

10 Progetto con modelli tirante-puntone

10.1 Introduzione

I modelli tirante-puntone (S&T – *Strut and Tie*) sono utilizzati per la progettazione delle membrature in c.a. che non possono essere schematizzate come solidi snelli o “travi” alla Saint Venant quali ad esempio i plinti tozzi di fondazione, le travi parete, le mensole tozze, ma anche quelle regioni di travi snelle soggette a carichi concentrati o caratterizzate da brusche variazioni di sezione.

Il modello consiste nel ricondurre ad un traliccio reticolare, con tiranti e puntoni, ovvero con aste tese e compresse, il meccanismo strutturale resistente. Nella figura 10.1 è indicato uno di questi meccanismi reticolari con riferimento ad una trave parete. Questa idea si ritrova già alla fine dell'Ottocento ed agli inizi del Novecento nel traliccio di Ritter-Mörsch (fig. 10.2) per il progetto a taglio delle travi in c.a. ed è stata ripresa recentemente dalla scuola di Stoccarda di Schlaich, che ne ha esteso l'applicazione alla progettazione di tutte le membrature “tozze” in c.a.

Le aste compresse (puntoni) sono materializzate dal calcestruzzo, mentre le aste tese (tiranti) sono costituite dalle armature.

Secondo l'EC2 i modelli tirante-puntone possono essere utilizzati per il progetto delle strutture allo stato limite ultimo (SLU) sia di zone di “continuità” sia di zone di “discontinuità”.

Le regioni di continuità sono indicate come regioni “B” (da “Bernoulli” o dall'inglese “beam”) e sono costituite da quelle zone di travi e piastre dove l'ipotesi di Saint Venant è soddisfatta. Nello stadio fessurato sono schematizzate alla Mörsch con tralicci reticolari di aste tese (corrente teso ed armature di parete) e compresse (corrente compresso e bielle inclinate di calcestruzzo).

Le regioni di discontinuità sono invece caratterizzate dalla presenza di discontinuità di tipo statico o geometrico (regioni tipo “D”, dall'inglese “discontinuity”), dove l'ipotesi di Bernoulli non è soddisfatta. Le discontinuità di tipo statico comprendono la presenza di carichi concentrati, zone di appoggio di estremità, zone di ancoraggio di cavi di precompressione, ecc., mentre quelle di tipo geometrico includono brusche variazioni di sezione o di direzione dell'asse, presenza di aperture, elementi tozzi (mensole, travi parete, selle Gerber, ecc.).

I modelli tirante-puntone possono essere utilizzati anche per alcune verifiche agli stati limite di esercizio (SLE). A questo scopo l'EC2 suggerisce di orientare puntoni e tiranti lungo le linee isostatiche ricavate dall'analisi della struttura in fase non fessurata. In realtà è importante seguire questa strada anche per la verifica allo SLU (vedi par. 10.1.1).

10.1.1 Il metodo S&T come applicazione del primo teorema dell'analisi limite

Una volta sostituiti eventuali carichi distribuiti con carichi concentrati equivalenti, il progetto di una membratura in c.a. con il metodo S&T consiste nella schematizzazione del campo di sforzi presente nell'elemento strutturale mediante un traliccio reticolare di aste rettilinee in equilibrio con i carichi esterni.

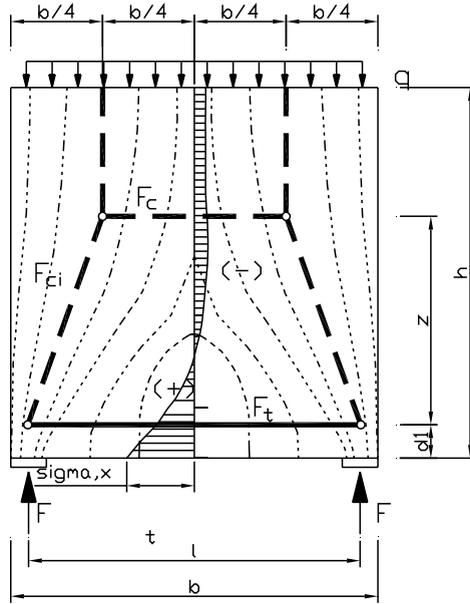


Figura 10.1 Modello S&T di una trave parete.

Le curvature delle linee isostatiche vengono concentrate in corrispondenza di punti detti nodi, che rappresentano le intersezioni degli assi delle aste con quelli di altre aste, con i carichi applicati o con le reazioni vincolari. Una volta definita la geometria del traliccio, si calcolano gli sforzi normali nelle aste, si progettano le armature metalliche e si esegue la verifica di resistenza dei puntoni e dei nodi.

La tecnica S&T rientra tra i metodi di analisi plastica delle strutture in c.a. ed in particolare può essere vista come un'applicazione del primo teorema dell'analisi limite (teorema del limite inferiore o teorema statico). Questo teorema può enunciarsi nel seguente modo: se la distribuzione degli sforzi all'interno di una struttura soddisfa tutte le condizioni di equilibrio (interne ed esterne) e non viola la condizione di resistenza dei materiali (*condizione di plasticità*), allora il carico associato a tale distribuzione non supera quello di collasso.

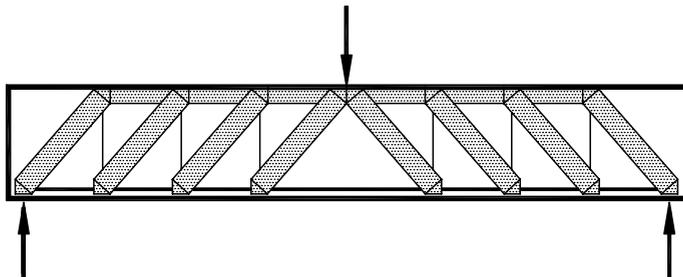


Figura 10.2 Traliccio di Ritter-Mörsch.

Prospetto 10.1 Passi per l'applicazione del metodo S&T.

1	Individuazione delle regioni di discontinuità ("D") in corrispondenza di carichi concentrati e/o di discontinuità geometriche
2	Definizione della estensione delle regioni di discontinuità mediante l'applicazione del postulato del Saint-Venant e conseguente suddivisione della struttura in regioni di continuità ("B") e regioni di discontinuità ("D")
3	Determinazione dello stato di sforzo e progetto delle armature delle regioni "B"
4	Calcolo delle forze agenti sul contorno delle regioni "D"
5	Definizione della geometria del traliccio S&T per ciascuna regione "D"
6	Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio di ogni regione "D"
7	Progetto delle armature (aree resistenti e disposizione geometrica), eventuale raffinamento del modello (per esempio per semplificare la disposizione delle armature), ricalcolo degli sforzi nelle aste e riprogetto delle armature
8	Verifica dei puntoni e dei nodi, eventuale ridimensionamento dei puntoni e dei nodi sulla base di considerazioni geometriche, raffinamento del modello, ricalcolo degli sforzi nelle aste e riverifica dei puntoni e dei nodi
9	Progetto dell'ancoraggio delle armature e delle armature diffuse per controllare la fessurazione

L'analisi limite può essere applicata alle strutture in c.a. solo se sono sufficientemente duttili. Ad esempio in una struttura intelaiata è necessario che le sezioni delle aste abbiano una capacità di rotazione tale da consentire la formazione di tutte le cerniere plastiche là dove il modello dell'analisi limite le prevede, pertanto il collasso delle sezioni deve avere luogo per flessione con le armature in campo plastico. Al contrario l'analisi limite non è applicabile ad un telaio le cui sezioni collassano a taglio o per flessione con schiacciamento del calcestruzzo ed armature in campo elastico o poco sopra la soglia elastica. Allo stesso modo la geometria di un modello S&T deve essere scelta in modo tale che tutte le aste del traliccio possano attingere la loro resistenza di progetto e non si verifichi la rottura anticipata di un'asta o di un nodo. A questo scopo è sufficiente seguire alcune regole pratiche (vedi par. 10.5), le quali garantiscono che il calcestruzzo sopporti le deformazioni anelastiche associate al modello S&T.

Si fa osservare che l'EC2 non pone nessuna condizione sul controllo della capacità di deformazione del calcestruzzo e quindi non fornisce in tal senso nessuna regola per la definizione della geometria del traliccio. L'EC2 si limita ad indicare:

- al p.to [6.5.1(1)P] la possibilità di impiegare modelli S&T nelle regioni dove esiste una distribuzione di tensioni non lineare (per esempio agli appoggi, in prossimità di carichi concentrati o in stati piani di tensione);
- al p.to [5.6.4(5)], fra i possibili mezzi per lo sviluppo di idonei modelli tirante-puntone, la determinazione di linee isostatiche e di campi tensionali derivanti dalla teoria dell'elasticità lineare oppure il ricorso al metodo dei percorsi di carico; precisa inoltre che tutti i modelli tirante-puntone possono essere ottimizzati con criteri energetici.

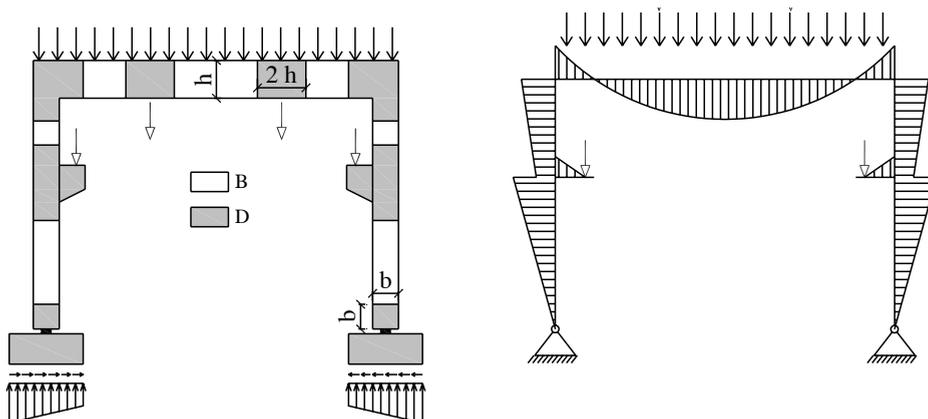


Figura 10.3 Suddivisione di un portale in zone “D” e “B” (ogni zona “D” si estende su ciascun lato della discontinuità per un tratto pari all’altezza dell’elemento strutturale).

L’EC2 non pone l’accento sull’importanza di identificare la geometria del traliccio per riprodurre nel modo più aderente possibile il campo di sforzi ricavati dall’analisi elastica in fase non fessurata (detta anche fase I) della membratura in c.a., ma si limita a presentarlo come uno dei “possibili strumenti” per lo sviluppo dei modelli tirante-puntone.

In realtà è fortemente consigliabile definire la geometria del traliccio a partire dai campi tensionali ricavati nella fase elastica non fessurata, altrimenti la duttilità della membratura può non essere sufficiente ad attivare le resistenze di progetto di tutte le aste. In altre parole il campo discreto di sforzi normali del modello S&T può non instaurarsi a causa della rottura prematura di qualche elemento (asta o nodo). Quando si seguono altre strade per definire la geometria del traliccio, la duttilità della membratura deve quindi essere verificata, ad esempio mediante un’analisi non lineare agli elementi finiti.

Il prospetto 10.1 elenca i principali passi del metodo S&T.

10.2 Identificazione della geometria del modello S&T

L’identificazione del modello tirante-puntone all’interno di una struttura in c.a. richiede innanzitutto l’individuazione delle regioni “D” di discontinuità e la definizione della loro estensione. Successivamente si suddivide la struttura in regioni “B” di continuità e regioni “D” di discontinuità e si seguono i passi elencati nel prospetto 10.1.

10.2.1 Posizione ed estensione delle regioni “D”

Le regioni “D” si collocano in corrispondenza di discontinuità statiche (carichi concentrati) e/o di discontinuità geometriche (ad es. brusche variazioni della linea d’asse). La loro estensione può essere determinata applicando il postulato del Saint Venant, secondo il quale a sufficiente distanza dall’area su cui sono applicati i carichi esterni, lo stato di tensione non dipende dalla particolare distribuzione di questi carichi, ma solo dalla risultante e dal momento risultante. La distanza alla quale questa condizione può ritenersi soddisfatta è all’incirca uguale alla maggiore delle dimensioni dell’area caricata (fig. 10.3, 10.4, 10.5).

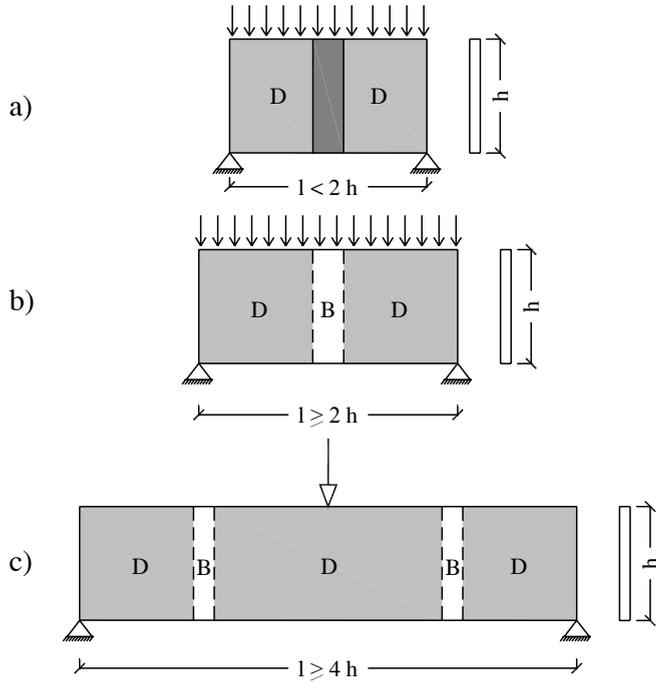


Figura 10.4 Suddivisione in zone “D” e “B” di travi appoggiate di diversa snellezza (ogni zona “D” si estende su ogni lato della discontinuità - rappresentata dal carico concentrato e dalla reazione vincolare - per un tratto pari all’altezza h dell’elemento strutturale).

Questa regola è approssimata; del resto essa serve solo come uno strumento qualitativo per l’identificazione delle regioni “D” e per il successivo sviluppo del modello tirante-puntone. Se l’elemento in esame è tozzo (es. trave parete con luce non superiore a due volte l’altezza, fig. 10.4a) la regione di discontinuità coincide con l’elemento stesso.

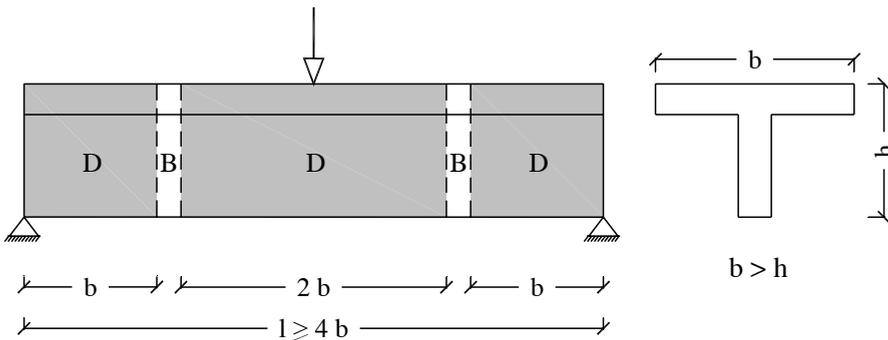


Figura 10.5 Suddivisione in zone “D” e “B” di una trave con sezione a T di larghezza b maggiore dell’altezza h .

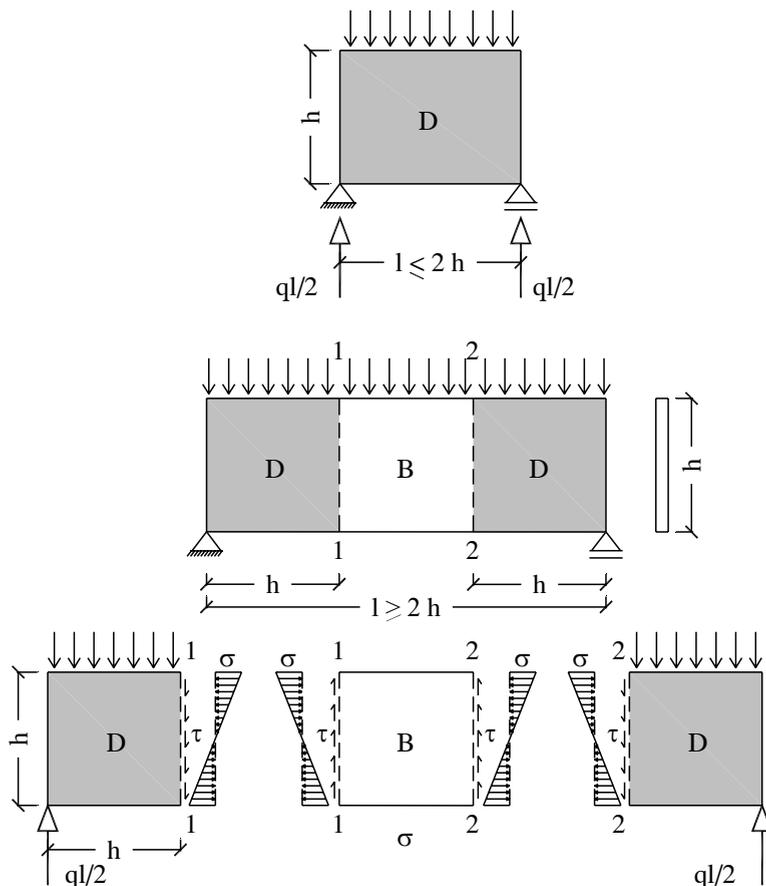


Figura 10.6 Determinazione delle forze al contorno di una regione “D”: per la trave in alto ($l \leq 2h$) le forze al contorno coincidono con i carichi esterni e con le reazioni vincolari, mentre per la trave in basso ($l > 2h$) le forze sul bordo delle regioni “D” all’interfaccia con la regione “B” sono date dal momento risultante e dal taglio risultante nelle sezioni di estremità 1-1 e 2-2 della regione “B”.

10.2.2 Calcolo degli sforzi e progetto delle armature nelle regioni “B”

Una volta suddivisa la struttura in regioni “B” e “D”, le regioni “B” possono essere analizzate con i modelli validi e codificati per le travi snelle. Si possono così determinare le caratteristiche della sollecitazione in tutte le sezioni, in particolare in quelle che segnano il confine con le regioni “D”, e progettare le armature.

10.2.3 Forze agenti sulle regioni “D”

Le forze al contorno delle regioni “D” sono date dai carichi e dalle reazioni vincolari direttamente applicati su di esse e dalle caratteristiche della sollecitazione agenti nelle sezioni terminali delle zone “B” adiacenti (vedi par. 10.2.2). Per gli elementi tozzi formati solo da regioni tipo “D” (ad esempio travi parete, plinti di fondazione, mensole) le forze al contorno coincidono con i carichi applicati e le reazioni vincolari.

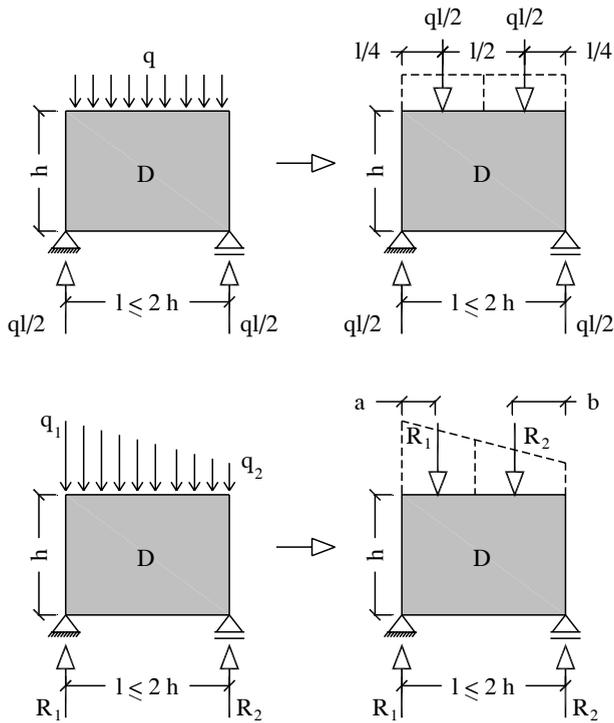


Figura 10.7 Schematizzazione di carichi distribuiti sui bordi (a sinistra) con forze concentrate equivalenti (a destra).

Una volta determinate tutte le forze agenti su un'assegnata regione "D", prima di passare all'individuazione del modello S&T, occorre verificarne l'equilibrio di corpo rigido.

Se una struttura non è piana oppure non è a sezione costante, la sua analisi può essere ricondotta a modelli piani, che vengono analizzati separatamente, ossia sviluppando un modello S&T per ciascuno dei piani sui quali viene scomposto il problema tridimensionale. Questi modelli consentono di progettare agevolmente le armature, ma non permettono di analizzare lo stato di sforzo triassiale nei nodi, che può essere studiato solo mediante un modello spaziale.

Eventuali forze distribuite sui bordi sono schematizzate con forze concentrate equivalenti: per esempio nelle travi della figura 10.7 il carico uniforme e quello trapezoidale sono suddivisi ciascuno in due parti di intensità pari alle corrispondenti reazioni vincolari. Infine eventuali forze distribuite agenti all'interno delle regioni "D", come per esempio il peso proprio, possono essere sostituite da forze distribuite sui bordi, che a loro volta possono essere ricondotte a forze concentrate equivalenti (figura 10.8).

10.3 Scelta del modello S&T di progetto

All'interno di un'assegnata regione "D" di discontinuità è possibile identificare più di un modello S&T in equilibrio con le forze applicate sul suo contorno e che soddisfa la condizione di resistenza dei materiali (figura 10.9).

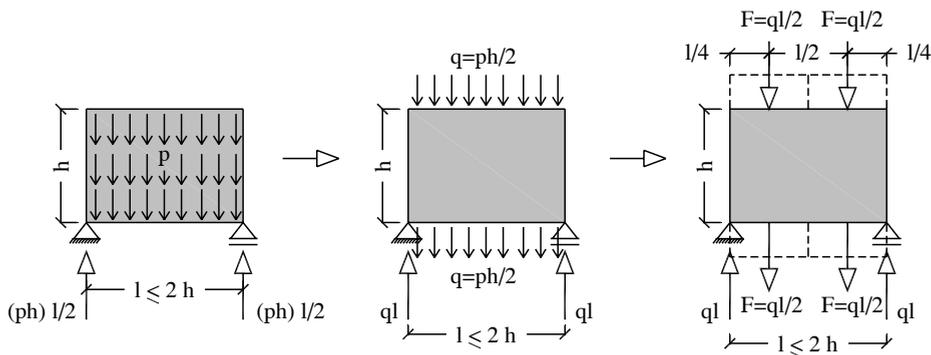


Figura 10.8 Schematizzazione di un carico distribuito per unità di superficie all'interno di una trave parete (carico p a sinistra) con carichi distribuiti sui bordi (carichi q al centro) e forze concentrate equivalenti (carichi F a destra).

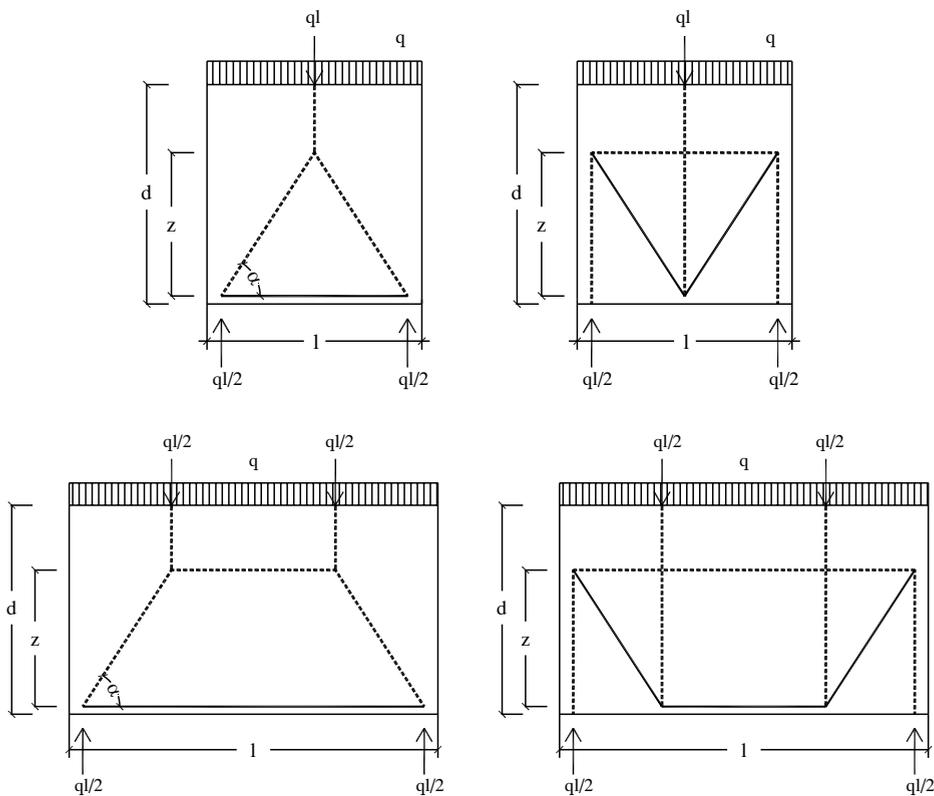


Figura 10.9 Possibili modelli S&T per una trave parete (linee tratteggiate = puntoni, linee continue = tiranti).

Si pone pertanto il problema di operare una scelta tra tutti i possibili modelli S&T. Come richiamato sopra, la tecnica di progettazione S&T rappresenta un'applicazione del teorema del limite inferiore dell'analisi limite (o teorema statico), che è valido per materiali rigido-plastici. Tuttavia il calcestruzzo non è un materiale indefinitamente plastico, bensì consente solo limitate deformazioni plastiche. Il teorema statico può essere pertanto applicato alle membrature in c.a. solo se la verifica dell'equilibrio è accompagnata dalla verifica di congruenza delle deformazioni plastiche. In sintesi il modello S&T va scelto in modo tale che in nessun elemento del traliccio sia superata la capacità di deformazione del materiale, prima che gli sforzi normali di tutte le aste abbiano attinto i valori di progetto.

Nelle regioni maggiormente sollecitate questo requisito è soddisfatto se i puntone ed i tiranti sono orientati nella direzione delle linee isostatiche ricavate dall'analisi elastica in fase I della regione "D" in esame. Al contrario nelle regioni meno sollecitate i puntone ed i tiranti possono deviare anche significativamente dalle isostatiche di compressione e di trazione della fase I senza che venga superata la capacità di deformazione del calcestruzzo.

