47	173.64	187.21	403.67
48	199.26	222.31	496.01
49	229.23	265.51	613.16
50	266.89	319.07	762.89

**Tabella 8.14** Fattori di capacità portante (Vesic, 1975).

## Esempio

Fondazione di larghezza  $B=2\text{m}$  con piano di posa a profondità  $D=1.5\text{m}$  con  $\gamma=2\text{ t/mc}$

Vediamo come varia la pressione limite al variare della scelta dell'angolo  $\phi$ .

- per  $\phi=33^\circ$   $N_\gamma=35$   $N_q=26$

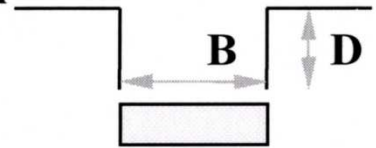
$$q_{\text{lim}} = \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_\gamma + q \cdot N_q = 35 + 3 \cdot 26 = 113 \text{ t/mq}$$

- per  $\phi=38^\circ$   $N_\gamma=78$   $N_q=49$

$$q_{\text{lim}} = \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_\gamma + q \cdot N_q = 78 + 3 \cdot 49 = 225 \text{ t/mq}$$

- per  $\phi=42^\circ$   $N_\gamma=155$   $N_q=85$

$$q_{\text{lim}} = \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_\gamma + q \cdot N_q = 155 + 3 \cdot 85 = 410 \text{ t/mq}$$





## Verifiche per fondazioni superficiali

- **Verifica in tensioni efficaci (TE)** ( $c', \varphi'$ )

$$Q_{lim} = (N_c c' + N_q q_o + N_\gamma \frac{1}{2} \gamma' B) \cdot A \quad q_o = \gamma' D$$

- **Verifica in tensioni totali (TT)** ( $c_u, \varphi_u=0$ )

$$Q_{lim} = (5.70 c_u + q_o) \cdot A \quad q_o = \gamma D$$

$N_c (\varphi_u=0) = 5.70$   
 $N_q (\varphi_u=0) = 1$   
 $N_\gamma (\varphi_u=0) = 0$

$$Q_{amm} = Q_{lim} / FS$$

$$FS = 3$$

D.M. 11/3/1988

$$Q_{es} < Q_{amm}$$

$Q_{lim}$  = carico limite

$Q_{amm}$  = carico ammissibile

$Q_{es}$  = carico d'esercizio (carico applicato)