La scelta del traliccio sulla base della teoria dell'elasticità finisce però con il trascurare una parte della capacità resistente ultima della struttura, che potrebbe essere tenuta in conto applicando la teoria della plasticità. Se la geometria di un modello S&T ricavato in fase I viene adattata alla distribuzione degli sforzi dello stato limite ultimo, è possibile ottenere stime molto accurate della capacità portante ultima. Per esempio nel caso della trave parete mostrata nella figura 10.10, in fase fessurata il puntone orizzontale si sposta verso l'alto e allo SLU si colloca in prossimità del bordo superiore. Si può allora adottare il modello S&T mostrato nella figura 10.10, dove il tirante aggiuntivo F_{i2} posto all'incirca a metà altezza della parete tiene conto della presenza di un'armatura diffusa su entrambe le facce. Questo modello fornisce una stima del carico ultimo molto prossima alla reale capacità portante della parete, mentre un modello sviluppato sulla base del comportamento elastico lineare fornisce una resistenza ultima pari a meno della metà di quella reale.

D'altro canto un traliccio ricavato in fase I ha il vantaggio di essere utilizzabile sia per la verifica a rottura sia per le verifiche in esercizio, mentre un modello basato sulla distribuzione di sforzi dello SLU non garantisce il soddisfacimento delle verifiche in esercizio.

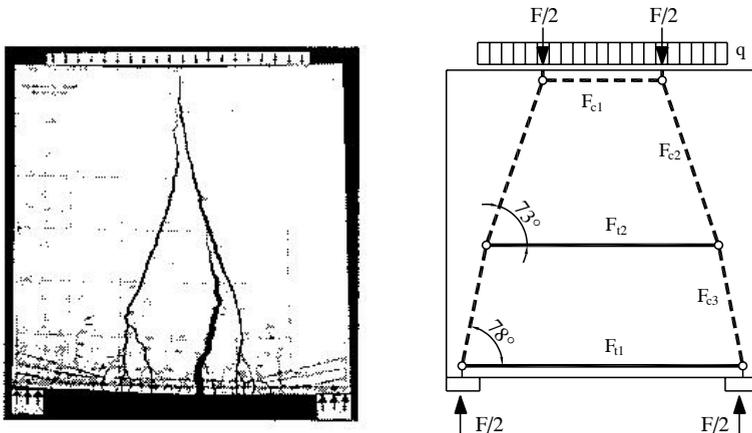


Figura 10.10 Modello della trave parete della figura 10.1 adattato alla distribuzione di sforzi dello SLU (puntone = linee tratteggiate, tiranti = linee continue).

Generalmente le regioni “D” progettate con modelli ricavati in fase plastica presentano un eccessivo stato di fessurazione e di deformazione in esercizio. Inoltre l’identificazione del traliccio in fase elastica ha il vantaggio di non richiedere la conoscenza a priori della distribuzione delle armature, necessario invece per sviluppare il modello in fase fessurata.

Secondo quanto suggerito da Schlaich (1987), e come già ampiamente richiamato sopra, per evitare grosse incompatibilità e per adattare il modello S&T al comportamento reale dell’elemento strutturale, i puntoni ed i tiranti del traliccio vanno posizionati ed orientati secondo le linee isostatiche determinate nella fase elastica non fessurata.

Al crescere del carico e prima del collasso, l’elemento strutturale può adattare il proprio stato di sforzo a quello considerato in fase di progetto, solo se è in grado di sopportare deformazioni plastiche anche notevoli. Le barre di armatura possono assicurare elevate deformazioni plastiche senza perdita di resistenza, mentre la duttilità del calcestruzzo è molto limitata. Se il modello tirante-puntone è stato orientato secondo le isostatiche del comportamento elastico non fessurato, le deformazioni plastiche necessarie per la redistribuzione degli sforzi sono facilmente tollerate dai materiali. In caso contrario è necessario verificare la duttilità disponibile mediante un’analisi non lineare agli elementi finiti.

Infatti nel progetto della membratura in c.a. si è fatto riferimento ad un traliccio non aderente ai campi tensionali della fase I, la capacità di redistribuzione degli sforzi può risultare estremamente limitata o addirittura nulla e la rottura può avvenire prematuramente a un livello di carico inferiore a quello di progetto. Peraltro gli elementi strutturali così progettati manifestano in esercizio un quadro fessurativo molto accentuato.

Tuttavia si possono verificare rotture premature anche quando la geometria del modello S&T segue le isostatiche della fase I, ma non è sufficientemente accurata. Ad esempio se il modello non contiene tiranti atti a schematizzare le trazioni derivanti dalla diffusione degli sforzi di compressione nei puntoni, il progetto delle armature può risultare carente e favorire la rottura anticipata dei puntoni o dei nodi.

Nel selezionare tra tutti i possibili trallicci quello da utilizzare per il progetto di una regione “D” occorre tenere presente che i carichi tendono a seguire i percorsi ai quali corrispondono le minime tensioni e le minime deformazioni. Poiché i tiranti sono molto più deformabili dei puntoni di calcestruzzo, il modello con il minore sviluppo complessivo di tiranti (meno tiranti e più corti) è quello che funziona meglio. Questo semplice criterio per la scelta del modello S&T è stato introdotto da Schlaich e può essere espresso nella seguente forma:

$$\sum F_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{minimo}$$

dove:

F_i forza nell’ i -esima asta del traliccio,

l_i lunghezza dell’ i -esima asta,

ε_{mi} deformazione media dell’ i -esima asta ($\varepsilon_{mi} = \varepsilon_i =$ costante per i tiranti, mentre per i puntoni, fatta eccezione per quelli a sezione prismatica, la deformazione assiale varia lungo l’asse a causa della variazione di sezione dalle estremità verso il centro, come descritto al par. 10.9 per i puntoni a “collo di bottiglia”).

L’equazione deriva dal principio della minima energia di deformazione elastica applicato al sistema di aste del traliccio, nell’ipotesi che i puntoni ed i tiranti abbiano un comportamento elastico-lineare: $\frac{1}{2} \sum (F_i \Delta l_i) = \frac{1}{2} \sum (F_i l_i \varepsilon_{mi}) = \text{minimo}$, dove Δl_i è la variazione di lunghezza dell’ i -esima asta.

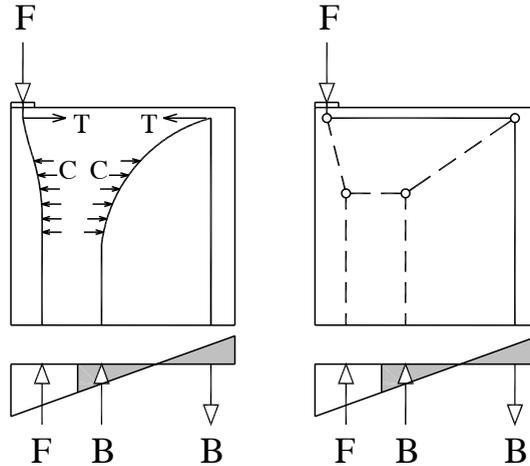


Figura 10.11 Percorsi di carico di una trave parete (puntone = linee tratteggiate, tiranti = linee continue).

Il contributo deformativo dei puntone di calcestruzzo può essere generalmente trascurato, perché le deformazioni dei puntone sono molto minori di quelle dei tiranti di acciaio¹.

Se nel progetto dei tiranti si adottano aree di acciaio prossime al valore di calcolo ($A_{si} = F_i / f_{yd}$ per l' i -esimo tirante), la deformazione è all'incirca uguale in tutti i tiranti e pari alla deformazione al limite di elasticità dell'acciaio (ϵ_{yd}). L'espressione precedente si semplifica così nella seguente:

$$\sum F_i l_i \epsilon_{mi} = \sum F_i l_i \epsilon_{yd} = \epsilon_{yd} \sum F_i l_i = \text{minimo} \rightarrow \sum F_i l_i = \text{minimo}.$$

Sulla base delle considerazioni svolte sopra, è opportuno orientare le aste del modello S&T di una membratura in c.a. lungo le linee isostatiche della fase I non fessurata. A questo scopo si può utilizzare uno dei metodi richiamati di seguito.

Metodo basato sull'utilizzo di modelli S&T noti

Rappresenta il metodo più rapido per la definizione di un traliccio S&T e consiste nell'adattare uno dei modelli S&T noti al caso in esame (par. 10.6).

¹ Secondo Schlaich e al. (1987) nel calcolo dell'energia di deformazione di un modello tirante-puntone l'energia di deformazione nei puntone può essere trascurata. In realtà alcuni ricercatori (Brown e Bayrak, 2008) hanno verificato che l'ipotesi di Schlaich non è sempre soddisfatta. A questo risultato sono giunti calcolando l'energia di deformazione di 596 provini di travi con luce di taglio non superiore a due volte l'altezza della sezione, considerando per ciascun provino sia il traliccio della figura 10.18b con due soli puntone inclinati che collegano il carico agli appoggi sia quello della figura 10.18c con più puntone e due tiranti verticali. Per il primo traliccio, dalla geometria molto semplice, l'energia di deformazione dei puntone supera quella dei tiranti nel 39% dei casi; al contrario, per il secondo traliccio, che ha una geometria più articolata, solo nel 5 % dei casi l'energia di deformazione dei puntone supera quella dei tiranti. Ne discende che al crescere della complessità del modello S&T, il contributo dei puntone di calcestruzzo all'energia di deformazione diminuisce rispetto a quello dei tiranti di acciaio e può ritenersi trascurabile, ma per modelli semplici con pochi puntone l'energia di deformazione immagazzinata nei puntone non è in genere trascurabile (ipotesi di Schlaich non verificata).

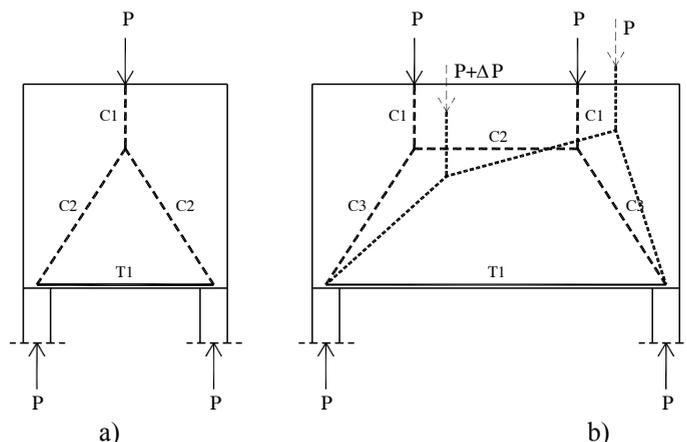


Figura 10.12 Esempio di modello tirante-puntone isostatico (a sinistra) e labile ma staticamente determinato (a destra) (nella figura di destra è evidenziato il cinematicismo conseguente all'applicazione di un incremento di carico ΔP solo al carico di sinistra).

Metodo dei percorsi di carico

Con questo metodo sviluppato da Schlaich si uniscono le forze applicate sul contorno della regione “D” con “percorsi di carico” ad andamento curvilineo. A questo scopo il diagramma degli sforzi viene suddiviso in modo tale che ogni carico agente su un lato della regione trovino la sua controparte sul lato opposto. Ogni percorso fa capo a due forze situate su lati opposti della regione e ha nei punti di applicazione delle forze la loro stessa direzione. Possono inoltre esistere percorsi che iniziano e terminano sullo stesso lato e hanno una forma ad “U”, come ad esempio il percorso B-B della trave parete in figura 10.11. Nel disegnare i percorsi di carico occorre evitare intersezioni ed è opportuno seguire la via più breve. I percorsi di carico ad andamento curvilineo sono poi sostituiti da percorsi poligonali, i quali sono infine integrati con altre aste per assicurare l'equilibrio dei nodi. Si ottiene così il modello S&T cercato.

Metodo delle linee isostatiche

Con il metodo delle linee isostatiche le aste del modello tirante-puntone vengono collocate nella posizione e direzione delle linee isostatiche delle tensioni calcolate in campo elastico lineare. A questo scopo si esegue un'analisi elastica lineare agli elementi finiti della membratura in c.a. e si raggruppano i nodi dove gli sforzi principali hanno all'incirca la stessa intensità e direzione, separando gli sforzi positivi da quelli negativi. Ogni gruppo viene poi suddiviso in sottogruppi formati da nodi vicini ed ognuno di questi viene infine sostituito da una linea retta che passa per il centro di gravità degli sforzi principali del sottogruppo e ha direzione uguale a quella media di tali sforzi (Harisis e Fardis, 1991).

Metodo dell'abbattimento del modulo elastico (metodo iterativo)

Si esegue l'analisi elastica lineare agli elementi finiti della membratura in c.a. Alla fine dell'analisi si individuano gli elementi poco sollecitati, ossia quelli dove l'energia di deformazione è inferiore a un valore minimo prefissato, e si modifica il modello assegnando a questi elementi un valore molto piccolo del modulo elastico, che equivale ad eliminarli dal modello.

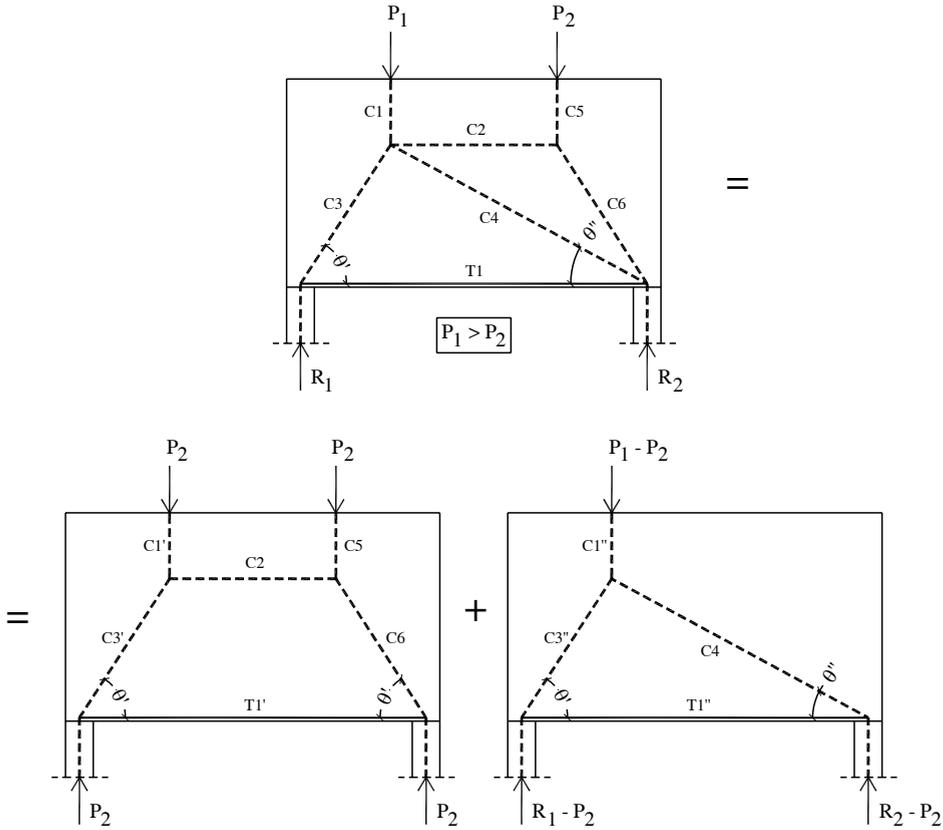


Figura 10.13 Esempio di modello tirante-puntone staticamente determinato per una trave parete soggetta a due carichi concentrati non simmetrici; il traliccio si può pensare come sovrapposizione di un traliccio labile (in basso a sinistra) e di uno isostatico (in basso a destra).

Si esegue l'analisi elastica sul modello modificato. Al termine di questa seconda analisi si ripete la stessa operazione di abbattimento del modulo elastico degli elementi poco sollecitati e si va avanti con altri passi fino a conservare solo gli elementi maggiormente sollecitati, che identificano così le aste del modello S&T. Per descrivere le aste del traliccio con sufficiente approssimazione occorre utilizzare una discretizzazione agli elementi finiti sufficientemente fitta (D. Angotti D. & P. Spinelli, 2001).

10.4 Modelli S&T labili

Il modello tirante-puntone può essere labile e l'equilibrio è possibile solo per la particolare condizione di carico esaminata. Ad esempio il modello S&T mostrato nella figura 10.12b, valido per una trave parete soggetta a due carichi concentrati simmetrici, non è idoneo per l'analisi della stessa trave soggetta a due carichi non simmetrici (sotto l'azione dei quali il traliccio non è equilibrato). Occorre pertanto definire un nuovo traliccio, come mostrato nella figura 10.13.

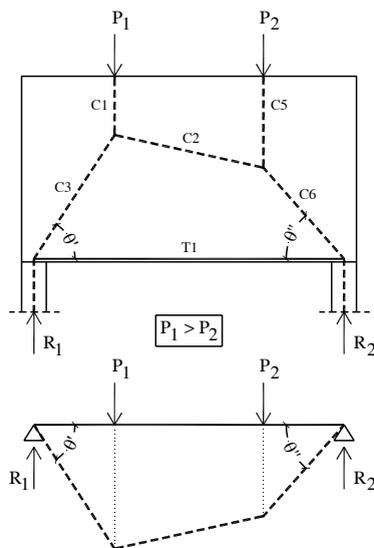


Figura 10.14 Trave parete soggetta a due carichi concentrati non simmetrici: identificazione del modello S&T a partire dal diagramma del momento flettente della trave snella con la stessa luce e soggetta agli stessi carichi.

In alternativa il modello S&T di una trave parete soggetta a carichi concentrati non simmetrici può essere ricavato ribaltando il diagramma del momento flettente della trave snella con la stessa luce e soggetta agli stessi carichi (figura 10.14). Si fa notare che anche il traliccio così ottenuto è labile, ma staticamente determinato per la particolare condizione di carico considerata.

10.5 Regole pratiche per l'identificazione del traliccio

Per l'identificazione del modello a traliccio il Model Code 1990 (CEB/FIP, 1991) suggerisce una serie di regole pratiche, che vengono richiamate di seguito.

Inizialmente conviene adottare modelli S&T semplici, con poche aste, che possono essere perfezionati successivamente (fig. 10.15).

Le aste del traliccio vanno orientate nella direzione delle linee isostatiche ricavate in fase elastica non fessurata, in modo da riprodurre con sufficiente approssimazione il flusso medio degli sforzi in campo elastico. Tuttavia conviene disporre i tiranti in modo da semplificare la distribuzione delle armature, utilizzando armature parallele oppure ortogonali ai bordi dell'elemento strutturale (come per esempio nella figura 10.15c). Nelle zone meno sollecitate infatti la struttura è in grado di adattarsi alla geometria del traliccio scelto, anche se questo si discosta un po' dal campo di sforzi in fase I.

Gli angoli tra i puntoni ed i tiranti devono preferibilmente essere almeno pari a 45° , fatta eccezione per quei nodi dove un puntone interseca due tiranti ortogonali, caso per il quale l'EC2 fornisce una riduzione del 25% della resistenza di progetto del calcestruzzo rispetto ad un nodo tutto compresso (vedi par. 10.10.5); in particolare bisogna evitare angoli inferiori a 30° (fig. 10.16).

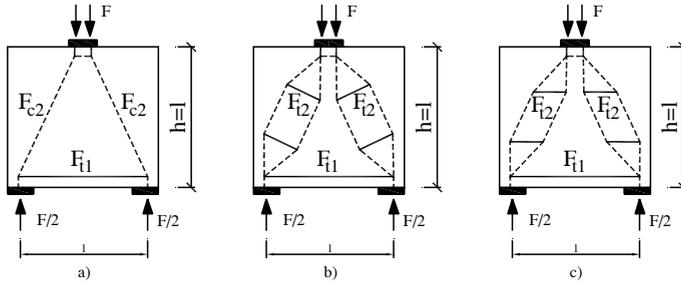


Figura 10.15 Trave parete soggetta a carico concentrato: a) modello S&T di base, b) modello raffinato con tiranti inclinati, c) modello raffinato con tiranti orizzontali (punti = linee tratteggiate, tiranti = linee continue).

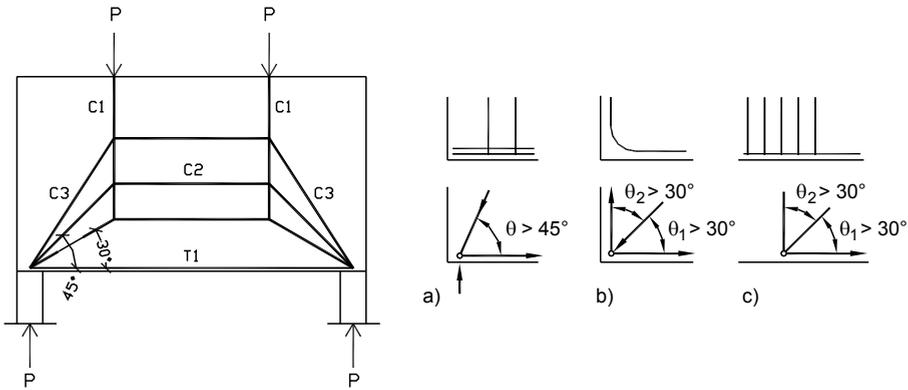


Figura 10.16 Variazione del modello S&T di una trave parete al variare dell'angolo tra punti inclinati e tirante orizzontale da 30° (valore minimo) a valori maggiori di 45°: intersezione di un puntone con uno (a) o con due tiranti ortogonali (b e c).

La limitazione sull'angolo tra punti e tiranti confluenti in un nodo serve a limitare la fessurazione ed evitare che l'accorciamento dei punti e l'allungamento dei tiranti avvengano all'incirca nella stessa direzione. Questa limitazione sull'angolo si ritrova anche nel traliccio ad inclinazione variabile utilizzato per il progetto a taglio delle travi snelle, dove l'angolo θ tra le bielle compresse e le armature longitudinali non può assumere valori inferiori a $21,8^\circ$ ($\cot \theta \leq 2,5$).

Le forze concentrate applicate sul bordo di un elemento strutturale tendono a diffondersi secondo un angolo di circa $32,5^\circ$, come si deduce dalla teoria dell'elasticità in un semispazio infinito (fig. 10.17).

In funzione della forma e delle condizioni al contorno della regione "D" l'angolo di diffusione di un carico concentrato varia ed il modello S&T deve essere adattato di conseguenza. Con riferimento alla trave parete mostrata nella figura 10.18, al crescere del rapporto L/h , l'angolo δ di diffusione del carico aumenta e l'angolo γ tra il puntone inclinato e il tirante orizzontale diminuisce. In particolare per $L = h$ (figura 10.18a) si ha $\delta \cong 26,5^\circ$ e $\gamma \cong 63,5^\circ > 45^\circ$, mentre per $L = 3h$ (figura 10.18b) risulta $\delta \cong 56,5^\circ$ e $\gamma \cong 33,5^\circ < 45^\circ$.

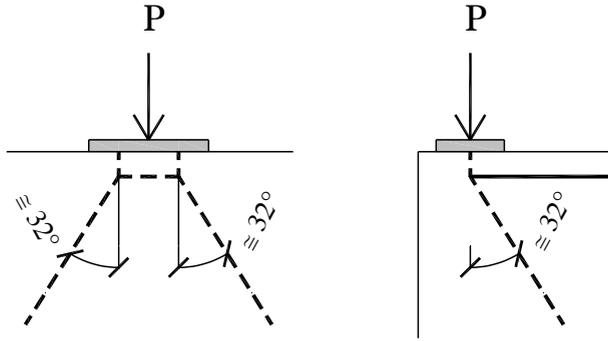


Figura 10.17 Angolo di diffusione di un carico concentrato (dalla teoria dell'elasticità).

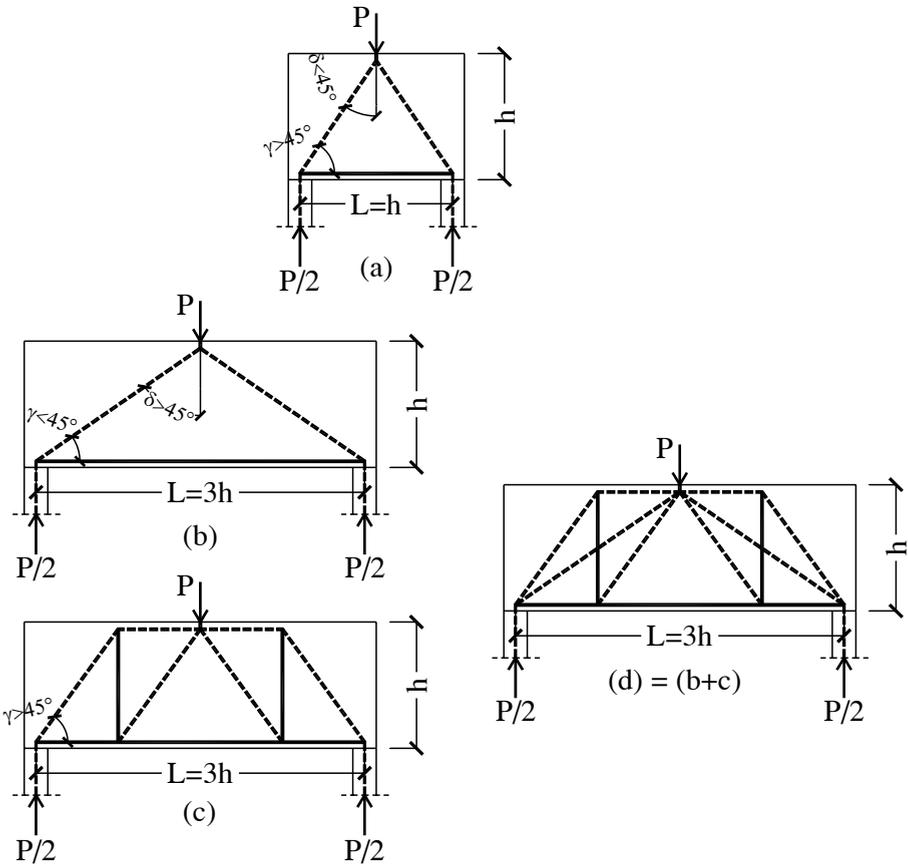


Figura 10.18 Modelli tirante-puntone di una trave parete al variare della snellezza.

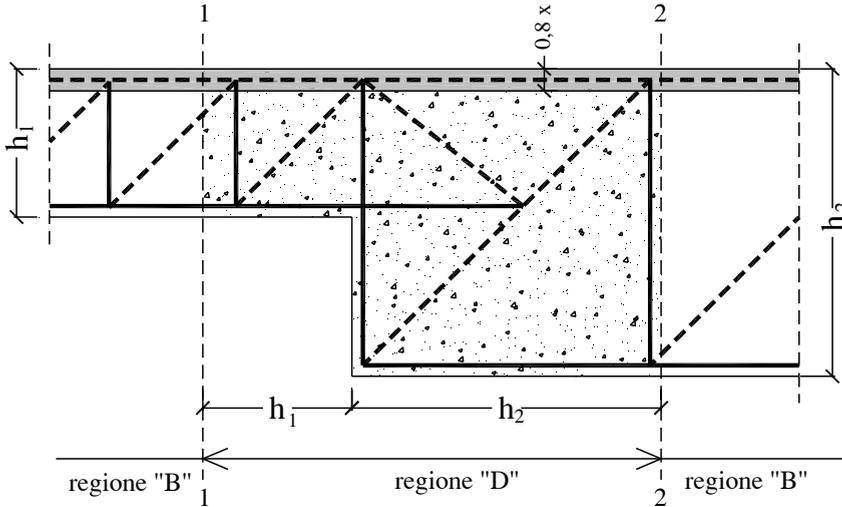


Figura 10.19 Distanza minima delle aste dai bordi: il corrente superiore avrà una distanza dal bordo non inferiore a $0,4x$, dove x è la profondità dell'asse neutro calcolata nella regioni "B" adiacenti (si può assumere $x = \max(x_1; x_2)$ essendo x_1 e x_2 le profondità dell'asse neutro nella sezione 1-1 a sinistra della regione "D" e nella sezione 2-2 a destra).

Nel caso (b), affinché l'angolo γ non risulti inferiore a 45° , è opportuno modificare il modello S&T inserendo su ogni lato un tirante verticale posto a metà strada tra l'asse dell'appoggio ed il carico applicato. Si ottiene così il traliccio mostrato nella figura 10.18c, che può anche essere combinato con il modello (b) a formare un traliccio iperstatico. Per il calcolo degli sforzi nelle aste di quest'ultimo modello S&T occorre pertanto considerare la rigidità delle aste.

Gli assi dei puntoni devono essere posizionati a sufficiente distanza dai bordi dell'elemento strutturale per tenere conto dell'ingombro trasversale dei puntoni stessi (figura 10.19); lo stesso discorso vale anche per i tiranti formati da armature distribuite su più strati e per i nodi.

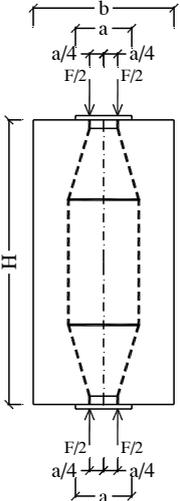
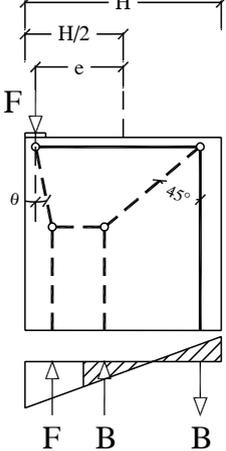
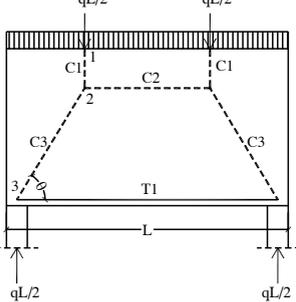
È possibile infine adottare tralicci iperstatici, dati dalla sovrapposizione di due diversi modelli S&T, che assorbono ciascuno una parte del carico applicato: esempi sono dati dal traliccio della trave parete già mostrato nella figura 10.18d e dai modelli S&T utilizzati per il progetto di mensole tozze (vedi esempi 7, 8 e 9).

10.6 Modelli S&T ricorrenti

Alcune tipologie di modelli S&T si ritrovano identiche in strutture apparentemente molto diverse l'una dall'altra. Di seguito vengono presentati tre modelli S&T ricorrenti, relativi a:

- diffusione di un carico concentrato applicato in asse ad una trave parete o ad un pilastro (D1);
- diffusione di un carico concentrato eccentrico (D2);
- trave parete su due appoggi soggetta ad un carico distribuito (D3).

Prospetto 10.2 Modelli S&T ricorrenti.

Sigla	Descrizione	Geometria	Dove si utilizza
D1	Diffusione di forze concentrate centrate all'interno di un puntone (par. 10.6.1)		Puntoni di tutti i modelli S&T (tranne i campi di compressione prismatici o a ventaglio)
D2	Diffusione di un carico eccentrico (par. 10.6.2)		Precompressione eccentrica
D3	Carico distribuito sul bordo di una trave parete (par. 10.6.3)		Trave parete Precompressione centrata con due cavi posti ai lembi della sezione (si immagini di sostituire nella figura i pilastri con le testate dei due cavi)

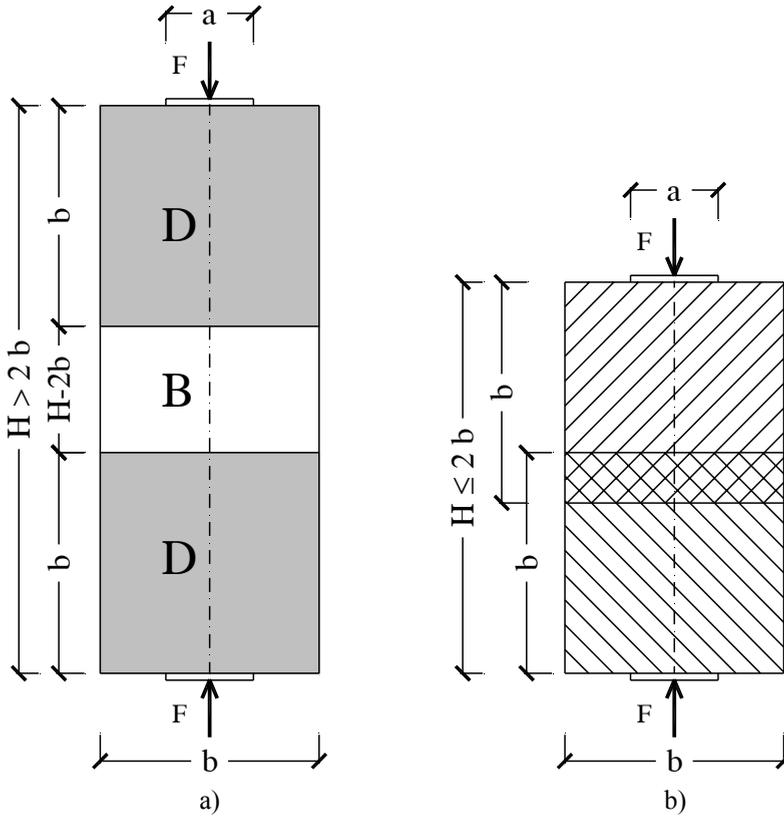


Figura 10.20 Puntone con discontinuità parziale ($H > 2 \cdot b$) e con discontinuità totale ($H \leq 2 \cdot b$).

10.6.1 Modello di diffusione di una forza concentrata all'interno di un puntone (D1)

Sia assegnato un puntone di larghezza b ed altezza H soggetto sulle due sezioni di estremità a due carichi centrati uguali ed opposti.

In funzione del rapporto H/b all'interno del puntone possono aversi sia regioni tipo "D" sia regioni tipo "B" o soltanto queste ultime.

Ciascuno dei due carichi concentrati F applicati agli estremi del puntone si diffonde all'interno di una regione "D" che, secondo il postulato di Saint Venant, si estende per un tratto b a partire dall'estremo caricato. Se il puntone ha un'altezza H maggiore del doppio della sua larghezza b (*discontinuità parziale*) (fig. 10.20a), le due regioni "D" non occupano tutto il puntone ed al centro rimane definita una regione "B" di altezza $(H - 2b)$ dove le isostatiche sono parallele all'asse del puntone.

Viceversa se $H \leq 2b$ le regioni "D" si sovrappongono (o al limite per $H = 2b$ risultano contigue) e la diffusione del carico avviene su una larghezza ridotta b_{ef} , mentre viene a mancare la regione "B" centrale (*discontinuità totale*) (fig. 10.20b).

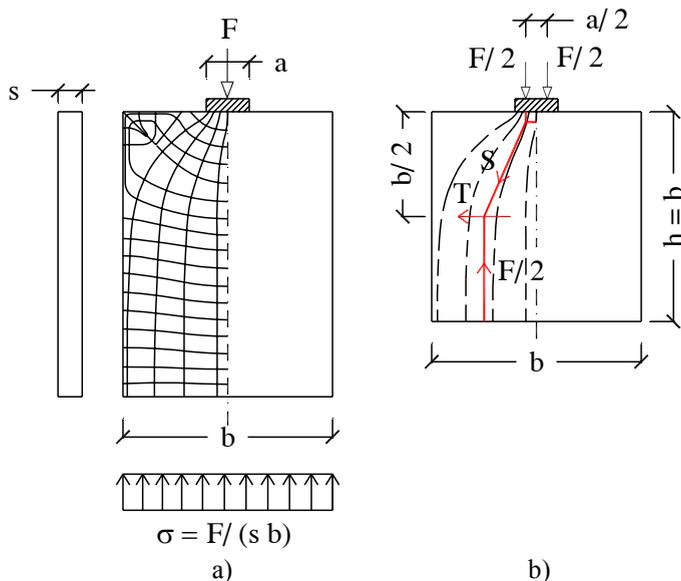


Figura 10.21 Schema di diffusione di un carico concentrato secondo Morsch.

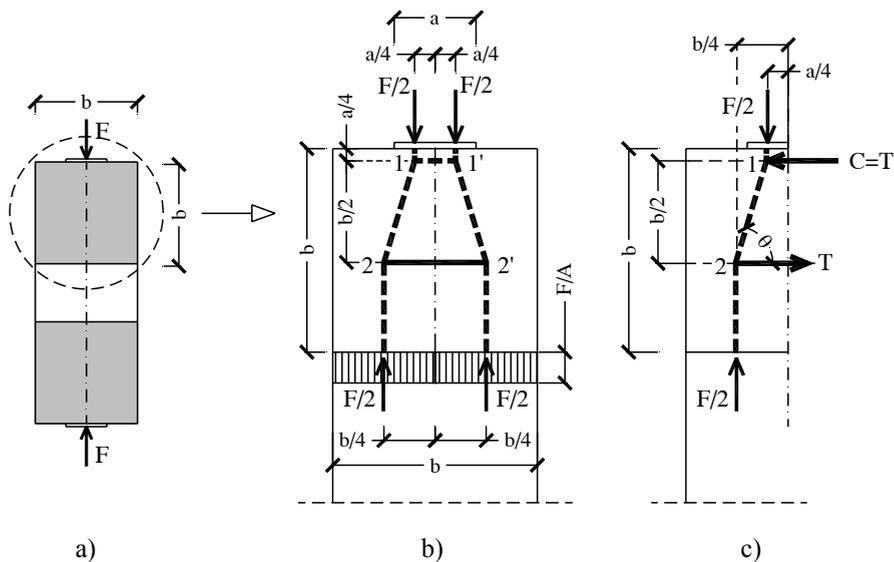


Figura 10.22 Modello tirante-puntone per il calcolo della forza T nel tirante trasversale di un puntone con discontinuità parziale (puntone = linee tratteggiate, tiranti = linee continue) [Figura 6.25].

10.6.1.1 Regioni di parziale discontinuità

Quando il puntone ha una larghezza b inferiore alla metà dell'altezza H , la forza di trazione T ortogonale all'asse del puntone si calcola adottando un modello tirante-puntone che ricalca lo schema di diffusione di un carico concentrato già adottato da Mörsh (fig. 10.21a).

Dall'equilibrio alla rotazione del puntone inclinato 1-2 si ha (figura 10.22c):

$$T \frac{b}{2} = \frac{F}{2} \left(\frac{b}{4} - \frac{a}{4} \right) \Rightarrow T = \frac{F}{4} \frac{b-a}{b} \Rightarrow \frac{T}{F} = 0,25 \left(1 - \frac{a}{b} \right) \quad [(6.58)]$$

L'inclinazione dei puntoni è misurata dal loro angolo θ con l'orizzontale; la tangente di θ è funzione del rapporto a/b tra la larghezza della piastra e la larghezza della sezione:

$$\tan \theta = \frac{b/2}{b/4 - a/4} = \frac{2}{1 - a/b}$$

Il prospetto 10.3 riporta i valori del rapporto T/F , di $\tan \theta$ e dell'angolo θ al variare del rapporto a/b . In particolare per $a/b = 0$, risulta $T = 0,25 F$, $\tan \theta = 2$ e $\theta = 63,43^\circ$.

Il diagramma della figura 10.23 mostra l'andamento teorico elastico e quello approssimato ricavato con il modello S&T sia del rapporto T/F sia dell'angolo θ al variare del rapporto a/b .

Le armature di frettaggio saranno disposte come indicato nella figura 10.24.

Prospetto 10.3 Valori di T/F e dell'angolo θ di inclinazione dei puntoni per il caso di discontinuità parziale al variare del rapporto a/b .

a/b	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
T/F	0,25	0,23	0,20	0,18	0,15	0,13	0,10	0,08	0,05	0,03
$\tan \theta$	2,00	2,22	2,50	2,86	3,33	4,00	5,00	6,67	10,00	20,00
$\theta(^{\circ})$	63,43	65,77	68,20	70,71	73,30	75,96	78,69	81,47	84,29	87,14

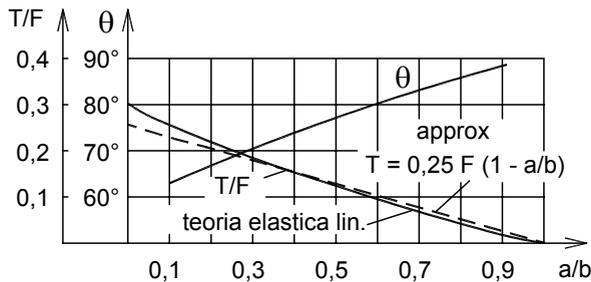


Figura 10.23 Andamento della forza trasversale e dell'inclinazione θ dei puntoni inclinati al variare di a/b ricavati con il modello S&T della figura 10.22 (la curva tratteggiata è invece relativa ai risultati ottenuti dall'analisi elastica del problema).

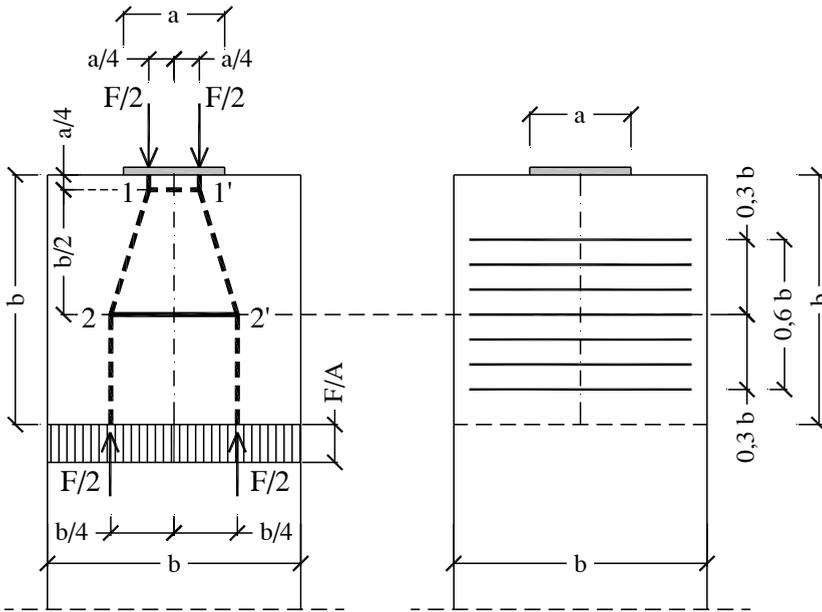


Figura 10.24 Disposizione delle armature di frettaggio (le armature sono centrate sul tirante 2-2' del modello S&T ed interessano un tratto lungo $0,6b$).

10.6.1.2 Regioni di totale discontinuità

Quando $H \leq 2 \cdot b$, si considera la diffusione dello sforzo F su una larghezza b_{ef} pari a (fig. 10.25b):

$$b_{ef} = 0,5 H + 0,65 a$$

Come per il caso precedente si assume un braccio z della coppia interna pari alla metà dell'altezza della zona di diffusione: $z = h/2 = H/4$.

Dall'equilibrio alla rotazione del puntone inclinato si ottiene:

$$T \frac{h}{2} = \frac{F}{2} \left(\frac{b_{ef}}{4} - \frac{a}{4} \right)$$

che, con le sostituzioni $h/2 = H/4$ e $b_{ef} = 0,5 H + 0,65 a$, diventa:

$$\begin{aligned} T \frac{H}{4} &= \frac{F}{2} \frac{0,5 H - 0,35 a}{4} \Rightarrow T = \frac{F}{2} \left(0,5 - 0,35 \frac{a}{H} \right) = \frac{F}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a}{H} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{T}{F} = 0,25 \left(1 - 0,7 \frac{a}{H} \right) \end{aligned} \quad [(6.59)]$$

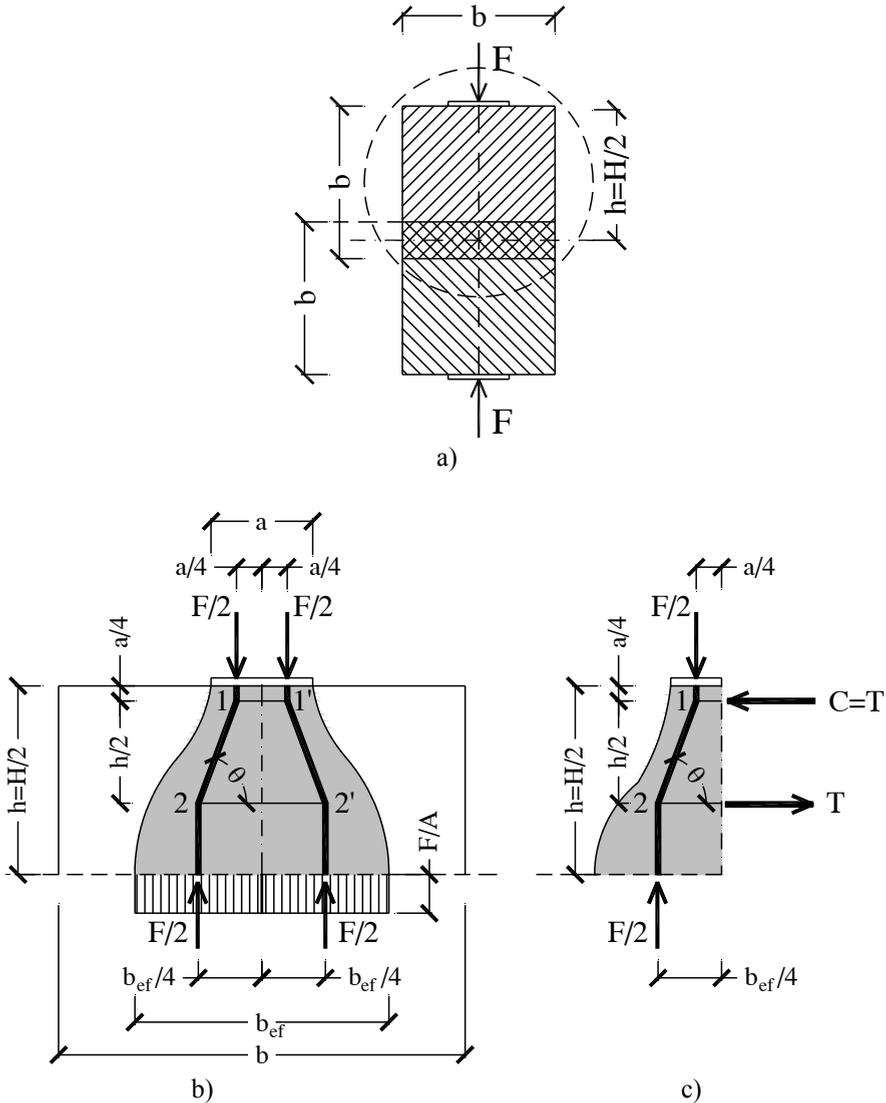


Figura 10.25 Modello tirante-puntone per il calcolo della forza T nel tirante trasversale di un puntone con discontinuità totale [Figura 6.25]: a) sovrapposizione delle regioni “D” nella zona centrale del puntone; b) modello S&T; c) equilibrio alla rotazione di metà modello.

La tangente dell'angolo θ che misura l'inclinazione dei puntoni 1-2 e 1'-2' rispetto all'orizzontale è data dalla seguente espressione:

$$\tan \theta = \frac{H/4}{b_{ef}/4 - a/4} = \frac{H}{(0,5H + 0,65a) - a} = \frac{1}{0,5 - 0,35a/H}$$

Il prospetto 10.4 riporta i valori del rapporto T/F , di $\tan \theta$ e dell'angolo θ al variare del rapporto a/H .

Prospetto 10.4 Valori di T/F e dell'angolo θ di inclinazione dei puntoni per il caso di discontinuità totale al variare del rapporto a/H .

a/H	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
T/F	0,25	0,24	0,23	0,22	0,22	0,21	0,20	0,19	0,18	0,17	0,16
$\tan \theta$	2,00	2,07	2,15	2,23	2,33	2,42	2,53	2,65	2,78	2,92	3,08
$\theta(^{\circ})$	63,43	64,24	65,06	65,89	66,73	67,58	68,45	69,32	70,20	71,09	72,00

10.6.2 Modello di diffusione di un carico eccentrico (D2)

Si consideri una regione "D" limitata inferiormente da una regione "B" e caricata superiormente da una forza concentrata eccentrica, posizionata in prossimità di uno degli spigoli superiori.

Il relativo modello S&T può essere identificato utilizzando il metodo dei percorsi di carico di Schlaich. A questo scopo si suddivide il diagramma degli sforzi agenti sul bordo inferiore della regione in due parti: la parte sinistra con risultante uguale a F e la parte destra con risultante nulla (due forze uguali e contrarie, ciascuna indicata con B nella figura 10.26).

Il percorso di carico associato alle due forze B uguali e contrarie entra nella regione "D" nel punto B_1 ed esce nel punto B_2 , seguendo un andamento curvilineo a U (figura 10.26a), a cui rimane associata una distribuzione di forze C di deviazione degli sforzi di compressione. Approssimando il percorso di carico curvilineo con un poligono di aste compresse e tese, si ottiene il modello S&T da utilizzare per il progetto della regione "D" in esame (figura 10.26b).

Nell'effettuare questa operazione bisogna prestare attenzione che i puntoni compressi non presentino deviazioni angolari superiori a 60° (figura 10.27), in modo che l'angolo tra essi ed i tiranti convergenti nel nodo interessato dalla deviazione sia almeno pari a 30° (valore minimo per assicurare la compatibilità delle deformazioni nel modello, secondo quanto già sottolineato nel par. 10.5 dedicato alle regole pratiche per la definizione della geometria del traliccio).

Il braccio della coppia interna z può essere assunto pari alla distanza tra le due forze B, che equivale ad orientare la biella compressa C_2 nella figura 10.26b a 45° rispetto all'orizzontale. Di seguito si riporta il calcolo delle forze nelle aste del traliccio.

Nella figura 10.26b le lunghezze h' e h'' individuano il punto di nullo del diagramma delle tensioni normali sulla sezione posta a distanza H dalla sezione di estremità, dove H è l'altezza della sezione; esse sono date dalle seguenti espressioni:

$$h' = (H/2) [1 + H / (6 e)]$$

$$h'' = (H/2) [1 - H / (6 e)]$$

con la limitazione $H/6 < e < H/2$. Il rispetto del limite inferiore garantisce una distribuzione delle tensioni normali del tipo mostrato nella figura 10.26b (infatti per $e = H/6$ il diagramma delle tensioni normali sarebbe triangolare, mentre per $e < H/6$ sarebbe trapezoidale), mentre il limite superiore corrisponde al caso teorico di forza applicata sullo spigolo della sezione.

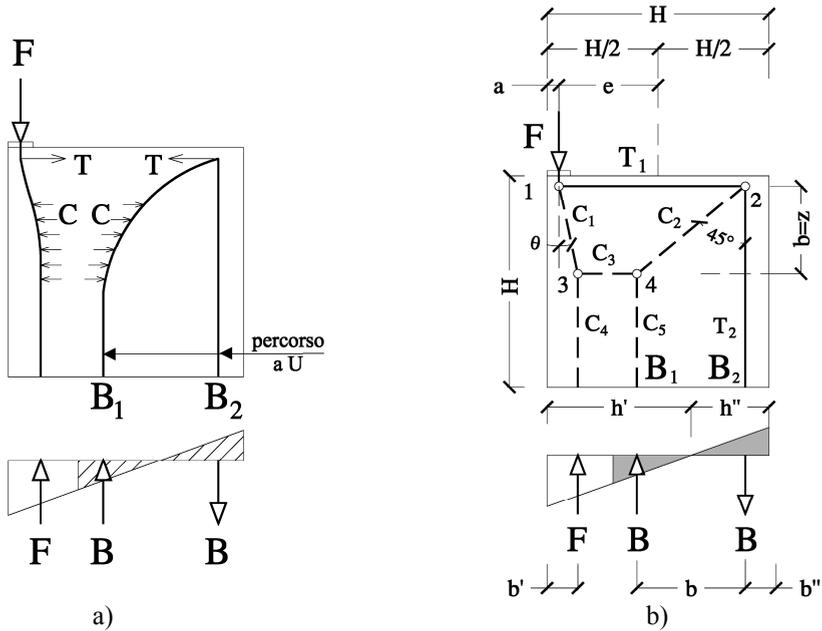


Figura 10.26 Modello “D2”: a) percorsi di carico; b) modello S&T con numerazione delle aste e dei nodi.

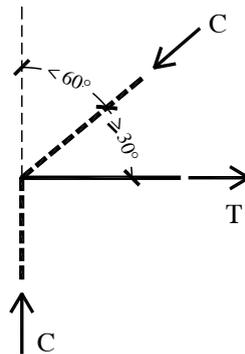


Figura 10.27 Deviazione massima ($< 60^\circ$) dell’asse di un puntone.

La distanza della forza F dal bordo sinistro è data dalla seguente espressione:

$$b' = \left(\frac{H}{e}\right)^2 \frac{18e - H}{216},$$

mentre il braccio b della coppia di forze B e la distanza b'' della forza B applicata in B_2 dal bordo destro valgono:

$$b'' = h'' / 3 = (H/6) [1 - H / (6 e)],$$

$$b = 4 h'' / 3 = (2H/3) [1 - H / (6 e)].$$

Prospetto 10.5 Valori di b'/H , b''/H , a/H , b/H e θ al variare di e/H .

e/H	b'/H	b''/H	a/H	$b/H (= z/H)$	$\theta(^{\circ})$
0,1666	0,333	0,000	0,333	0,000	0,000
0,2	0,301	0,028	0,300	0,111	0,477
0,25	0,259	0,056	0,250	0,222	2,386
0,3	0,226	0,074	0,200	0,296	5,080
0,35	0,200	0,087	0,150	0,349	8,197
0,4	0,179	0,097	0,100	0,389	11,539
0,45	0,162	0,105	0,050	0,420	14,981
0,5 ⁽¹⁾	0,148	0,111	0,000	0,444	18,435

⁽¹⁾ Il valore $e/H = 0,5$ è teorico, perché la massima eccentricità con cui la forza F è applicata sulla regione D è strettamente inferiore a 0,5; tuttavia i valori che si ottengono per $e/H = 0,5$ possono essere utili ai fini progettuali perché rappresentano valori limite superiori delle grandezze in gioco.

Posto $z = b$, l'angolo θ è infine dato dalla seguente espressione:

$$\theta = \arctan [(b' - a) / z].$$

Il prospetto 10.5 riporta i valori di b'/H , b''/H , a/H e b/H al variare di e/H .

Nota la geometria del modello è possibile determinare tutte le forze nelle aste del traliccio; a questo scopo è sufficiente scrivere le equazioni di equilibrio alla traslazione verticale ed orizzontale di tutti i nodi.

Nodo 1

Equilibrio alla traslazione verticale:

$$C_1 \cos \theta = F \quad C_1 = F / \cos \theta (< 1,054 F),$$

dove $1,054 F$ è il valore limite superiore che si ottiene per il caso limite $e/H = 0,5$ (dal prospetto 10.5 si ha: $\theta = 18,435^{\circ}$, $\cos \theta = 0,9487$, $1/\cos \theta = 1,054$)

Equilibrio alla traslazione orizzontale:

$$T_1 = C_1 \sin \theta \rightarrow T_1 = (F / \cos \theta) \sin \theta = F \tan \theta$$

Nodo 2

Equilibrio alla traslazione orizzontale:

$$T_1 = C_2 \sin 45^{\circ} \rightarrow C_2 = \sqrt{2} T_1 = \sqrt{2} F \tan \theta$$

Equilibrio alla traslazione verticale:

$$T_2 = C_2 \cos 45^{\circ} \rightarrow T_2 = (\sqrt{2} F \tan \theta) / \sqrt{2} = F \tan \theta = B$$

Nodo 3

Equilibrio alla traslazione verticale:

$$C_4 = C_1 \cos \theta = F$$

Equilibrio alla traslazione orizzontale:

$$C_3 = C_1 \sin \theta = (F / \cos \theta) \sin \theta = F \tan \theta$$

Nodo 4

Equilibrio alla traslazione verticale:

$$C_5 = C_2 \cos 45^{\circ} = \sqrt{2} F \tan \theta / \sqrt{2} = F \tan \theta$$

Il diagramma riportato nella figura 10.28 mostra l'andamento della forza B , adimensionata rispetto alla forza F applicata, in funzione del rapporto e/H .

Prospetto 10.6 Valori degli sforzi nelle aste del traliccio espressi sia in funzione di F , sia in funzione di B .

C_1	$F / \cos \theta$	$B / \sin \theta$
C_2	$\sqrt{2} F \tan \theta$	$\sqrt{2} B$
C_3	$F \tan \theta$	B
C_4	F	$B / \tan \theta$
C_5	$F \tan \theta$	B
T_1	$F \tan \theta$	B
T_2	$F \tan \theta$	B

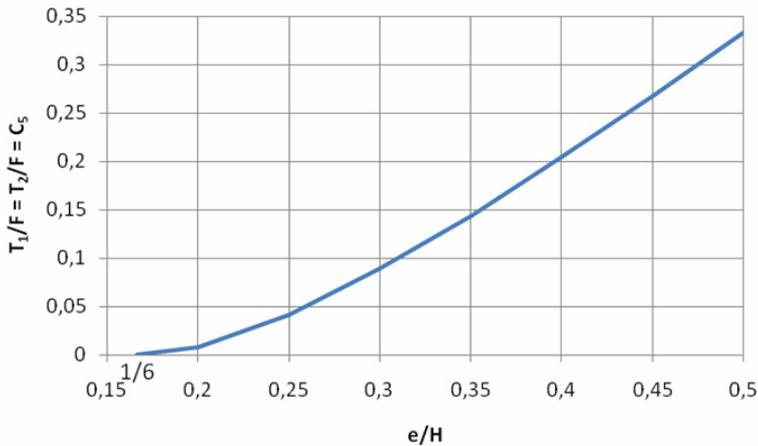


Figura 10.28 Forza B (adimensionalizzata rispetto alla forza applicata F) in funzione del rapporto e/H ; la forza B coincide con lo sforzo normale nei tiranti T_1 e T_2 e nei puntone C_3 e C_5 .

10.6.3 Modello di trave parete soggetta a carico uniformemente distribuito (D3)

Si considera una trave parete su due appoggi soggetta sul bordo superiore ad un carico uniformemente distribuito. Il modello a traliccio per lo studio di questo elemento strutturale è mostrato nella figura 10.29.

Discretizzato il carico distribuito in due forze concentrate (par. 10.2.3) e fissata la posizione delle armature inferiori del tirante T_1 , la geometria del traliccio è definita una volta fissata la posizione del puntone orizzontale C_2 . A questo scopo si può seguire quanto suggerito dal Model Code 1990 al punto 6.8.2.1 ed adottare un braccio della coppia interna pari a $0,6 \div 0,7$ volte la distanza L' tra gli appoggi, ma non superiore al braccio di leva di una trave snella con la stessa luce: $(0,6 \div 0,7) L' \leq 0,67 H$. Le espressioni degli sforzi nelle aste sono elencate nel prospetto 10.7.

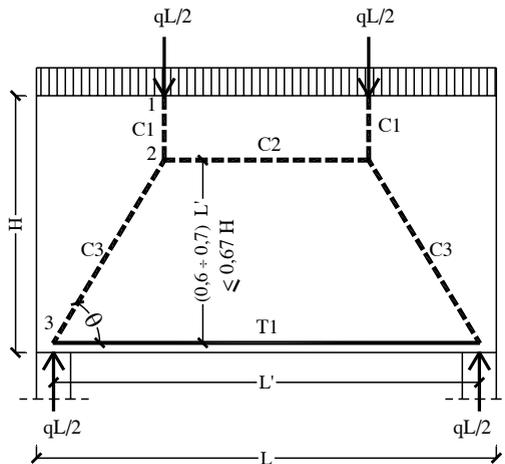


Figura 10.29 Trave parete su due appoggi soggetta ad un carico uniformemente distribuito sul bordo superiore.

Prospetto 10.7 Valori degli sforzi nelle aste del traliccio della trave parete (D3).

C_1	$qL/2$
C_2	$qL/(2 \tan \theta)$
C_3	$qL/(2 \sin \theta)$
T_1	$qL/(2 \tan \theta)$

10.7 Verifica del traliccio

La rottura di un traliccio S&T può essere causata da:

- snervamento di uno o più tiranti;
- schiacciamento di un puntone di calcestruzzo;
- schiacciamento di un nodo;
- sfilamento di uno o più tiranti in corrispondenza di un nodo.

Se un elemento strutturale in c.a. è stato progettato correttamente utilizzando un traliccio tirante-puntone, la rottura si verifica secondo la prima delle quattro modalità sopra elencate².

² Le Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14.1.2008) al p.to 4.1.2.1.5 prescrivono che nella verifica dei modelli S&T la resistenza associata allo snervamento delle armature sia inferiore a quella associata agli altri meccanismi di collasso, per garantire una rottura di tipo duttile dell'elemento strutturale (gerarchia delle resistenze).

La limitazione degli sforzi di compressione nel calcestruzzo (vedi par. 10.9 e 10.10), la scelta di angoli non troppo piccoli tra puntoni e tiranti e tutte le considerazioni svolte nel par. 10.5 consentono di estendere la teoria della plasticità alle strutture di calcestruzzo, anche se questo materiale non soddisfa appieno le ipotesi alla base di questa teoria.

Le tensioni limite nel calcestruzzo sono scelte in modo da scongiurare lo schiacciamento localizzato del calcestruzzo o la fessurazione longitudinale (“splitting”) dei puntoni e dei nodi e sono generalmente basate sul grado di confinamento del calcestruzzo. Così nei nodi in cui convergono tre o più puntoni si possono accettare livelli tensionali maggiori, grazie all’elevato grado di confinamento del materiale, mentre nei nodi dove confluiscono uno o più tiranti il livello tensionale nel calcestruzzo deve essere minore.

10.8 Progetto delle armature

Le armature metalliche sono utilizzate sia come tiranti del modello tirante-puntone (armature principali) sia come elementi atti a resistere alle forze di trazione dovute alla diffusione del carico, che si instaurano in direzione ortogonale ai campi di compressione (armatura di frettaggio, par. 10.6.1). L’area A della sezione di ciascun tirante si ottiene dividendo lo sforzo normale di progetto N_{Ed} per la resistenza di progetto dell’acciaio: $A \geq N_{Ed}/f_{yd}$.

L’armatura principale va distribuita sull’altezza del nodo nel quale è ancorata; i tiranti formati da più barre vanno disposti su più strati per evitare la congestione delle barre d’armatura e per migliorare la forma del nodo. Nel nodo le armature possono essere ancorate con piastre metalliche, con uncini oppure con moiette a U; queste ultime devono essere dotate di un raggio minimo di curvatura che soddisfi le prescrizioni del p.to [8.3]. Per ancoraggi in rettilineo la lunghezza di ancoraggio è scelta seguendo le indicazioni del p.to [8.4], riportate nel cap. 12.

Si assume che la lunghezza di ancoraggio inizi in corrispondenza della sezione dove le traiettorie degli sforzi di compressione nel puntone intercettano la barra o le barre di armatura e sono deviate da queste (figura 10.30). Le armature devono essere poi prolungate almeno fino alla faccia opposta del nodo, ossia devono attraversarlo completamente.

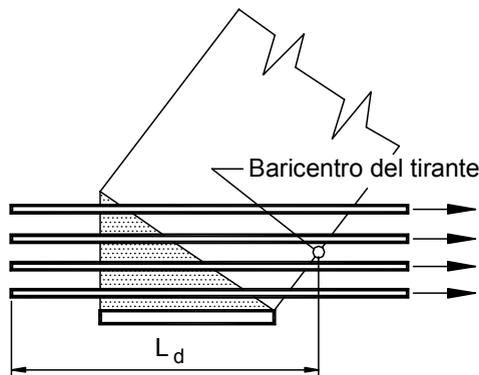


Figura 10.30 Ancoraggio in rettilineo delle armature in un nodo.

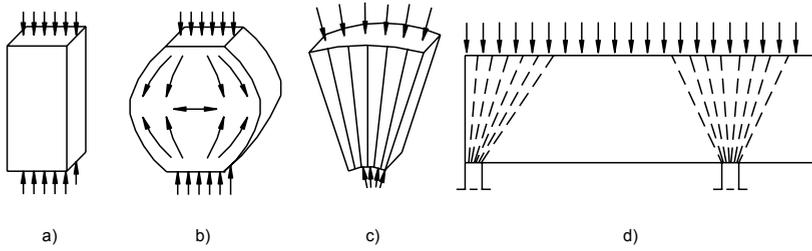


Figura 10.31 Campi tensionali di compressione: (a) “prismatico”, (b) a “collo di bottiglia”, (c, d) a “ventaglio”.

10.9 Verifica dei puntoni

I campi di compressione, ovvero i puntoni, sono sostanzialmente di tre tipi (figura 10.31): paralleli o prismatici, a “collo di bottiglia”, diffusivi a ventaglio.

I campi prismatici a) sono tipici delle regioni “B” e possono essere trattati alla stregua dei pilastri soggetti a sforzo normale centrato oppure del corrente compresso nel traliccio resistente delle travi inflesse.

I campi tensionali b), c) e d) riproducono invece la diffusione dello stato di sforzo: quelli a collo di bottiglia rappresentano stati di sforzo biassiali o triassiali nelle zone di applicazione di carichi concentrati, mentre il ventaglio rappresenta campi di compressione prevalentemente rettilinei (curvatura trascurabile) e pertanto con sforzi trasversali trascurabili. Quest’ultimo è il caso per esempio dei campi di compressione che in una trave parete soggetta a carico uniformemente distribuito si sviluppano a partire dalla superficie di applicazione del carico fino agli appoggi (figura 10.31d).

La verifica dei puntoni consiste nel controllare che la massima compressione del calcestruzzo sia inferiore alla resistenza di progetto. Inoltre per campi di compressione a collo di bottiglia occorre progettare un’apposita armatura in grado di assorbire le trazioni trasversali, calcolate con gli schemi riportati nel par. 10.6.1.

In assenza di campi di tensione trasversali o in presenza di campi trasversali di compressione, la resistenza di progetto di un puntone di calcestruzzo coincide con la resistenza di progetto del calcestruzzo:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad [(6.55)]$$

mentre se sono presenti tensioni trasversali di trazione, la resistenza di progetto è inferiore a quella del calcestruzzo ed è data dalla seguente espressione:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \nu' f_{cd} \quad [(6.56)]$$

dove: $\nu' = 1 - f_{ck}/250 = (5/3)\nu$ [(6.57N)]

con $\nu = 0,6 (1 - f_{ck}/250)$ (f_{ck} in N/mm²). [(6.6N)]

Secondo le NTC 2008, per calcestruzzi di classe non superiore alla C70/85 il coefficiente ν è pari a $0,5^3$; essendo poi ν' e ν legati dalla relazione $\nu' = (5/3)\nu$, si ha: $\nu' = 5/6 = 0,83$. Per le classi di resistenza C80/95 e C90/105 si utilizza invece il valore suggerito dall'EC2: $\nu' = 1 - f_{ck}/250$.

Per $f_{ck} \leq 70 \text{ N/mm}^2$ la resistenza di progetto dei nodi in presenza di tensioni trasversali di trazione assume pertanto il seguente valore:

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,60 \cdot 0,83 \cdot f_{cd} = 0,5 f_{cd}^4$$

Il valore ridotto della resistenza dei puntone in presenza di campi trasversali di trazione tiene conto del fatto che le fessure indotte dalle trazioni trasversali, interrompendo la compattezza del puntone, riducono la resistenza del calcestruzzo, anche quando esse sono parallele al puntone. La riduzione di resistenza è poi più accentuata per fessure inclinate rispetto alla direzione del puntone.

Il prospetto 10.8 elenca le espressioni della resistenza di progetto dei puntone a seconda della presenza e del tipo di tensioni trasversali e della classe di resistenza del calcestruzzo.

Prospetto 10.8 Resistenze di progetto dei puntone.

Tipo di tensioni trasversali	Resistenza di progetto	
nulle o di compressione	f_{cd}	per tutte le classi di resistenza del calcestruzzo
di trazione	$0,5 f_{cd}$	se $f_{ck} \leq 70 \text{ N/mm}^2$
	$0,41 f_{cd}$	se $f_{ck} = 80 \text{ N/mm}^2$
	$0,38 f_{cd}$	se $f_{ck} = 90 \text{ N/mm}^2$

Infine nella figura 10.32 si riporta l'andamento della resistenza del calcestruzzo del puntone al variare dell'angolo θ_s tra l'asse del puntone e la direzione del campo di deformazione trasversale (ad esempio quello associato ad un tirante che attraversa il puntone), ottenuta applicando la formula proposta dalle AASHTO (2007):

$$\sigma_{Rd, \max} = \frac{f_{cd}}{0,8 + 170 \varepsilon_1} \leq 0,85 f_{cd}$$

con

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0,002) \cotg^2 \theta_s$$

dove ε_1 deformazione principale di trazione in direzione normale all'asse del puntone,

ε_s deformazione nelle armature inclinate di θ_s rispetto all'asse del puntone.

L'espressione di ε_1 è valida per deformazione principale di compressione $\varepsilon_2=0,002$ nella direzione del puntone; al diminuire di θ_s , ε_1 aumenta e la resistenza $\sigma_{Rd, \max}$ diminuisce.

³ La resistenza a compressione del calcestruzzo fessurato per taglio è espressa come $0,5 f_{cd}$ nelle NTC 2008 (formula 4.1.19) e come $\nu_1 f_{cd}$ nell'EC2 (formula 6.14), ne discende che secondo le NTC risulta $\nu_1 = 0,5$. Inoltre la Nota 1 al p.to 6.2.3(3) dell'EC2 raccomanda di assumere $\nu = \nu_1$, pertanto risulta anche $\nu = 0,5$.

⁴ Si fa osservare che, in presenza di trazioni trasversali, la resistenza del calcestruzzo dei puntone è pari a quella del calcestruzzo fessurato per taglio ($f'_{cd} = 0,5 f_{cd}$), che compare nel calcolo della resistenza a taglio-compressione della travi dotate di armature trasversali (4.1.19-NTC).

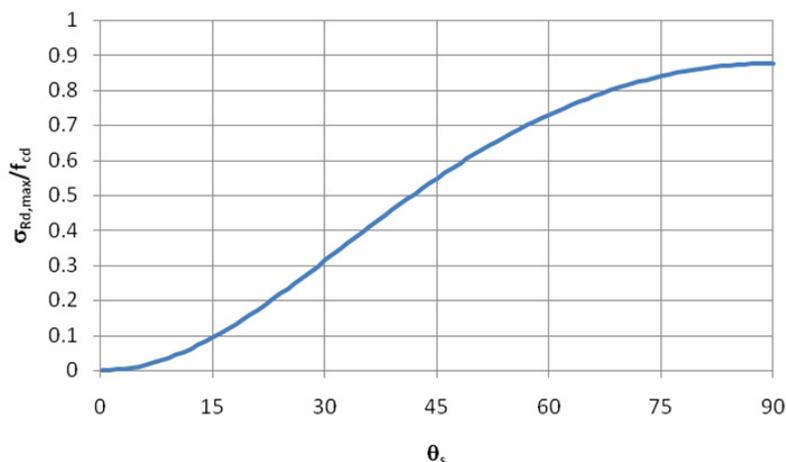


Figura 10.32 Resistenza di un puntone in presenza di una deformazione trasversale $\varepsilon_s = 2\text{‰}$ al variare dell'angolo θ_s tra asse del puntone e direzione del campo di deformazione trasversale (AASHTO, 2007).

10.9.1 Armature trasversali

Generalmente non è necessario verificare gli sforzi nei puntoni se le verifiche nei nodi sono soddisfatte e se viene adottata un'apposita armatura trasversale rispetto all'asse dei puntoni. La forza trasversale totale tra un'estremità ed il bulbo centrale di un puntone può essere assunta al massimo pari al 25 % dello sforzo di compressione nel puntone, come si evince dal modello S&T "D1" per la diffusione di un carico concentrato (vedi par. 10.6.1).

10.10 Verifica dei nodi

Un nodo di un modello S&T è definito come un volume di calcestruzzo contenuto all'interno delle intersezioni tra i campi di compressione dei puntoni e tra questi e le barre di armatura e/o le forze esterne.

I nodi sono "zone critiche" perché sede di un brusco cambiamento di direzione delle forze con conseguente concentrazione degli sforzi. In base a geometria ed estensione i nodi si classificano in "concentrati" e "diffusi": nei primi gli sforzi sono deviati in una zona molto ristretta rispetto alla lunghezza delle aste che vi confluiscono (figura 10.33a, b), nei secondi questa zona è più estesa (figura 10.33c, d). Normalmente i nodi "diffusi" sono meno critici e per essi non è necessaria la verifica degli sforzi di compressione nel calcestruzzo, viceversa in quelli "concentrati" occorre verificare sia lo sforzo massimo di compressione nel conglomerato sia l'ancoraggio delle armature.

Esempi di nodi concentrati sono: i punti di applicazione di carichi concentrati, gli appoggi, le zone di ancoraggio dove si ha concentrazione di armature ordinarie o da precompressione, le piegature delle armature, gli angoli dei portali.

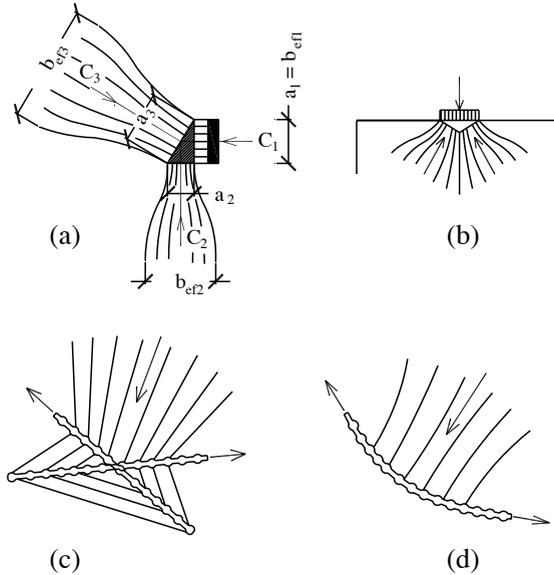


Figura 10.33 Nodi concentrati (a,b) e nodi diffusi (c,d).

Le forze che agiscono sui nodi devono essere equilibrate; inoltre per nodi tridimensionali occorre considerare la diffusione degli sforzi su due piani ortogonali (par. 10.10.4.1).

La capacità resistente dei nodi è strettamente connessa al dimensionamento e alla disposizione delle armature, in particolare al loro ancoraggio.

10.10.1 Tipi di nodi

In funzione del tipo di aste che vi confluiscono, i nodi possono essere suddivisi in quattro tipologie (fig. 10.34):

- CCC: tre puntone,
- CCT: due puntone ed un tirante,
- CTT: un puntone e due tiranti,
- TTT: tre tiranti.

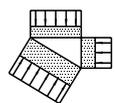
In un nodo possono inoltre confluire anche più di tre aste, come mostrato nella figura 10.35.

10.10.2 Resistenza dei nodi

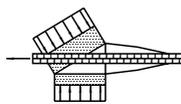
Una volta che la geometria e le dimensioni del nodo sono state definite occorre eseguire la verifica a schiacciamento del calcestruzzo. La resistenza di progetto dei nodi è un'aliquota v della resistenza a compressione del calcestruzzo, dove il coefficiente v è detto *fattore di efficienza*.

Il fattore di efficienza assume valori diversi per i nodi CCC, CCT e CTT: i nodi CCT e CTT hanno fattori di efficienza più piccoli dei nodi CCC, perché le tensioni di trazione trasmesse per aderenza dalle barre d'armatura ne diminuiscono la resistenza.

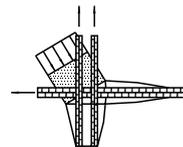
Tipo	CCC	CCT	CTT	TTT
Concentrato				
Distribuito				



i. nodo CCC



ii. nodo CCT



iii. nodo CTT

Figura 10.34 Tipi di nodo.

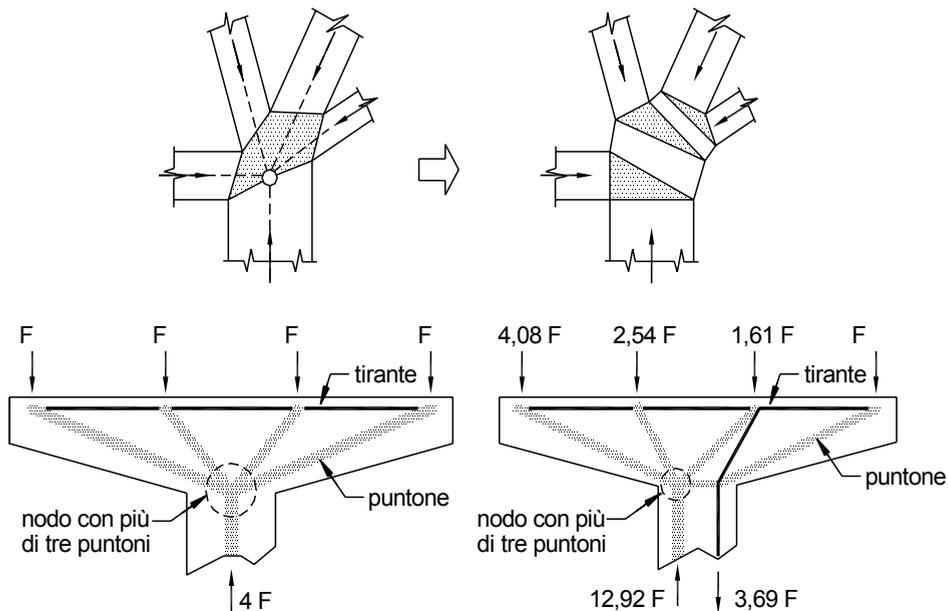


Figura 10.35 Esempi di nodi in cui confluiscono più di tre aste (in alto è mostrata la suddivisione di un nodo poligonale in tre nodi triangolari).

Ne derivano tre diversi valori della resistenza: $\sigma_{1Rd,max}$ per i nodi CCC, $\sigma_{2Rd,max}$ per i nodi CCT e $\sigma_{3Rd,max}$ per i nodi CTT (prospetto 10.9). Il prospetto 10.10 riporta i valori di $\sigma_{1Rd,max}$, $\sigma_{2Rd,max}$, $\sigma_{3Rd,max}$ al variare della classe di resistenza del calcestruzzo.

Di seguito si descrivono i vari tipi di nodo.

Prospetto 10.9 Resistenze di progetto dei nodi.

Tipo di nodo	Fattore di efficienza	Resistenza di progetto ⁽¹⁾	
CCC	$k_1 = 1,0$	$\sigma_{1Rd,max}$	$1,0 (\nu' f_{cd}) = 0,83 f_{cd}$
CCT	$k_2 = 0,85$	$\sigma_{2Rd,max}$	$0,85 (\nu' f_{cd}) = 0,705 f_{cd}$
CTT	$k_3 = 0,75$	$\sigma_{3Rd,max}$	$0,75 (\nu' f_{cd}) = 0,622 f_{cd}$
TTT	–	–	$\min (f_{yd}, f_{y,ader})$
Compressione triassiale (3D)		$\sigma_{Rd,max}$	$3,00 (\nu' f_{cd}) = 2,49 f_{cd}$

⁽¹⁾ Valori validi per calcestruzzi di classe $\leq C70/85$.

Prospetto 10.10 Valori delle tensioni $\sigma_{1Rd,max}$, $\sigma_{2Rd,max}$, $\sigma_{3Rd,max}$ in N/mm²
($\sigma_{1Rd,max} > \sigma_{2Rd,max} > \sigma_{3Rd,max}$).

f_{ck} (N/mm ²)	f_{cd} (N/mm ²)	$\sigma_{1Rd,max}$ (N/mm ²)	$\sigma_{2Rd,max}$ (N/mm ²)	$\sigma_{3Rd,max}$ (N/mm ²)
12	6,80	5,64	4,80	4,23
16	9,07	7,53	6,40	5,64
20	11,33	9,41	8,00	7,06
25	14,17	11,76	10,00	8,82
28	15,87	13,17	11,19	9,88
30	17,00	14,11	12,00	10,58
35	19,83	16,46	14,00	12,35
40	22,67	18,81	16,00	14,11
45	25,50	21,17	18,00	15,87
50	28,33	23,52	20,00	17,64
55	31,17	25,87	22,00	19,40
60	34,00	28,22	24,00	21,17
70	39,67	33,60	28,56	25,20

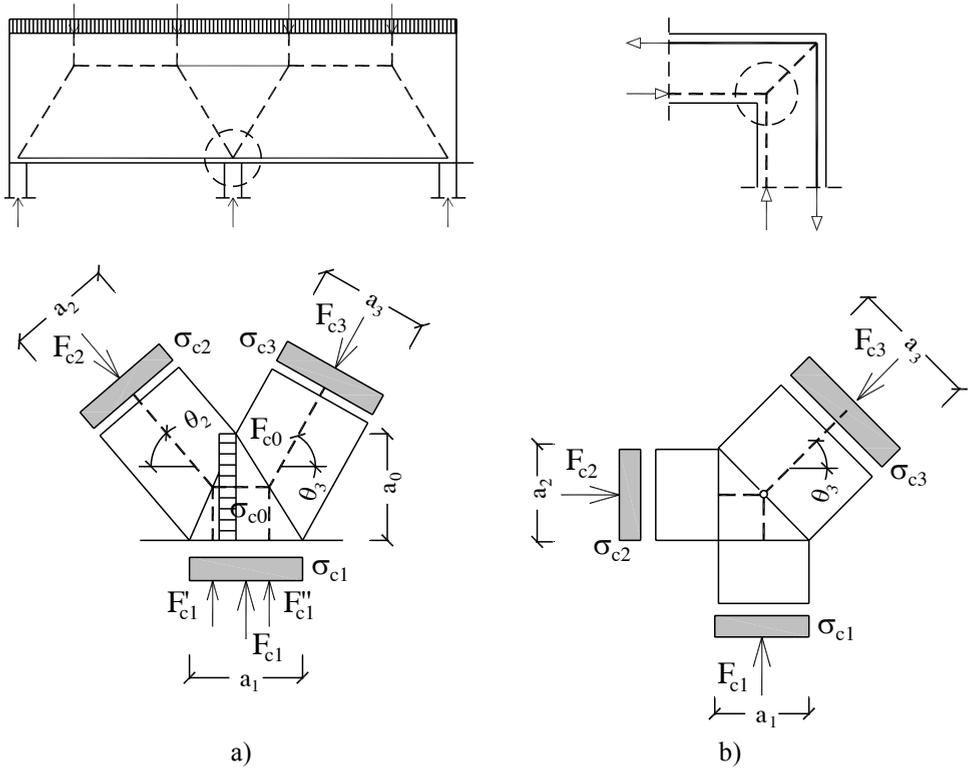


Figura 10.36 Nodi compressi con tre puntoni complanari: a) nodo sull'appoggio di continuità di una trave parete, b) nodo nell'angolo di un portale soggetto a momento negativo (che tende a chiudere il nodo).

10.10.3 Nodi compressi (CCC)

I nodi tutti compressi si trovano in corrispondenza di carichi concentrati e sopra gli appoggi intermedi di travi snelle e travi parete, così come negli angoli rientranti di telai, nelle mensole tozze ed in corrispondenza di aperture.

Questi nodi sono caratterizzati dalla presenza di uno stato di compressione biassiale; il loro contorno viene schematizzato con superfici piane, che individuano regioni triangolari o poligonali.

La massima tensione che può essere applicata ai bordi di un nodo compresso ossia la tensione di progetto, è data dalla seguente espressione:

$$\sigma_{1Rd,max} = k_1 \nu f_{cd} = 1,0 \cdot 0,83 \cdot f_{cd} = 0,83 f_{cd} \text{ (per } f_{ck} \leq 70 \text{ N/mm}^2) \quad [(6.60)]$$

La figura 10.36 mostra due diversi tipi di nodi compressi con tre puntoni complanari. Il primo nodo è relativo all'appoggio di continuità di una trave parete ed il secondo è tipico degli angoli rientranti dei portali soggetti a momento flettente negativo.

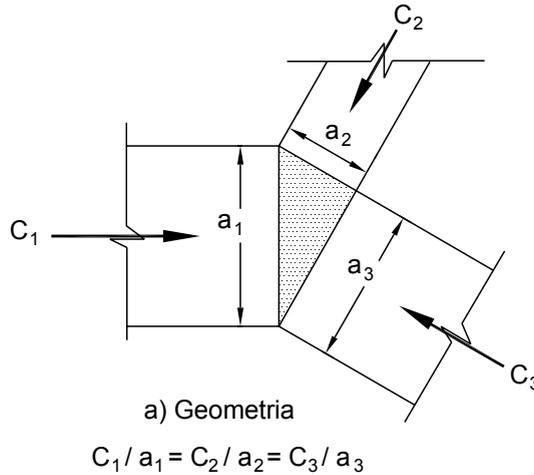


Figura 10.37 Nodo idrostatico.

10.10.3.1 Nodi compressi idrostatici

Se un nodo compresso è delimitato da facce ortogonali ai puntone e le dimensioni delle sezioni trasversali dei puntone sono proporzionali agli sforzi normali di compressione, le tensioni normali su tutte e tre le facce nodali sono uguali. In questo caso lo stato di sforzo nel nodo è idrostatico, ossia la tensione normale è la stessa su qualsiasi giacitura e d'ora in poi un nodo così fatto sarà denominato "nodo idrostatico" (figura 10.37).

A rigore il termine idrostatico implicherebbe l'uguaglianza di tutte e tre le tensioni principali; convenzionalmente nei modelli S&T piani questo termine è utilizzato per indicare lo stato di sforzo di un nodo dove sono uguali solo le due tensioni principali nel piano del modello. Se nel piano ortogonale al modello S&T si ha una significativa diffusione degli sforzi, lo stato tensionale fuori dal piano va studiato con un altro modello S&T (vedi par. 10.10.4.1).

In un nodo idrostatico non ci sono tensioni tangenziali, tuttavia il calcestruzzo della regione nodale è in grado di sopportarle, cosicché si possono accettare anche nodi non idrostatici. Per i nodi non idrostatici Schlaich (1987) raccomanda che il rapporto tra le tensioni di compressione massima e minima non sia superiore a due.

Peraltro non è facile avere nodi idrostatici, perché la geometria del nodo è dettata dalla disposizione delle armature e/o dalle dimensioni delle piastre di appoggio, dalle dimensioni trasversali dei pilastri oltre che dalla geometria del traliccio. Per esempio per il nodo in alto a destra della trave parete di spessore b mostrata nella figura 10.38, si può fissare la larghezza a_1 del puntone verticale e la larghezza a_2 di quello orizzontale affinché la tensione normale σ sulle due facce nodali 1-2 e 1-3 sia la stessa; se si pone $\sigma = \sigma_{1Rd,max}$ (ossia pari alla resistenza del calcestruzzo in un nodo CCC) si ricavano i seguenti valori di a_1 e a_2 :

$$a_1 = C_1 / (\sigma_{1Rd,max} \cdot b)$$

$$a_2 = C_2 / (\sigma_{1Rd,max} \cdot b)$$

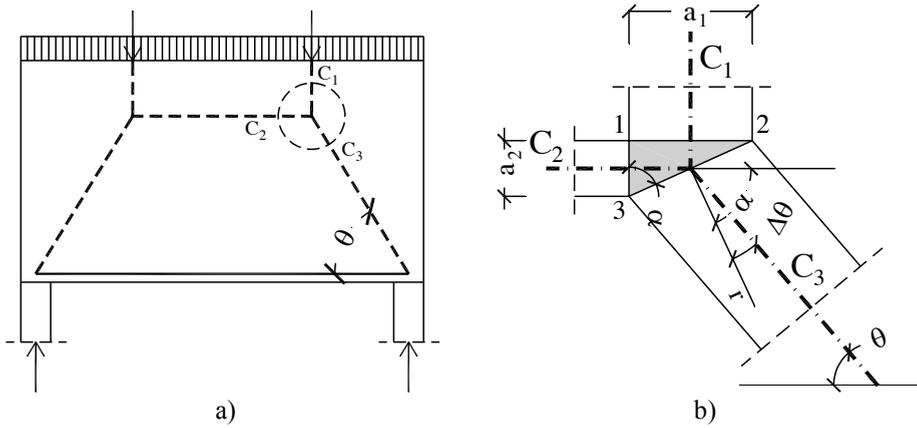


Figura 10.38 Esempio di nodo non idrostatico.

La larghezza a_3 della terza faccia del nodo (faccia 2-3) vale

$$a_3 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

ed è inclinata dell'angolo $\alpha = \arctan(a_1 / a_2)$ rispetto all'orizzontale.

Si evince pertanto che il nodo è idrostatico solo se il terzo puntone è orientato lungo la direzione r , ortogonale alla faccia 2-3, mostrata nella figura 10.38b, ossia se la sua inclinazione θ con l'orizzontale coincide con α . In realtà la direzione del terzo puntone è già definita dalla geometria del traliccio ed in generale è ruotata di un angolo $\Delta\theta$ rispetto alla direzione r .

10.10.3.2 Nodi compressi non idrostatici

Nei nodi non idrostatici le facce nodali non sono ortogonali agli assi dei puntone e le tensioni di compressione nei puntone sono diverse. La verifica di un nodo non idrostatico può essere ricondotta a quella del nodo idrostatico con la stessa base, secondo la procedura descritta di seguito (fig. 10.39).

Si consideri il nodo con tre puntone complanari, che potrebbe rappresentare per esempio il nodo di continuità di una trave parete. Se le facce a_2 e a_3 dei due puntone inclinati formano un angolo diverso da 90° con le direzioni dei due puntone diagonali, solo sulla faccia a_1 la pressione σ_{c1} risulta ortogonale e quindi coincide con una delle due tensioni principali nella regione nodale. Circa il valore dell'altra tensione principale σ_{c0} , agente sulla faccia a_0 , normale alla faccia a_1 di base, si dimostra che:

$$\sigma_{c0} \leq \sigma_{c1} \quad \text{se } a_0 \geq a_{0,\text{idr}}$$

$$\sigma_{c0} > \sigma_{c1} \quad \text{se } a_0 < a_{0,\text{idr}}$$

dove a_0 è l'altezza del nodo e $a_{0,\text{idr}}$ è l'altezza del nodo idrostatico con la stessa base a_1 .

La dimostrazione delle espressioni appena scritte è immediata se si fa riferimento alla figura 10.39, dove sono stati disegnati sia il nodo non idrostatico ABC sia il nodo idrostatico DBC con la stessa base.

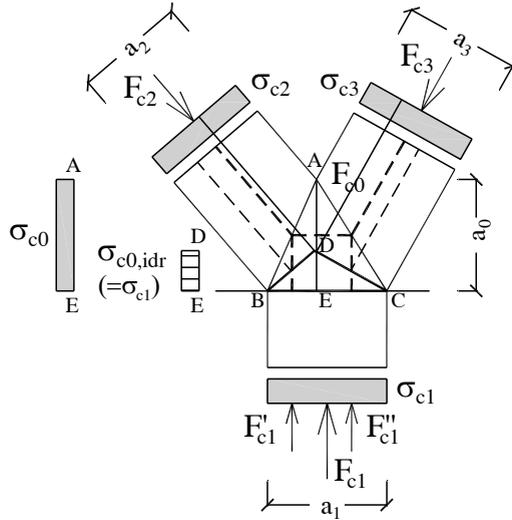


Figura 10.39 Nodo non idrostatico (ABC) e nodo idrostatico (DBC): i due nodi hanno la stessa base, ma altezze diverse (il nodo idrostatico è di altezza minore).

Per il nodo idrostatico DBC la tensione sulla faccia DE ($a_{0,idr}$) è uguale alla tensione idrostatica σ_{c1} , mentre per il nodo non idrostatico ABC la tensione σ_{c0} sulla faccia AE (a_0), essendo $AE \geq DE$ ($a_0 \geq a_{0,idr}$), è certamente inferiore a σ_{c1} . In questo caso è sufficiente verificare la sola tensione σ_{c1} .

In modo analogo si dimostra che se l'altezza del nodo è minore di quella del nodo idrostatico con la stessa base a_1 , allora la tensione principale σ_{c0} sulla faccia AE è maggiore di quella sulla base BC ($\sigma_{c0} > \sigma_{c1}$) e quindi occorre verificare la tensione σ_{c0} .

Più in generale lo stato di sforzo in un nodo non idrostatico può essere determinato secondo la seguente procedura (Marti, 1985) (fig. 10.40):

1. si tracciano le circonferenze di Mohr dello stato di sforzo in ciascun puntone (per esempio la circonferenza di Mohr del puntone C_2 passa per l'origine degli assi e per il punto di ascissa $\sigma_{c2} = C_2 / (AD \cdot s)$, dove σ_{c2} è la tensione di compressione nel puntone e s è lo spessore del nodo);
2. si determina il polo di ciascuna delle circonferenze dei tre puntoni (Q_A, Q_B e Q_C)⁵;
3. si tracciano le rette parallele ai lati BC, CA ed AB del nodo passanti per i poli Q_A, Q_B e Q_C delle circonferenze di Mohr dei singoli puntoni; i punti di intersezione A, B e C di queste rette con le corrispondenti circonferenze di Mohr definiscono la circonferenza di Mohr dello stato di sforzo di compressione biassiale nel nodo ABC; il centro di questa circonferenza giace sull'asse delle tensioni normali e le rette Q_AA, Q_BB e Q_CC si intersecano nello stesso polo Q.

⁵ Il polo P della circonferenza di Mohr è quel particolare punto appartenente alla circonferenza tale che la retta passante per P , parallela ad una giacitura prefissata π , interseca la circonferenza nel punto rappresentativo dello stato di sollecitazione sulla giacitura π .

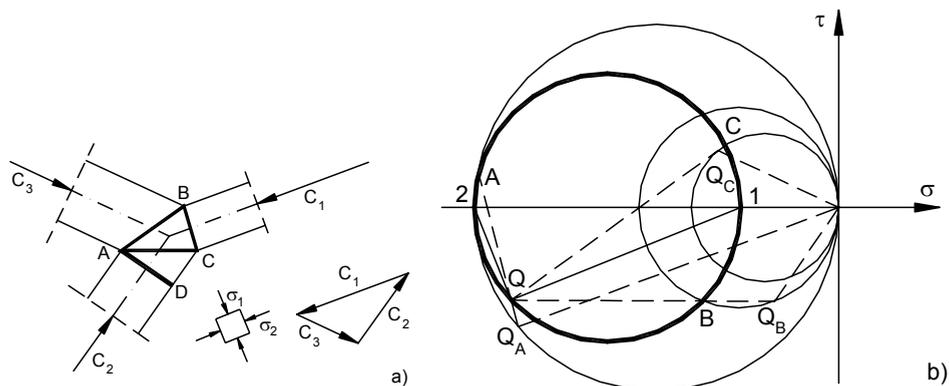


Figura 10.40 Costruzione grafica di Mohr per la determinazione dello stato di sforzo in un nodo CCC (Marti, 1985).

10.10.3.3 Resistenza di un nodo CCC

Ai fini pratici il calcolo della resistenza di un nodo può essere condotto come suggerito nelle ACI (2008). Fatta eccezione per i nodi idrostatici, dove la resistenza del nodo può essere calcolata con riferimento ad una giacitura qualunque, per i nodi non idrostatici la resistenza si ottiene moltiplicando la resistenza del calcestruzzo (che a sua volta è funzione del tipo di nodo - CCC, CCT, CTT) per la più piccola delle seguenti dimensioni:

- l'area della faccia nodale sulla quale agisce lo sforzo di compressione F_c , presa perpendicolarmente alla retta di azione di F_c ; con riferimento alla figura 10.41a, poiché i due puntone inclinati non sono ortogonali alle corrispondenti facce nodali, si prende per ognuna di esse la proiezione ortogonale all'asse del puntone (a_2 per il puntone di sinistra e a_3 per quello di destra), oppure
- l'area di una sezione che divide il nodo in due; nelle figure 10.41b,c,d sono indicate le sezioni passanti per i tre vertici del nodo ed ortogonali alle facce nodali; per esempio per la sezione AH_1 la risultante coincide con la proiezione orizzontale dello sforzo nel puntone 3 (o in modo equivalente di quello nel puntone 2).

La resistenza σ_R del nodo mostrato nella figura 10.41 è data da:

$$\sigma_R = \min \left(\frac{F_{c1}}{a_1 \cdot b}; \frac{F_{c2}}{a_2 \cdot b}; \frac{F_{c3}}{a_3 \cdot b}; \frac{F_{AH1}}{AH_1 \cdot b}; \frac{F_{CH2}}{CH_2 \cdot b}; \frac{F_{BH3}}{BH_3 \cdot b} \right)$$

dove b è lo spessore dell'elemento strutturale nella direzione normale al piano del nodo.

10.10.3.4 Suddivisione delle regioni nodali

In molti casi per semplificare i calcoli è utile suddividere un nodo in più parti; ciascuna porzione in cui il nodo viene suddiviso trasferisce una parte delle forze agenti su di esso. Per esempio nel nodo mostrato nella figura 10.41b la reazione F_{c1} è suddivisa in una componente F'_{c1} , che equilibra la componente verticale di F_{c2} , ed in una componente F''_{c1} , che equilibra la componente verticale di F_{c3} .

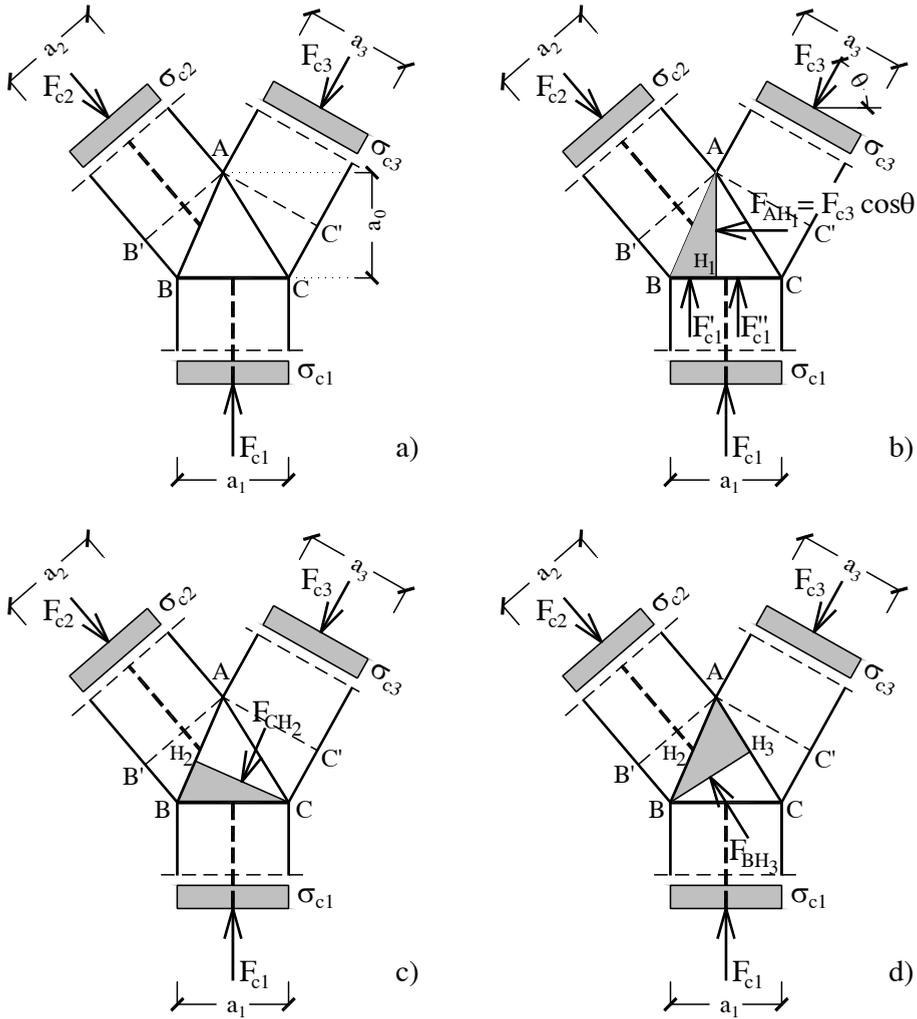


Figura 10.41 Nodo CCC: a) verifica sulle facce ortogonali agli assi dei puntone (AB' , AC' , BC); b), c), d) verifica sulle sezioni del nodo perpendicolari alle facce nodali.

Ci sono poi molti casi in cui la regione nodale ha una forma poligonale e l'analisi del suo stato di sforzo richiede la suddivisione in regioni triangolari collegate da puntone intermedi aggiuntivi rispetto a quelli originari (figura 10.42).

Nell'eseguire questa suddivisione occorre verificare che la nuova geometria sia compatibile con quella dell'elemento strutturale, perché l'ingombro del nodo dopo la suddivisione risulta maggiore di quello iniziale (zone tratteggiate nella figura 10.42c). Nel nodo della figura 10.42 la risultante F_c delle forze F_{c1} e F_{c2} coincide con la forza di compressione del puntone BCEF interno al nodo; la forza F_c è inoltre in equilibrio con le forze F_{c3} e F_{c4} .

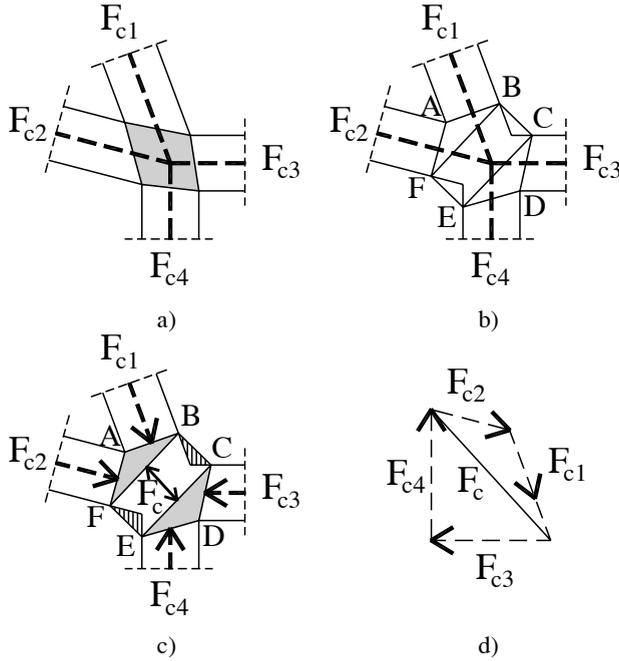


Figura 10.42 Nodo quadrangolare: a) geometria, b) suddivisione del nodo, c) puntone BCEF interno al nodo, con tratteggiate le porzioni non comprese nella geometria iniziale, d) poligono delle forze.

10.10.4 Nodi compressi-tesi con tiranti ancorati disposti in una sola direzione (CCT)

I nodi compressi-tesi sono nodi nei quali l'armatura viene ancorata o deviata; si distinguono nodi nei quali sono ancorate barre in una sola direzione (CCT) e nodi con tiranti disposti in più di una direzione (CTT). I nodi CCT sono tipici degli appoggi di estremità delle travi. Questo tipo di nodi si ritrova anche sotto le piastre di carico delle mensole, negli angoli dei telai e nelle selle Gerber (si vedano gli esempi 5 e 7). L'analisi di un nodo CCT può essere ricondotta a quella di un nodo CCC, se il tirante viene ancorato mediante una piastra posta dalla parte opposta del tirante stesso (figura 10.43b).

La pressione di progetto di un nodo CCT è data dalla seguente espressione:

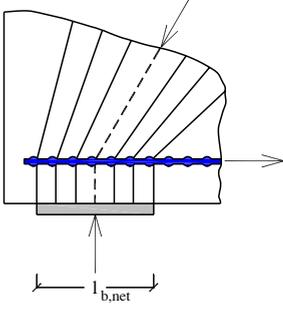
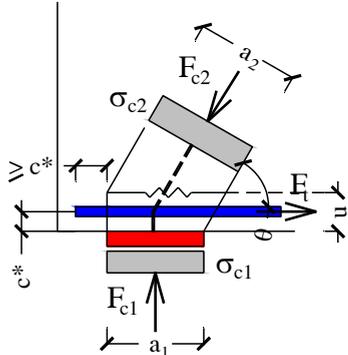
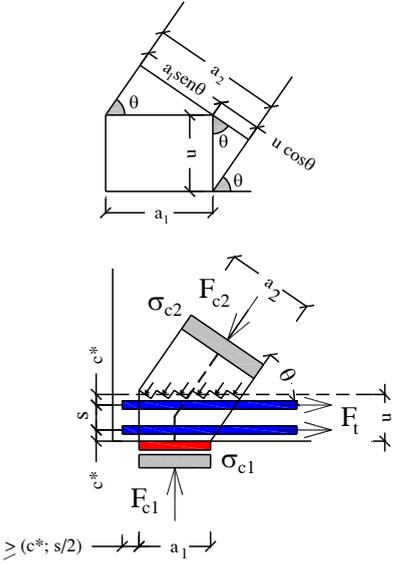
$$\sigma_{2Rd,max} = k_2 \nu' f_{cd} = 0,85 \cdot 0,83 \cdot f_{cd} = 0,71 f_{cd} \text{ (per } f_{ck} \leq 70 \text{ N/mm}^2 \text{)} \quad [(6.61)]$$

dove $\sigma_{2Rd,max} = \max(\sigma_{Rd,1}; \sigma_{Rd,2})$ (figura 10.43a).

Rispetto ad un nodo CCC, la resistenza risulta diminuita del 15 % a causa della fessurazione indotta nel nodo dalla diffusione dello sforzo di trazione trasmesso dal tirante.

Analizzando il nodo nel suo piano medio, l'armatura può essere immaginata diffusa uniformemente sull'intero spessore b dell'elemento strutturale (b = dimensione ortogonale al piano del modello S&T) e con un'altezza effettiva u , sulla quale avviene la deviazione dei campi di compressione. Le espressioni da utilizzare per l'altezza effettiva u , secondo quanto indicato nel Model Code 1990, sono riportate nel prospetto 10.11.

Prospetto 10.11 Altezza effettiva u di un nodo CCT.

Tipo di nodo	Altezza effettiva
 <p data-bbox="212 609 431 637">lunghezza di ancoraggio $l_{b,net}$</p> <p data-bbox="566 427 862 509">un solo strato di armatura che non prosegue oltre il campo di compressione deviato</p>	<p data-bbox="972 455 1023 482">$u = 0$</p>
 <p data-bbox="566 791 862 919">un solo strato di armatura che si prolunga oltre il puntone di almeno c^*, dove c^* è la distanza dell'asse dell'armatura dal bordo inferiore</p>	<p data-bbox="959 682 1036 709">$u = 2 c^*$</p> <p data-bbox="882 728 1107 1028">il prolungamento della barra per un tratto c^* oltre il campo di compressione deviato, consente una distribuzione dello sforzo a partire dall'estremo della barra su un'altezza almeno pari a $2 c^*$, nell'ipotesi di diffusione degli sforzi a 45° su ambo i lati della barra</p>
 <p data-bbox="566 1283 862 1410">n strati di armatura posti ad interasse s, che si estendono oltre il campo di compressione deviato per un tratto pari al valore massimo tra c^* e $s/2$</p>	<p data-bbox="920 1264 1075 1292">$u = 2 c^* + (n-1) s$</p> <p data-bbox="882 1301 1101 1428">come per il caso precedente, considerando una diffusione a 45° degli sforzi dalle estremità delle barre verso il nodo</p>

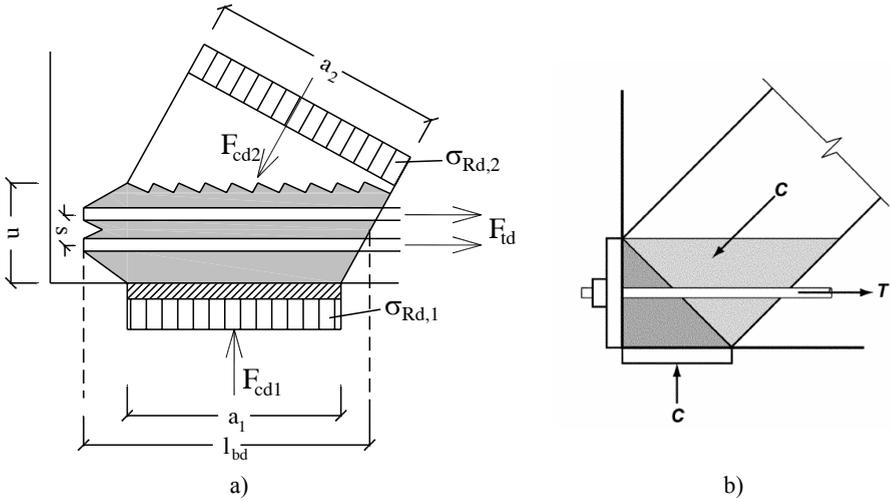


Figura 10.43 Nodo CCT di un appoggio di estremità: a) barre ancorate per aderenza nel nodo, b) tirante ancorato con piastra.

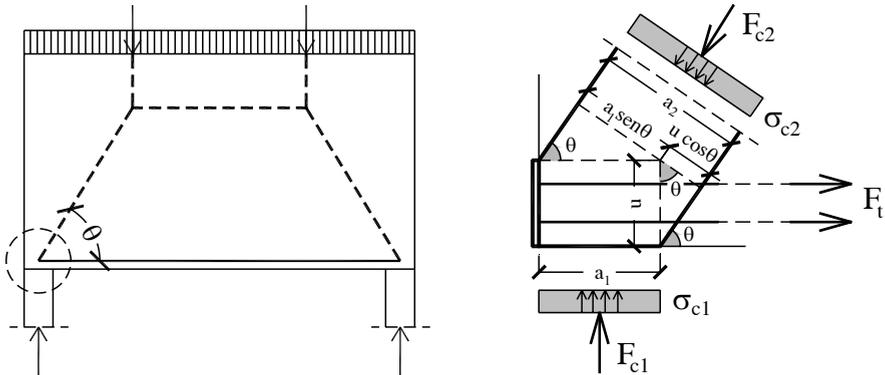


Figura 10.44 Schema per il calcolo della larghezza a_2 del puntone diagonale di un nodo CCT sull'appoggio di estremità di una trave parete.

C'è da tenere presente che in presenza di armature disposte su più strati, la resistenza del nodo può essere aumentata del 10 % (vedi par. 10.10.60).

La larghezza a_1 dell'appoggio, l'angolo θ del puntone, l'altezza effettiva u e la larghezza a_2 del campo di compressione diagonale sono legate dalla seguente relazione (fig. 10.44)

$$a_2 = a_1 \text{ sen } \theta + u \text{ cos } \theta.$$

Per la verifica del nodo occorre calcolare la pressione di contatto alla base del nodo

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{c1}}{a_1 b}$$

Prospetto 10.12 Valori del rapporto $\sigma_{c2} / \sigma_{c1}$ al variare dell'angolo θ e del rapporto (u/a_1)
(le caselle con valori inferiori all'unità sono evidenziate con sfondo grigio).

θ (°)	u/a_1									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
30	3,41	2,97	2,63	2,36	2,14	1,96	1,81	1,68	1,56	1,46
32,5	2,99	2,64	2,35	2,13	1,94	1,78	1,65	1,54	1,44	1,35
35	2,66	2,36	2,13	1,93	1,77	1,64	1,52	1,42	1,33	1,25
37,5	2,39	2,14	1,94	1,77	1,63	1,51	1,41	1,32	1,24	1,17
40	2,16	1,95	1,78	1,64	1,52	1,41	1,32	1,24	1,17	1,10
42,5	1,98	1,80	1,65	1,53	1,42	1,32	1,24	1,17	1,11	1,05
45	1,82	1,67	1,54	1,43	1,33	1,25	1,18	1,11	1,05	1,00
47,5	1,69	1,55	1,44	1,35	1,26	1,19	1,12	1,06	1,01	0,96
50	1,57	1,46	1,36	1,28	1,20	1,13	1,07	1,02	0,97	0,93
52,5	1,48	1,38	1,29	1,22	1,15	1,09	1,03	0,98	0,94	0,90
55	1,39	1,31	1,23	1,16	1,10	1,05	1,00	0,96	0,91	0,88
57,5	1,32	1,25	1,18	1,12	1,07	1,02	0,97	0,93	0,89	0,86
60	1,26	1,20	1,14	1,08	1,03	0,99	0,95	0,91	0,88	0,85
62,5	1,21	1,15	1,10	1,05	1,01	0,97	0,93	0,90	0,87	0,84
65	1,16	1,11	1,07	1,03	0,99	0,95	0,92	0,89	0,86	0,83
67,5	1,12	1,08	1,04	1,01	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83
70	1,09	1,06	1,02	0,99	0,96	0,93	0,90	0,88	0,85	0,83
72,5	1,07	1,03	1,00	0,98	0,95	0,92	0,90	0,88	0,86	0,84
75	1,04	1,02	0,99	0,97	0,95	0,92	0,90	0,88	0,86	0,85

la compressione nel puntone diagonale

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{c2}}{a_2 b} = \frac{F_{c1} / \text{sen}\theta}{a_2 b}$$

e la lunghezza di ancoraggio delle armature.

Le espressioni di σ_{c1} e σ_{c2} sono state calcolate nell'ipotesi che la piastra abbia una larghezza b pari allo spessore dell'elemento in c.a.; questa ipotesi esclude la diffusione dello sforzo di compressione nel piano ortogonale a quello del modello S&T.

Il rapporto tra le due tensioni di compressione σ_{c2} e σ_{c1} può essere espresso in funzione dell'angolo θ e del rapporto u/a_1 , mediante

$$\frac{\sigma_{c2}}{\sigma_{c1}} = \frac{(F_{c1} / \text{sen}\theta)}{a_2 b} \cdot \frac{a_1 b}{F_{c1}} = \frac{a_1}{\text{sen}\theta \cdot a_2} = \frac{1}{\text{sen}\theta \cdot (a_2 / a_1)}$$

ed essendo

$$\frac{a_2}{a_1} = \text{sen}\theta + \frac{u}{a_1} \cos \theta ,$$

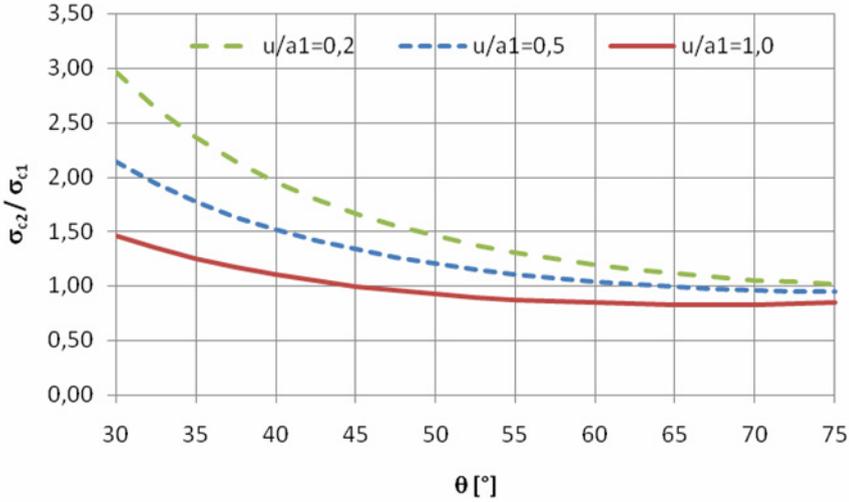


Figura 10.45 Andamento delle tensioni σ_{c1} e σ_{c2} nei due puntoni di un nodo CCT sull'appoggio di estremità al variare dell'angolo θ .

si perviene all'espressione

$$\frac{\sigma_{c2}}{\sigma_{c1}} = \frac{a_1}{\sin\theta \cdot a_2} = \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta + \frac{u}{a_1} \cos\theta}$$

La verifica del nodo è soddisfatta se risulta

$$\max(\sigma_{c1}, \sigma_{c2}) \leq \sigma_{2Rd, \max}$$

Per la lunghezza di ancoraggio delle armature nel nodo si segue quanto riportato nei paragrafi [8.4] "Ancoraggio dell'armatura longitudinale" e [8.6] "Ancoraggio mediante barre saldate" dell'EC2.

Il prospetto 10.12 riporta i valori del rapporto ($\sigma_{c2} / \sigma_{c1}$) al variare dell'angolo θ e del rapporto (u/a_1) tra l'altezza del nodo e la larghezza della stessa piastra.

Si nota come per un assegnato valore di u/a_1 il rapporto σ_{c2}/σ_{c1} diminuisce al crescere dell'angolo θ , lo stesso avviene per lo sforzo nel tirante. Inoltre se si dispone l'armatura del tirante su più strati, si ha un aumento sia dell'altezza effettiva u del nodo sia della larghezza a_2 del puntone diagonale e la tensione σ_{c2} si riduce.

La figura 10.45 mostra l'andamento del rapporto σ_{c2}/σ_{c1} al variare dell'angolo θ per tre diversi valori del rapporto u/a_1 .

10.10.4.1 Nodi CCT con tiranti in una sola direzione e diffusione nel piano ortogonale a quello del nodo

Un caso particolare di nodo CCT è rappresentato dagli appoggi di estremità dotati di piastre di carico la cui larghezza b_1 è inferiore allo spessore b dell'elemento strutturale.

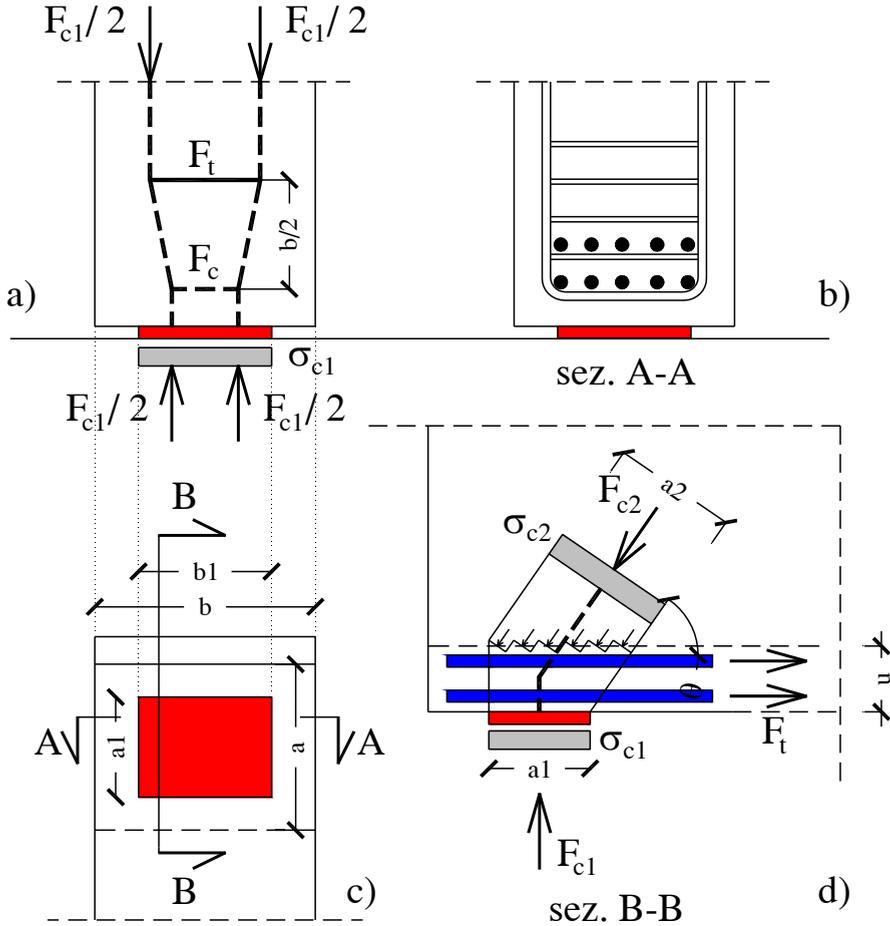


Figura 10.46 Nodo CCT con diffusione sia nel piano dell'elemento strutturale (in basso a destra) sia nel piano ortogonale allo spessore (in alto a sinistra).

Questa situazione si può presentare ad esempio sull'appoggio di estremità di una trave parete o sotto la piastra di carico di una mensola tozza.

In queste situazioni occorre considerare anche la diffusione nel piano ortogonale a quello dell'elemento strutturale (figura 10.46), adottando lo stesso modello già descritto al par. 10.6.1.1.

La forza di trazione trasversale F_t si calcola quindi con il modello S&T mostrato nella figura 10.46a, dove il braccio della coppia interna tra il tirante ed il puntone orizzontale è assunta pari alla metà dello spessore; risulta:

$$F_t = \frac{b-b_1}{4b} F_{c1}$$

Le armature del tirante F_t vanno distribuite su un'altezza pari allo spessore b dell'elemento strutturale.

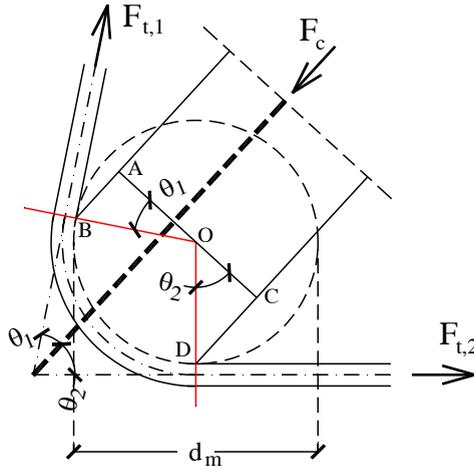


Figura 10.47 Nodo CTT con barra piegata.

10.10.5 Nodi compressi-tesi con tiranti disposti in più di una direzione (CTT)

Nei nodi compressi tesi con tiranti disposti in più di una direzione, la tensione di compressione nel calcestruzzo non deve superare il seguente valore

$$\sigma_{3Rd,max} = k_3 \nu f_{cd} = 0,75 \cdot 0,83 \cdot f_{cd} = 0,62 f_{cd} \text{ (per } f_{ck} \leq 70 \text{ N/mm}^2) \quad [(6.62)]$$

Un esempio tipico di nodo CTT è quello presente negli angoli dei portali (ad esempio il nodo A nella figura 10.50e). Con riferimento al nodo della figura 10.47, il puntone ha la seguente larghezza (FIB, 1999)

$$a = d_m \sin \theta$$

dove

d_m è il diametro del mandrino,

$\theta = \min(\theta_1; \theta_2)$, essendo θ_1 e θ_2 gli angoli che le armature formano con il puntone

e la tensione σ_c nel puntone risulta:

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a b}$$

dove b è lo spessore del nodo.

Per nodi con tiranti ortogonali ($\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$) (fig. 10.48) la tensione di compressione nel calcestruzzo è data dalla seguente espressione

$$\sigma_c = \frac{\max F_t}{b d_m \sin \theta_1 \cos \theta_1} = \frac{\max F_t}{b d_m \sin \theta_2 \cos \theta_2}$$

dove $\max F_t = \max (F_{t1}; F_{t2})$ e $\sin \theta_1 \cos \theta_1 = \sin \theta_2 \cos \theta_2$, essendo in questo caso θ_1 e θ_2 angoli complementari.

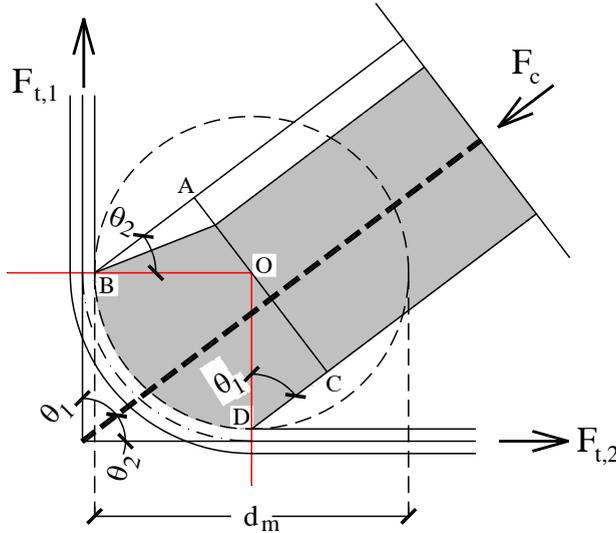


Figura 10.48 Nodo CTT con tiranti ortogonali ($\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$).

Quest'ultima espressione si ricava immediatamente da quella generale nel seguente modo. Sia $\theta_1 < \theta_2$, allora $F_{t1} = \max F_t$ e $F_c = F_{t1} / \cos \theta_1 = \max F_t / \cos \theta_1$; sostituendo quest'ultima relazione e l'espressione di a ($a = d_m \sin \theta$) in

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a b}$$

si ottiene

$$\sigma_c = \frac{\max F_t}{b(d_m \sin \theta_1) \cos \theta_1}$$

In conclusione per la verifica occorrerà controllare che sia $\sigma_c \leq \sigma_{3Rd,max}$, dove σ_c è la tensione corrispondente alle azioni di progetto.

I raggi di curvatura ed i diametri dei mandrini devono essere conformi al p.to [8.3], come illustrato nel cap. 12. Per limitare gli sforzi trasversali di trazione dovuti alla diffusione nel piano ortogonale (ossia nella direzione dello spessore), è bene che l'armatura principale sia distribuita uniformemente sullo spessore; in ogni caso eventuali sforzi di trazione trasversali possono essere assorbiti da apposite armature (vedi par. 10.10.4.1).

I nodi con tiranti posti in direzioni ortogonali sono tipici delle travi (figura 10.49). L'ancoraggio delle barre longitudinali è essenzialmente garantito dal puntone diagonale di calcestruzzo in combinazione con le armature trasversali (staffe). La lunghezza $l_{b,net}$ del tratto di intersezione tra il puntone e l'armatura flessionale si assume estesa su ogni lato dell'armatura trasversale di non più di 6 volte il diametro delle barre longitudinali (figura 10.49) (AASHTO, 2007).

Se le barre trasversali (cioè le staffe verticali che formano il tirante F_{t3} nella figura 10.49) sono distribuite su un tratto sufficientemente lungo dell'armatura principale, il nodo è del tipo "diffuso" e non occorre eseguire la verifica. Viceversa quando le staffe sono molto ravvicinate, la necessità di ancorare grossi sforzi di trazione su un tratto molto breve produce elevati sforzi di compressione nella biella diagonale di calcestruzzo.

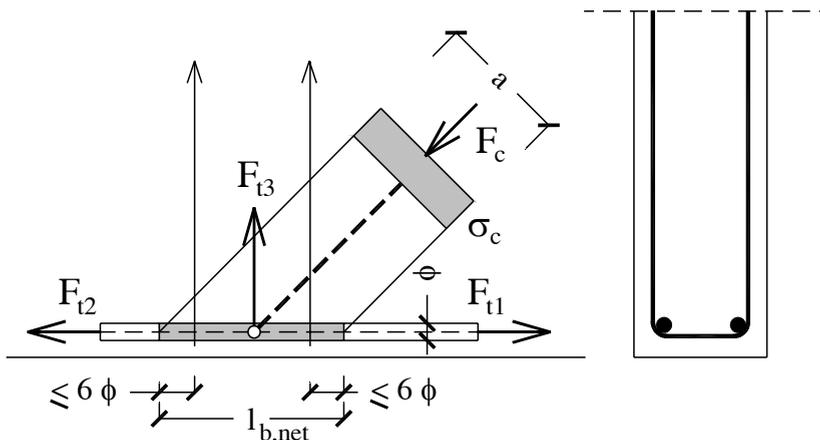


Figura 10.49 Nodi con tiranti posti in direzioni ortogonali.

L'ancoraggio dell'armatura nei nodi compressi - tesi, come quello su un appoggio di estremità, inizia sulla faccia interna del nodo, figura 10.30. La lunghezza di ancoraggio si estende per l'intera lunghezza del nodo ed in certi casi l'armatura può essere ancorata dietro il nodo.

Indicazioni sugli ancoraggi e sulle piegature delle armature sono contenute ai p.ti [8.4] e [8.6], trattati nel cap. 12.

10.10.6 Incremento di resistenza dei nodi e nodi confinati

Le tensioni resistenti di progetto nei nodi possono essere aumentate del 10 % se si verifica almeno una delle seguenti condizioni [p.to 6.5.4(5)]:

1. presenza di compressione triassiale,
2. tutti gli angoli tra tiranti e puntoni sono maggiori o uguali a 55° ,
3. le tensioni agli appoggi o in corrispondenza di carichi concentrati sono uniformi ed il nodo è confinato con staffe,
4. le armature sono distribuite su più strati,
5. il nodo è confinato in modo affidabile con particolari dispositivi di appoggio o per attrito (EC2 non fornisce nessuna indicazione sul grado di vincolo richiesto).

È il caso di sottolineare come l'incremento di resistenza dei nodi nei casi appena elencati non dia nessun beneficio se la resistenza del modello S&T è governata dalla resistenza dei puntoni.

Per i nodi soggetti ad uno stato di compressione triassiale, nota la distribuzione del carico in tutte e tre le direzioni, si può assumere come resistenza di progetto quella del calcestruzzo confinato:

$$f_{cd,c} = \frac{f_{ck,c}}{\gamma_C}$$

dove
$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1,00 + 5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad \text{per } \sigma_2 \leq 0,05 \cdot f_{ck} \quad [(3.24)]$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1,125 + 2,50 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad \text{per } \sigma_2 > 0,05 \cdot f_{ck} \quad [(3.25)]$$

essendo σ_2 la tensione di compressione laterale efficace allo SLU.

Il prospetto 10.13 fornisce i valori del rapporto tra la resistenza caratteristica $f_{ck,c}$ del calcestruzzo confinato e quella f_{ck} del calcestruzzo non confinato al variare di σ_2/f_{ck} . Si noti come una compressione laterale pari a solo il 5% di f_{ck} , fornisca un incremento di resistenza del 25 % rispetto allo stato di compressione monoassiale.

Prospetto 10.13 Rapporto tra la resistenza caratteristica del calcestruzzo confinato e quella del calcestruzzo non confinato al variare di σ_2/f_{ck} .

σ_2/f_{ck}	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55
$f_{ck,c}/f_{ck}$	1,25	1,375	1,625	1,875	2,125	2,375	2,5

In ogni caso la resistenza di progetto del nodo non dovrà superare il seguente valore massimo

$$\sigma_{Rd,max} = k_4 v' f_{cd} = 3 \cdot 0,83 \cdot f_{cd} = 2,5 f_{cd} \quad [\text{p.to 6.5.4(6)}]$$

10.11 Angoli di portali

Gli angoli dei portali sono caratterizzati dalla presenza di una discontinuità geometrica associata alla brusca variazione della direzione dell'asse: si passa dalla direzione orizzontale della trave a quella verticale del pilastro.

Ipotizzando le sezioni del pilastro e della trave di uguale altezza ed analizzando inizialmente il caso teorico di sola flessione, sulla sezione diagonale AB del nodo si registrano tensioni normali σ_1 di compressione sul bordo esterno e di trazione su quello interno (fig. 10.50b). Sulle giaciture ortogonali ad AB si hanno inoltre tensioni normali σ_2 , che sono di compressione se il momento è positivo, ossia se tende ad aprire il nodo (fig. 10.50c), e di trazione se il momento è negativo e tende a chiudere il nodo. Il segno delle tensioni σ_2 risulta evidente se si analizza lo stato di sollecitazione attraverso i semplici modelli S&T mostrati nella figura 10.50d e nella figura 10.50f: dall'equilibrio dei nodi A e B in direzione AB risulta che per $M > 0$ l'asta diagonale AB è tesa ($\sigma_2 > 0$), mentre per $M < 0$ essa risulta compressa ($\sigma_2 < 0$).

Per $M > 0$ il nodo tende a rompersi con la formazione di fessure ortogonali ad AB (figura 10.50e), pertanto occorre disporre un'ideale staffatura parallela ad AB. Tuttavia questa armatura non è in grado di trattenere anche il calcestruzzo del copriferro sul bordo esterno del nodo, che per elevati sforzi di compressione, ossia valori elevati del momento flettente, può staccarsi (figura 10.51). Per questo motivo, quando si progetta un nodo soggetto a momento positivo, nelle verifiche è consigliabile trascurare il calcestruzzo del copriferro.

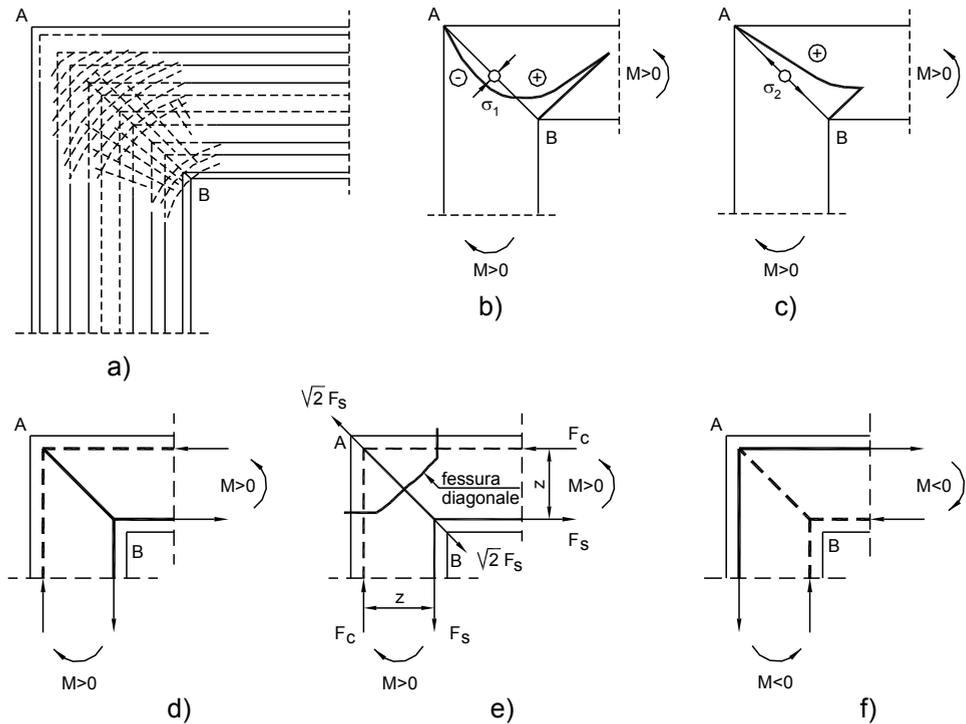


Figura 10.50 Angolo di portale soggetto a *momento flettente positivo*: a) linee isostatiche, b) tensioni normali di trazione parallele alla diagonale, c) tensioni normali sulla sezione diagonale, d) modello S&T, e) fessura diagonale. Oppure a *momento flettente negativo*: f) modello S&T.



Figura 10.51 Rottura del copriferro dell'angolo di un portale soggetto a momento flettente positivo (Nilsson, 1973).

10.11.1 Angoli di portali soggetti a momenti flettenti negativi

In presenza di momento flettente negativo e per altezze delle sezioni della trave e del pilastro paragonabili ($2/3 < h_1/h_2 < 3/2$), lo stato di sforzo del nodo può essere analizzato con il modello S&T della figura 10.52. Se tutta l'armatura tesa è piegata intorno all'angolo, non è necessario verificare le armature di collegamento (staffe) o le lunghezze di ancoraggio all'interno del nodo. Il modello rappresenta un affinamento di quello della figura 10.50f: il puntone diagonale AB è infatti scomposto in due puntone per seguire meglio l'andamento dell'armatura tesa.

Nello scrivere le equazioni di equilibrio occorre considerare anche il taglio nella trave, nonché lo sforzo normale ed il taglio nel pilastro. Il taglio nella trave e lo sforzo normale nel pilastro compaiono insieme agli sforzi F_{t2} e F_{c2} nell'equilibrio alla traslazione verticale, mentre il taglio nel pilastro compare insieme a F_{t1} e F_{c1} nell'equilibrio alla traslazione orizzontale.

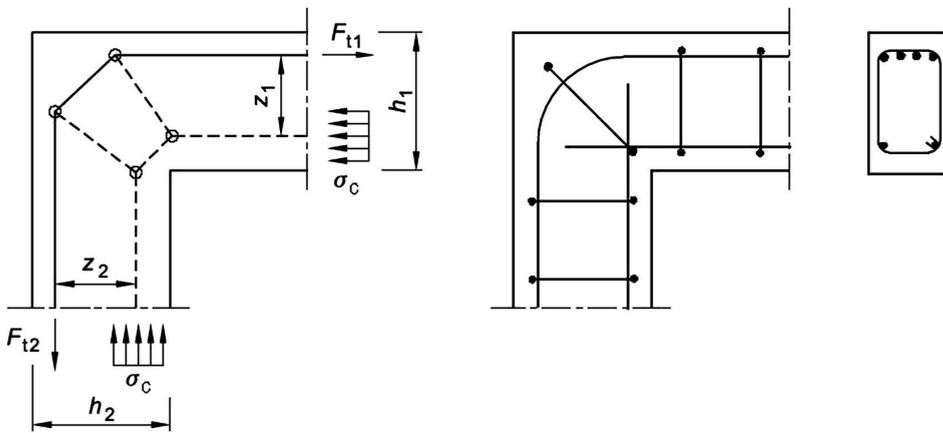


Figura 10.52 Modello ed armatura di un nodo trave-pilastro con $2/3 < h_1/h_2 < 3/2$ soggetto a momento negativo [Figura J.2a].

Se le altezze delle sezioni della trave e del pilastro sono molto diverse, il modello appena descritto non è applicabile, perché l'angolo tra il puntone diagonale e il tirante verticale risulterebbe eccessivamente piccolo. Il modello va pertanto modificato come indicato nella figura 10.53b e nella figura 10.54a, affinché l'angolo θ non sia superiore a 45° .

In particolare l'EC2 nell'appendice J [p.to J.2.2(3)] raccomanda valori di $\tan \theta$ compresi tra 0,4 e 1, ossia angoli θ compresi tra $21,8^\circ$ e 45° .

Si fa osservare che i tralicci S&T per il progetto di angoli di portali soggetti a momenti flettenti negativi sono gli stessi di quelli che si utilizzano per il progetto delle mensole tozze. Infatti lo stato di sforzo può essere analizzato considerando il nodo alla stregua di una mensola verticale incastrata nella sezione del pilastro posta a filo trave e caricata sull'estremo libero dalla forza concentrata trasmessa dall'armatura tesa della trave (figura 10.55).

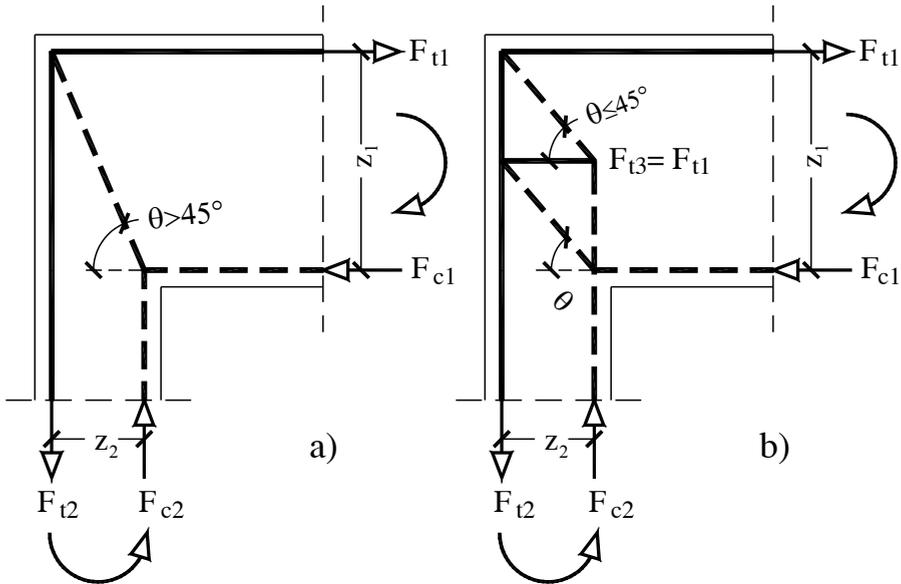


Figura 10.53 Modello S&T di un nodo soggetto a momento flettente negativo con $h_{trave} \gg h_{pil}$: a) modello non accettabile per l'eccessiva ampiezza dell'angolo θ e la piccola ampiezza dell'angolo tra il puntone diagonale e l'armatura tesa del pilastro; b) modello corretto.

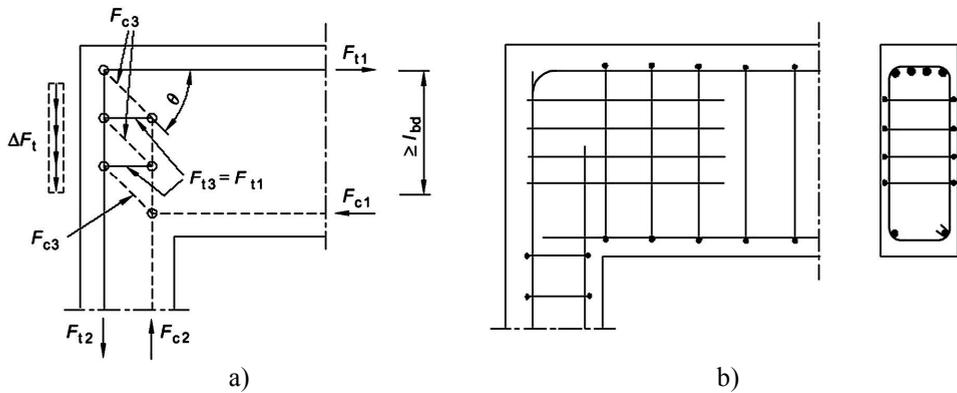


Figura 10.54 Modello S&T di un nodo con $h_{trave} \gg h_{pil}$ soggetto a momento flettente negativo (a) e relativa disposizione di armatura (b) [Figura J.2b].

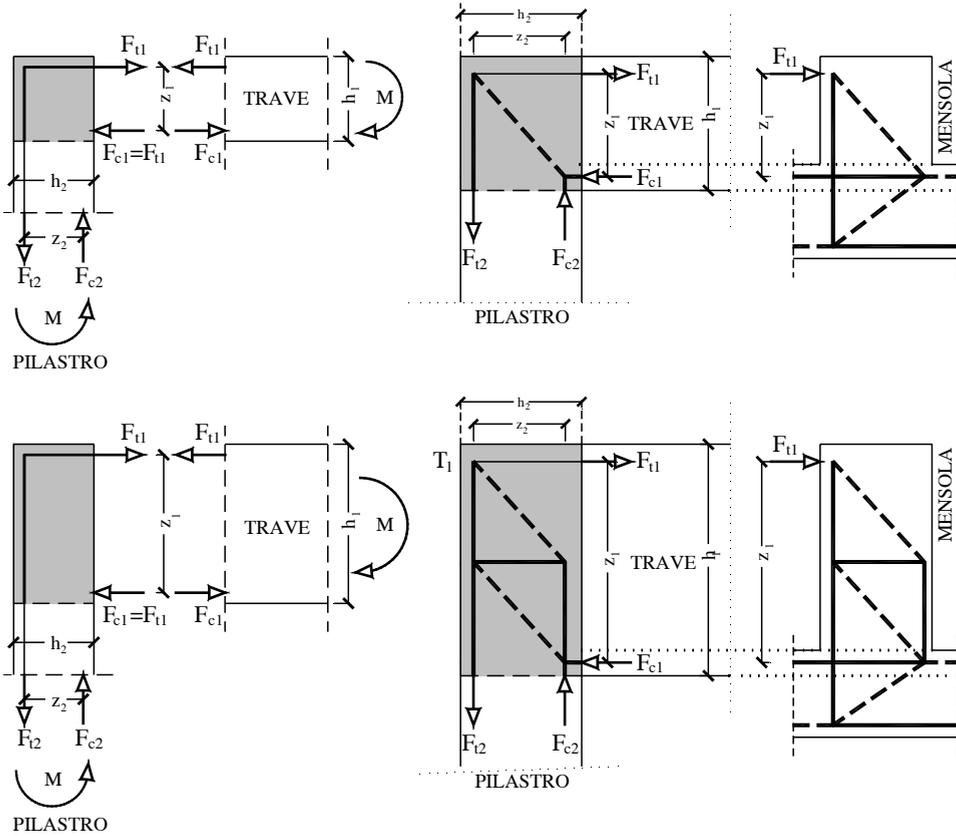


Figura 10.55 Modelli S&T per angoli di portali soggetti a momenti flettenti negativi: analogia con i modelli S&T di mensole tozze.

10.11.2 Angoli di portali soggetti a momenti flettenti positivi

10.11.2.1 Angoli di portali soggetti a moderati momenti flettenti positivi ($A_s / bh \leq 2\%$)

In presenza di moderati momenti flettenti positivi, lo stato di sforzo dell'angolo di un portale può essere determinato con riferimento al traliccio della figura 10.56, dove per sezioni della trave e del pilastro di uguale altezza, le armature inclinate formano un angolo di 45° con l'orizzontale⁶. In questa ipotesi lo sforzo in ciascuna delle due armature inclinate è pari allo sforzo nell'armatura tesa della trave e del pilastro (assunte uguali) divisa per $\sqrt{2}$: $F_t/\sqrt{2} \cong 0,7 F_t$.

⁶ In realtà, anche se le sezioni della trave e del pilastro hanno la stessa altezza, non è detto che i bracci delle coppie interne siano gli stessi, dipendendo questi ultimi anche dalla profondità della zona compressa di calcestruzzo.

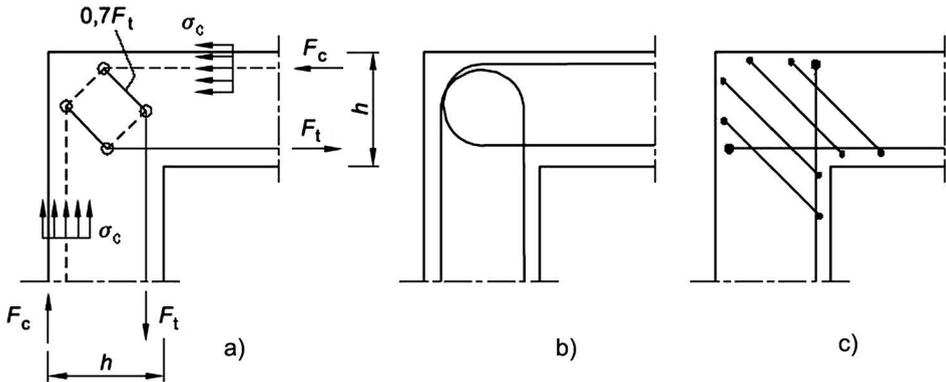


Figura 10.56 Angoli di portali soggetti a moderati momenti flettenti positivi: a) modello S&T, b) e c) dettagli costruttivi dell'armatura [Figura J.3].

Le armature possono essere disposte come mostrato nella figura 10.56b e c, ossia conformate a cappio oppure come due barre a U sovrapposte in combinazione con staffe inclinate.

10.11.2.2 Angoli di portali soggetti ad elevati momenti flettenti positivi ($A_s / bh \geq 2\%$)

Per valori elevati del momento flettente positivo, si può fare riferimento al traliccio della figura 10.57, che presenta un tirante diagonale F_{13} . Questo tirante attraversa le staffe della trave e del pilastro fino ai correnti compressi della trave e del pilastro, quindi le staffe gradualmente deviano lo sforzo di compressione nei correnti già prima della regione nodale; per questo motivo occorre rinforzare in modo adeguato le regioni di estremità di trave e pilastro adiacenti al nodo.

Il traliccio si può costruire con i seguenti passi: si sceglie la posizione dell'asta orizzontale 1-2; si traccia l'asta 2-4 inclinata di 45° che assorbe le trazioni presenti sullo spigolo interno; dal nodo 2 si manda la bisettrice dell'angolo 124 fino ad incontrare il tirante orizzontale in 5; infine da 5 si traccia il tirante inclinato di 45° fino ad incontrare in 3 l'asta 1-3 inclinata di α (scelto pari a $16,5^\circ$ nella figura 10.57) rispetto alla verticale. Si possono infine tracciare le altre aste del traliccio tenendo conto della simmetria rispetto al piano bisettore del nodo.

In presenza di solo momento flettente si ha $F_c = F_t$ e dall'equilibrio del nodo 1 risulta:

$$F_{11} = F_c \tan 16,5^\circ = F_t \tan 16,5^\circ \cong 0,3 F_t$$

$$C_{13} = F_c / \cos 16,5^\circ = F_t / \cos 16,5^\circ \cong 1,043 F_t \text{ (sforzo nel puntone 1-3)}$$

Passando poi a scrivere l'equilibrio del nodo 2 nella direzione 2-5 della bisettrice dell'angolo 124 , si ricava:

$$F_{13} = F_{11} = 0,3 F_t$$

infine per determinare il valore dello sforzo nel tirante 3-5 è sufficiente scrivere l'equilibrio del nodo 3 nella direzione 3-5:

$$F_{12} = C_{13} \cos 61,5^\circ = F_t \cos 61,5^\circ / \cos 16,5^\circ \cong 0,5 F_t$$

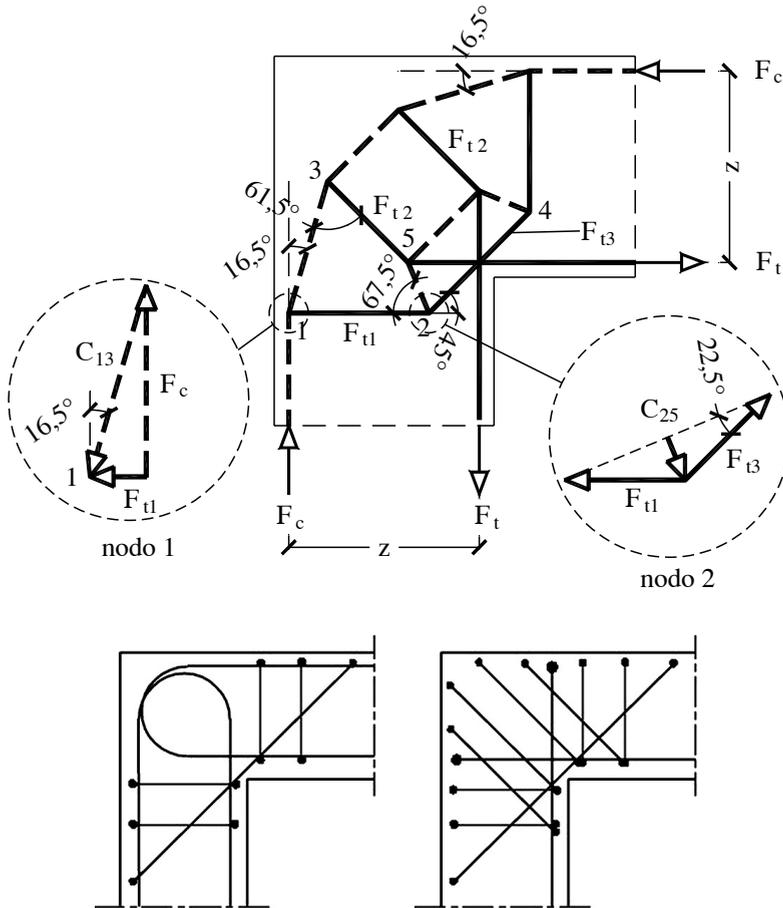


Figura 10.57 Angolo di portale soggetto ad elevato momento flettente positivo: modello S&T (in alto) e possibili disposizioni delle armature (in basso) [Figura J.4].

10.11.2.3 Efficienza dei nodi soggetti a momenti flettenti positivi

L'efficienza di un nodo è definita come il rapporto tra il momento resistente del nodo ed il momento resistente degli elementi – trave e pilastro - che vi convergono. Sperimentalmente i nodi con le armature del tipo mostrato nella figura 10.58a esibiscono un momento resistente pari a quello della trave senza deformarsi eccessivamente. In questi nodi le armature tese della trave e del pilastro sono dotate di uncini che confinano tutto il nodo e sono inoltre presenti barre diagonali. Secondo lo schema visto al par. 10.11.2.2 (fig. 10.57) lo sforzo nelle armature diagonali è pari alla metà di quello nelle armature longitudinali della trave. Le barre diagonali limitano l'ampiezza della fessura diagonale sullo spigolo interno e ne rallentano la propagazione all'interno del nodo. Viceversa i nodi dotati delle armature mostrate nella figura 10.58b e c hanno una bassa efficienza: per rapporti geometrici di armatura della trave dell'ordine dell'1% sono in grado di trasmettere solo il 25 ÷ 35 % del momento resistente (Nilsson & al., 1976).

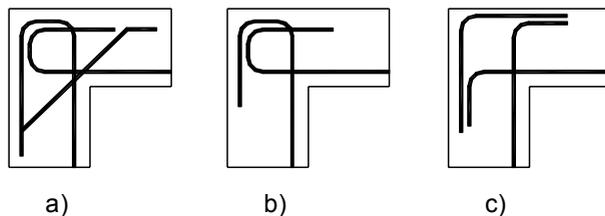


Figura 10.58 Efficienza dell'angolo di un portale soggetto a momento flettente positivo in funzione della tipologia di armatura: a) 100 %, b) e c): 25 ÷ 35 %.

10.12 Esempi

10.12.1 Esempio 1 – Trave parete su due appoggi soggetta a carico uniformemente distribuito di 280 kN/m

Si progetti una trave parete di dimensioni 8000×5500×300 mm, soggetta ad un carico uniformemente distribuito di 280 kN/m, da intendersi come carico di progetto allo SLU comprensivo del peso proprio della parete. La trave poggia su due pilastri di 300×500 mm; il calcestruzzo è di classe C25/30 e l'acciaio è del tipo B450C.

Materiali: calcestruzzo C25/30 $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$, acciaio B450C $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$

Resistenza di progetto del calcestruzzo

$$f_{cd} = \frac{0,85 f_{ck}}{1,5} = \frac{0,85 \cdot 25}{1,5} = 14,17 \text{ N/mm}^2$$

Resistenza di progetto dell'acciaio

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{450}{1,15} = 391,3 \text{ N/mm}^2$$

Resistenza a compressione nodi

Dal prospetto 10.10 si hanno le seguenti resistenze per i nodi:

$$\text{nodi CCC: } \sigma_{1Rd, \max} = 11,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{nodi CCT: } \sigma_{2Rd, \max} = 10,00 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{nodi CTT: } \sigma_{3Rd, \max} = 8,82 \text{ N/mm}^2$$

Definizione della geometria del modello S&T

Come già anticipato al par. 10.6.3, il Model Code 1990 (6.8.2.1) suggerisce di adottare un braccio della coppia interna pari a 0,6 ÷ 0,7 volte la luce della trave, ma non superiore al braccio di leva di una trave snella con la stessa luce: (0,6 ÷ 0,7) $L \leq 0,67 H$. Nel presente caso si ha:

$$L = 8000 \text{ mm (lunghezza totale),}$$

$$L' = 7500 \text{ mm (distanza tra gli assi dei pilastri),}$$

$$H = 5500 \text{ mm,}$$

$$(0,6 \div 0,7) L' = (4500 \div 5250) \text{ mm,}$$

$$0,67 H = 3685 \text{ mm.}$$

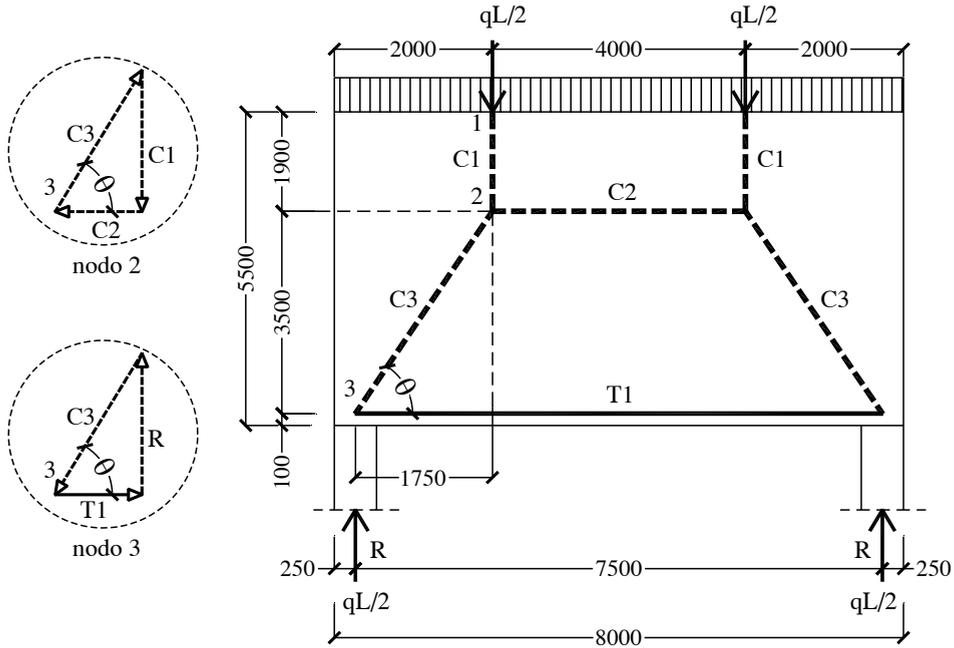


Figura 10.59 Modello S&T della trave parete.

Si adotta: $z = 3500 \text{ mm}$ ($\cong 0,64 H$), a cui corrisponde una quota del puntone C_2 , misurata dall'intradosso della trave, pari a: $100 + 3500 = 3600 \text{ mm}$.

Reazioni dei pilastri

Risulta:

$$R = q L / 2 = 280 \cdot 8,00 / 2 = 1120 \text{ kN}$$

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio (cfr. prospetto 10.7)

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = \frac{q L}{2} = 1120 \text{ kN}$$

Equilibrio nodo 3

$$C_3 = \frac{R}{\text{sen}\theta} = 1252 \text{ kN} \quad \text{dove } \theta = \text{arctg} \frac{3500}{1750} = 63,43^\circ \geq 45^\circ,$$

$$T_1 = C_3 \cos \theta = \frac{R}{\tan \theta} = 560 \text{ kN}$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 = C_3 \cos \theta = T_1 = 560 \text{ kN}$$

Progetto del tirante

Le armature del tirante inferiore vengono disposte su un'altezza pari a 200 mm; è necessario adottare un'area di acciaio non inferiore a:

$$A_{s1} \geq \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{560000}{391,3} = 1431 \text{ mm}^2$$

si adottano $6\phi 18 = 1524 \text{ mm}^2$ disposti su tre file.

Verifica del nodo 3 sull'appoggio sinistro

La geometria del nodo è univocamente definita dalla larghezza del pilastro, dallo spessore della parete (300 mm), dall'altezza del tratto sul quale sono distribuite le armature inferiori e dall'inclinazione del puntone C_3 .

Il nodo 3 è un nodo compresso-teso con armature ancorate in una sola direzione (nodo CCT), pertanto occorre verificare che la massima compressione nel calcestruzzo non superi il valore

$$\sigma_{2Rd,max} = 10,00 \text{ N/mm}^2$$

con riferimento alla figura 10.60 risulta

$$\sigma_{c1} = \frac{1120000}{300 \cdot 500} = 7,47 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd,max}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{1252000}{300 \cdot (200 \cdot \cos \theta + 500 \cdot \sin \theta)} = 7,78 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd,max}$$

dove 200 mm è l'altezza u del nodo, tenuto conto del numero e dell'interasse verticale delle armature longitudinali.

Osservazione. Calcolata la tensione σ_{c1} , una stima approssimata della tensione σ_{c2} si può ottenere utilizzando il prospetto 10.12; per $u/a_1 = 200/500 = 0,4$ e per $\theta = 62,5^\circ$ si ha:

$$\sigma_{c2} / \sigma_{c1} = 1,05 \quad \rightarrow \quad \sigma_{c2} = 1,05 \cdot 7,47 = 7,84 \text{ N/mm}^2$$

questo valore è leggermente maggiore di quello calcolato sopra, perché relativo ad un valore dell'angolo θ di poco inferiore a quello effettivo di $63,43^\circ$.

Armatura minima sulle due facce della trave parete

Al p.to [9.7] EC2 raccomanda di prevedere su ciascuna faccia una rete di armature ortogonali, con una sezione minima pari a $A_{s,dbmin} = 0,001 A_c$, ma non minore di $150 \text{ mm}^2/\text{m}$ in ogni direzione.

La distanza s tra due barre adiacenti della rete deve rispettare la seguente limitazione:

$$s \leq \min(2t, 300 \text{ mm})$$

dove t è lo spessore della trave parete.

Nel presente caso si ha

$$A_{s,dbmin} = 0,001 A_c = 0,001 \cdot 300 \cdot 1000 = 300 \text{ mm}^2/\text{m} > 150 \text{ mm}^2/\text{m}$$

si adotta una rete $\phi 8 / 150 = 333 \text{ mm}^2 / \text{m}$ su ciascuna faccia

Le armature sulle due facce sono inoltre collegate da legature trasversali, per il progetto delle quali si possono seguire le regole valide per le pareti (vedi par. 12.2.5.3).

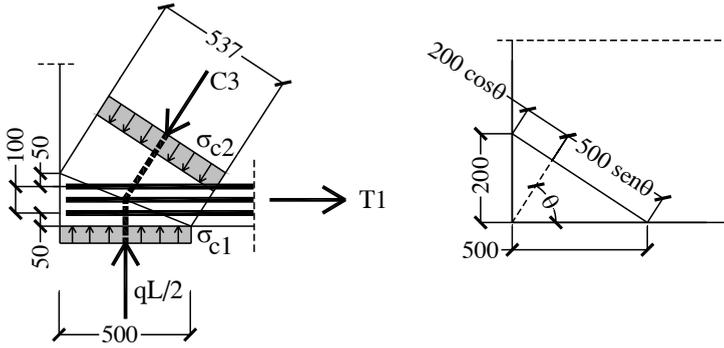


Figura 10.60 Nodo 3.

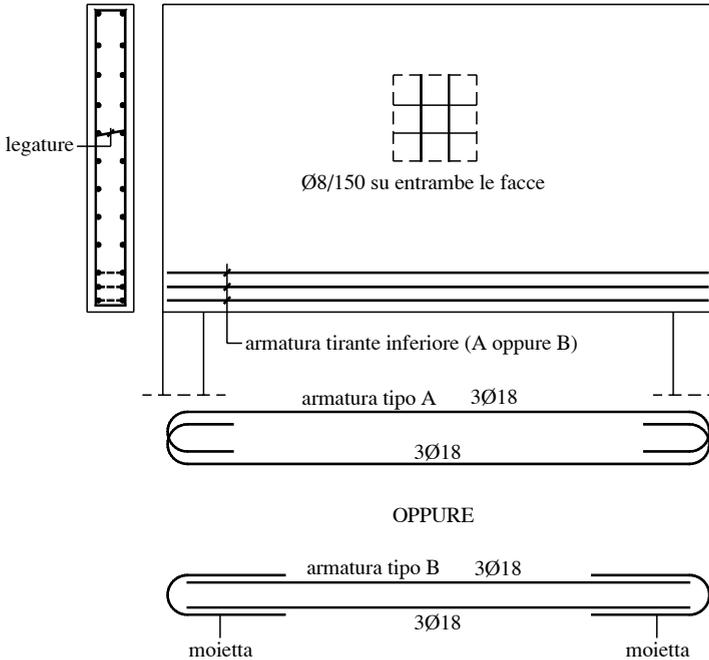


Figura 10.61 Schema delle armature della trave parete.

Per garantire l'equilibrio del nodo, le armature dei tiranti devono essere totalmente ancorate al di là dei nodi rialzando le barre, utilizzando piegature ad U o dispositivi di ancoraggio, a meno che non sia disponibile la lunghezza di ancoraggio l_{bd} tra il nodo e l'estremità della trave. Nel presente caso le barre del tirante inferiore non possono essere ancorate in rettilineo perché non c'è lo spazio necessario; questa soluzione sarebbe ad esempio applicabile se i pilastri fossero spostati verso l'interno invece di essere allineati con i fili esterni della trave. Di conseguenza occorre adottare barre conformate ad esempio come in figura 10.61, ossia barre dotate di un gancio a U oppure barre diritte sovrapposte a moiette.

10.12.2 Esempio 2 – Trave parete su due appoggi soggetta a carico uniformemente distribuito di 380 kN/m

Si ripeta il progetto della trave parete dell'Esempio 1 in presenza di un carico di progetto allo SLU di 380 kN/m.

Tutte le grandezze risultano incrementate del coefficiente $380/280 \cong 1,36$; in particolare lo sforzo nel tirante vale

$$T_1 = 560 \cdot 1,36 \cong 760 \text{ kN}$$

e quindi il quantitativo di acciaio richiesto risulta pari a

$$A_{s1} \geq \frac{760000}{391,3} = 1942 \text{ mm}^2$$

si adottano $8\phi 18 = 2032 \text{ mm}^2$ disposti su quattro file.

Per quanto riguarda la verifica del nodo 3, risulta:

$$\sigma_{c1} = \frac{1120000 \cdot 1,36}{300 \cdot 500} = 10,15 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{2Rd,max}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{1252000 \cdot 1,36}{300 \cdot (250 \cdot \cos \theta + 500 \cdot \sin \theta)} = 10,15 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{2Rd,max}$$

dove nel calcolo di σ_{c2} è stata assunta un'altezza u del tratto di diffusione delle armature di 250 mm e non di 200 mm, essendo presente uno strato di armatura in più rispetto all'Esempio 1. Sia la tensione σ_{c1} sia la tensione σ_{c2} sono superiori alla resistenza di progetto $\sigma_{2Rd,max}$.

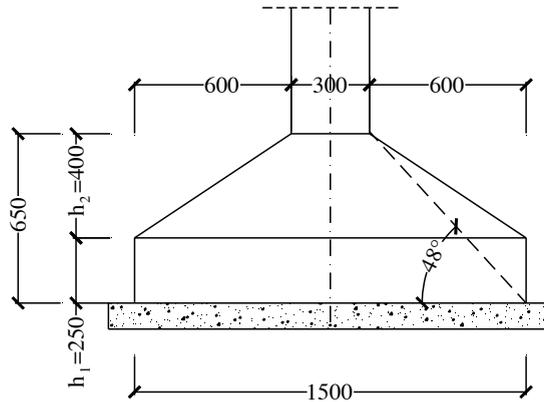
Affinché risulti $\sigma_{c2} \leq \sigma_{2Rd,max}$ si potrebbero distribuire gli strati di armatura su un'altezza maggiore, ma il problema rimarrebbe per σ_{c1} , a meno di non aumentare la larghezza della sezione del pilastro. Tuttavia, essendo tutti gli angoli tra i puntoni ed i tiranti maggiori di 55° ($\theta = 63,43^\circ$), si può incrementare del 10% la resistenza dei nodi [p.to 6.5.4(5)] (vedi par. 10.11.2.3). Alla luce di questo fatto, la verifica si può ritenere soddisfatta senza apporre nessuna modifica alla geometria del nodo.

10.12.3 Esempio 3 – Plinto tozzo di un pilastro a sezione quadrata

Si progetti l'armatura di un plinto tozzo ($1500 \times 1500 \times 650 \text{ mm}$) di un pilastro a sezione quadrata di $300 \times 300 \text{ mm}$; il pilastro sia soggetto ad uno sforzo normale di 400 kN ($G_k = 280 \text{ kN}$, $Q_k = 120 \text{ kN}$). Si consideri sia il caso con eccentricità nulla sia quello con eccentricità pari a 0,25 m o a 0,20 m. I materiali sono i seguenti: calcestruzzo di classe C25/30 ed acciaio B450C.

Carichi:

- permanenti: $G_k = 280 \text{ kN}$ (tutti i permanenti non strutturali si ipotizzano compiutamente definiti e pertanto ad essi si applica lo stesso coefficiente di sicurezza $\gamma_G = 1,3$ dei permanenti strutturali),
- variabili: $Q_k = 120 \text{ kN}$


Figura 10.62 Plinto tozzo.

Carico di progetto:

$$F_d = 1,3 G_k + 1,5 Q_k = 544 \text{ kN}$$

Materiali:

$$\text{calcestruzzo: } f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{acciaio: } f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

Caso a: eccentricità nulla (sforzo normale centrato)

$$N = F_d = 544 \text{ kN}$$

Se si ammette che il peso proprio e la reazione del terreno si compensino reciprocamente, la pressione di contatto da utilizzare per il calcolo degli sforzi interni è quella prodotta solo da N

$$p = N / A_{\text{base}} = 544 / 2,25 = 242 \text{ kN/m}^2 = 0,242 \text{ N/mm}^2;$$

la distanza del baricentro dell'armatura orizzontale dal lembo inferiore è pari a 50 mm⁷.

Geometria del traliccio

La figura 10.63 mostra il traliccio S&T spaziale del plinto soggetto al solo carico verticale N . Indicata con a la dimensione comune dei lati del pilastro, i vertici superiori dei quattro puntoni inclinati distano in pianta $a/4$ dalle facce del pilastro e in altezza $a/4$ dalla sezione di base del pilastro. I vertici inferiori sono posti alla stessa quota delle armature inferiori e distano $b/4$ da tutti e quattro gli spigoli della base del plinto (b è il lato di base del plinto).

Il traliccio spaziale può essere scomposto in due tralicci piani disposti secondo le diagonali del plinto (fig. 10.63b), soggetti ciascuno alla metà del carico verticale. Gli sforzi nei quattro puntoni inclinati, uguali tra di loro, risultano pertanto pari a:

$$C_{1,2,3,4} = (N/4) / \text{sen} \theta_{\text{diag}}$$

dove θ_{diag} è l'angolo di inclinazione dei quattro puntoni rispetto al piano orizzontale.

⁷ Il copriferro minimo per un plinto di fondazione è pari a 40 mm (vedi cap. 3); adottando per le barre inferiori un diametro non superiore a 20 mm, la distanza minima tra il baricentro delle barre e la base del plinto non sarà inferiore a $10 + 40 = 50$ mm.

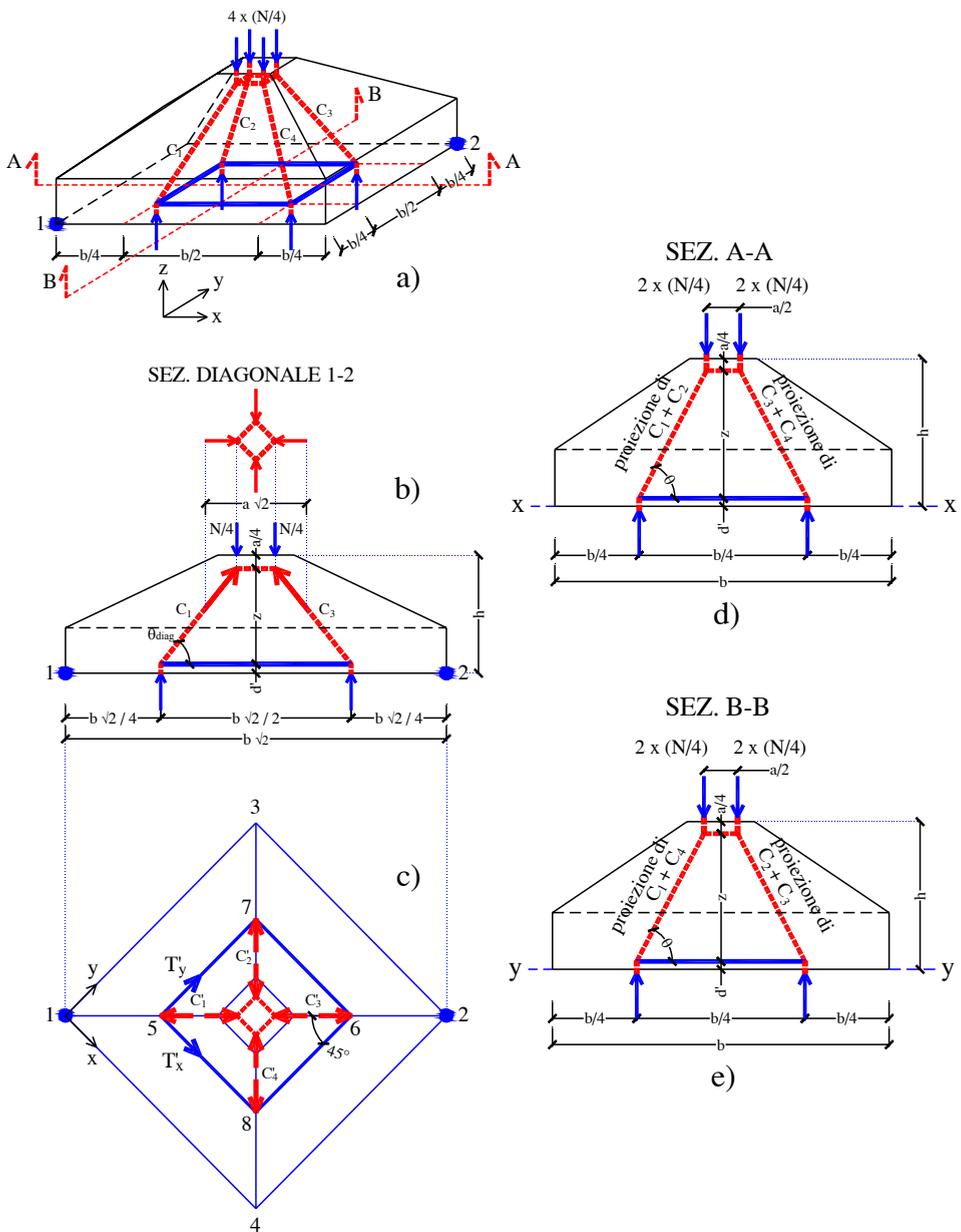


Figura 10.63 Modello S&T di un plinto tozzo con carico centrato.

Lo sforzo di trazione nelle armature si ottiene proiettando sul piano orizzontale gli sforzi nei puntone inclinati e scomponendo le proiezioni nelle due direzioni x e y . Per esempio con riferimento al puntone C_1 , indicata con C_1' la sua proiezione sul piano orizzontale (fig. 10.63c), si ha:

$$T'_x = T'_y = C_1' \cos 45^\circ = (C_1 \cos \theta_{diag}) \cos 45^\circ = \frac{N/4}{\tan \theta_{diag}} \cos 45^\circ$$

ed essendo

$$\tan \theta_{diag} = \frac{z}{(b-a)\sqrt{2}} = \frac{4z}{(b-a)\sqrt{2}}$$

risulta

$$T'_x = T'_y = \frac{N}{4} \frac{(b-a)\sqrt{2}}{4z} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{N(b-a)}{16z}$$

Lo sforzo complessivo T_x nelle armature poste in direzione x (tiranti 5-8 e 6-7 in figura 10.63c) si ottiene quindi moltiplicando per due il risultato ottenuto

$$T_x = 2T'_x = \frac{N(b-a)}{8z}$$

e lo stesso risultato vale per lo sforzo complessivo T_y , nei tiranti 5-7 e 6-8 in direzione y .

Allo stesso risultato si perviene più semplicemente se si considerano i tralicci delle figure 10.63d ed e, ottenuti proiettando le aste del traliccio spaziale sulle sezioni A-A e B-B parallele ai lati del plinto. Questi tralicci consentono un calcolo rapido degli sforzi nelle armature, infatti dall'equilibrio alla rotazione (fig. 10.64) si ha:

$$T_1 = T_x = T_y = \frac{N}{2} \cdot \frac{(b-a)}{4z}$$

ma i puntone che vi compaiono sono fittizi, essendo solo le proiezioni dei puntone effettivi del traliccio spaziale.

Tutto ciò premesso si passa al progetto delle armature del plinto, con riferimento al modello S&T piano della figura 10.64.

Geometria del traliccio piano

Si divide lo sforzo N in due parti uguali, che vengono applicate in modo simmetrico a distanza $a/4$ dall'asse del pilastro, dove a è il lato del pilastro. I nodi 2 e 3 sono posti sulla retta di azione delle due forze $N/2$ e distano $a/4$ dall'estradosso del plinto (fig. 10.64).

Il braccio di leva e l'inclinazione delle bielle C_1 rispetto all'orizzontale valgono

$$z = d - a / 4 = 600 - 75 = 525 \text{ mm}$$

$$\theta = \arctan \frac{z}{(b-a)/4} = \frac{525}{(1500-300)/4} = 60,25^\circ$$

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = \frac{N/2}{\sin \theta} \cong 313 \text{ kN}$$

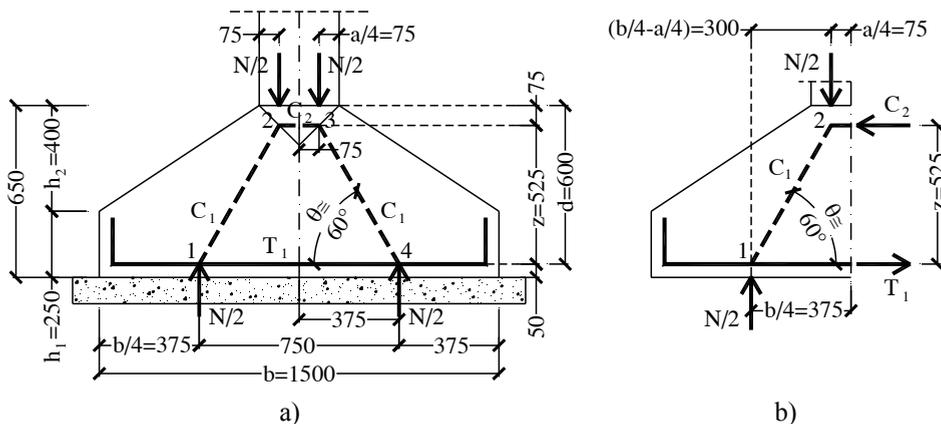


Figura 10.64 Modello S&T ottenuto sezionando indifferentemente secondo A-A o B-B il plinto; il tirante T_1 rappresenta lo sforzo T_x se si considera la sez. A-A e lo sforzo T_y se si considera la sez. B-B.

$$T_1 = \frac{N/2}{\tan \theta} = 155 \text{ kN}$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 = C_1 \cos \theta = T_1 = 155 \text{ kN}$$

Progetto del tirante

È necessario adottare un'area di acciaio non inferiore a

$$A_{s1} \geq \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{155000}{391,3} = 396 \text{ mm}^2$$

si adottano $4\phi 12 = 452 \text{ mm}^2$.

Essendo $T_1 = (N/2) / \tan \theta$ e $\tan \theta = z / [(b-a)/4]$, l'area del tirante può essere espressa anche nella seguente forma

$$A_{s1} \geq \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{N/2}{\tan \theta \cdot f_{yd}} = 0,125 \frac{N \cdot (b-a)}{z \cdot f_{yd}}$$

Caso b: eccentricità $e = 250 \text{ mm}$

$$N = F_d = 544 \text{ kN}$$

$$M = N e = 544 \cdot 0,25 = 136 \text{ kNm}$$

Essendo $e = b/6$, la pressione di contatto sul terreno ha un andamento triangolare con valore massimo pari a

$$p_{\max} = N / A_{\text{base}} + M / W_{\text{base}} = 544 / 2,25 + 136 / (1,50^3 / 6) = 484 \text{ kN/m}^2 = 0,484 \text{ N/mm}^2$$

come sopra la distanza del baricentro dell'armatura orizzontale dal lembo inferiore è pari a 50 mm.

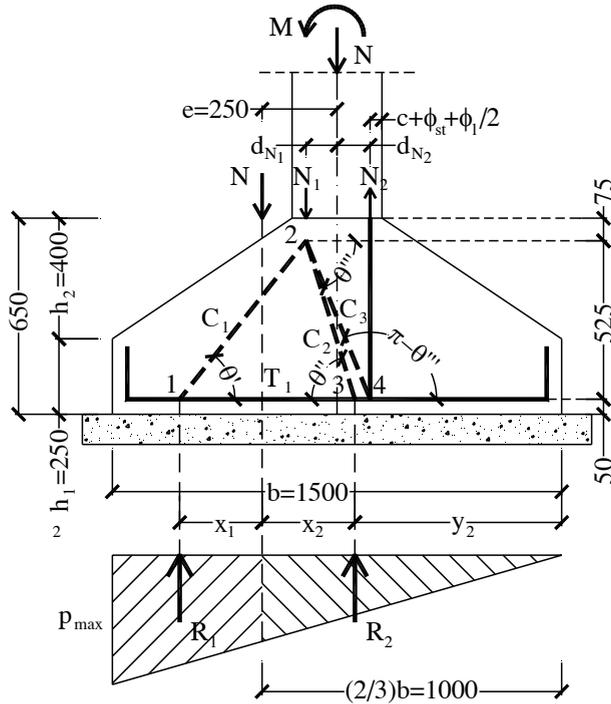


Figura 10.65 Modello S&T per pinto con carico eccentrico ($e = b/6$).

Geometria del traliccio

La risultante N_1 delle compressioni nella sezione di base del pilastro è posta a distanza $0,4 x$ dal lembo compresso della stessa sezione, dove x è la profondità dell’asse neutro a rottura.

La posizione della risultante delle trazioni N_2 è invece quella del baricentro delle armature tese nel pilastro: queste armature distano $c + \phi_{st} + \phi_l/2$ dal lembo teso della sezione, dove c è il copriferro, ϕ_{st} il diametro delle staffe e ϕ_l il diametro dei ferri longitudinali.

La retta di azione del carico eccentrico N divide il diagramma delle pressioni di contatto sul terreno in due parti di risultanti R_1 e R_2 .

Il nodo 1 e il nodo 3 sono individuati dall’intersezione delle rette di azione di R_1 e R_2 con l’asse del tirante inferiore T_1 ; il nodo 2 del traliccio si colloca sulla retta di azione di N_1 (risultante delle compressioni nella sezione di incastro del pilastro) a profondità $a/4$ dalla sezione di base del pilastro; infine il nodo 4 è dato dall’intersezione della retta di azione di N_2 (risultante delle trazioni nelle armature tese del pilastro) con il tirante inferiore T_1 .

Come per il caso di sforzo normale centrato, avendo posto il nodo 2 a distanza $a/4$ dall’estradosso del pinto, il braccio di leva risulta $z = 525$ mm.

Calcolo della posizione di N_2

Per il pilastro si ipotizza un copriferro di 25 mm, che sommato al diametro delle staffe e dei ferri verticali, fornisce una distanza del baricentro dei ferri verticali dalla faccia più vicina di 41 mm ($25 + 8 + 16/2$). L’altezza utile della sezione del pilastro è pertanto pari a

259 mm e la forza N_2 si colloca alla distanza $d_{N_2} = (150 - 41) = 109$ mm dall'asse del pilastro.

Calcolo della posizione di N_1

Si suppone che il pilastro sia dotato di armatura verticale simmetrica costituita da 4 ϕ 16 (una barra per ogni spigolo) e di staffe ϕ 8/200.

Si calcola la posizione dell'asse neutro a rottura imponendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse del pilastro; si utilizza il diagramma rettangolare ("stress-block") per la distribuzione delle tensioni di compressione nel calcestruzzo e si ipotizza che entrambi gli acciai siano snervati

$$(0,8 x) a f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = N$$

$$x = N / (0,8 a f_{cd}) = 544000 / (0,8 \cdot 300 \cdot 0,85 \cdot 25 / 1,5) = 160 \text{ mm}$$

$$x/d = 160 / 259 = 0,62 < 0,641 \rightarrow \text{acciaio teso snervato}^8$$

si può verificare facilmente che anche l'acciaio compresso è snervato, come ipotizzato nell'equazione di equilibrio.

La risultante delle compressioni nel calcestruzzo vale:

$$N_{1,cls} = 0,8 a x f_{cd} = 0,8 \cdot 300 \cdot 160 \cdot 14,17 = 544128 \text{ N}^9$$

mentre la risultante delle trazioni nelle armature vale

$$N_2 = A_s f_{yd} = 400 \cdot 391,3 = 156520 \text{ N}$$

che coincide anche con la risultante $N_{1,acc}$ delle compressioni nell'acciaio compresso.

Si ha infine:

$$N_1 = N_{1,cls} + N_{1,acc} = 544128 + 156520 = 700648 \text{ N}$$

Il momento resistente vale¹⁰

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= (0,8 x) a f_{cd} (h/2 - 0,4x) + A'_s f_{yd} (h/2 - d') + A_s f_{yd} (d - h/2) = \\ &= 0,8 \cdot 160 \cdot 300 \cdot 14,17 \cdot (150 - 0,4 \cdot 160) + 400 \cdot 391,3 \cdot (150 - 41) + 400 \cdot 391,3 \cdot \\ &(259 - 150) = 80916368 \text{ Nmm} \cong 80,92 \text{ kNm} \end{aligned}$$

La risultante delle compressioni nel calcestruzzo $N_{1,cls}$ dista $0,4x = 64$ mm dal bordo compresso, mentre quella nell'acciaio compresso $N_{1,acc}$ dista 41 mm; pertanto la risultante delle compressioni N_1 dista dal lembo compresso

$$(544128 \cdot 64 + 156520 \cdot 41) / (544128 + 156520) \cong 59 \text{ mm}$$

e la sua distanza dall'asse del pilastro è pari a $d_{N_1} = (150 - 59) = 91$ mm.

⁸ Il rapporto x/d è pari a 0,641 quando il calcestruzzo attinge la sua deformazione ultima del 3,5 ‰ e l'acciaio la sua deformazione al limite di elasticità ($\varepsilon_{el} = 1,96$ ‰, per $f_{yd} = 391,3$ N/mm² ed $E_s = 200000$ N/mm² – per il modulo di elasticità dell'acciaio è stato adottato il valore suggerito dalla EN1992-1-1 al p.to 3.2.7(4); le NTC 2008 al par. 11.3.4.1 indicano invece un valore di E_s pari a 210000 N/mm², a cui corrisponde una deformazione al limite di elasticità $\varepsilon_{el} = 1,86$ ‰).

⁹ $N_{1,cls}$ dovrebbe essere coincidente con $N = 544$ kN (essendo $A_s = A'_s$ ed entrambi gli acciai snervati); la piccola differenza è dovuta alle approssimazioni di calcolo.

¹⁰ Si ricorda che in presenza di sforzo normale il momento resistente va valutato con riferimento al baricentro geometrico della sezione di calcestruzzo.

Calcolo della posizione di R_1 e R_2

R_2 è la risultante del blocco triangolare di pressioni di contatto posto a destra della retta di azione del carico N

$$R_2 = [(2/3 b) \cdot (2/3 p_{\max}) \cdot b] / 2 = [1000 \cdot (2/3 \cdot 0,484) \cdot 1500] / 2 = 242000 \text{ N} = 242 \text{ kN}$$

La retta di azione di R_2 è posta a $(4/9 b)$ dallo spigolo destro

$$y_2 = 4/9 b = 667 \text{ mm}$$

e alla distanza x_2 dalla retta di azione di N

$$x_2 = (2/3 b) - y_2 = 1000 - 667 = 333 \text{ mm}$$

La risultante R_1 vale

$$R_1 = N - R_2 = 544 - 242 = 302 \text{ kN}$$

e la sua retta di azione può essere determinata dall'equilibrio alla rotazione intorno ad un punto posto sulla retta di azione del carico N (fig. 10.65)

$$R_1 \cdot x_1 = R_2 \cdot x_2$$

da cui:

$$x_1 = (R_2 / R_1) \cdot x_2 = (242 / 302) \cdot 333 = 267 \text{ mm}$$

Le distanze di R_1 e R_2 dall'asse del pilastro valgono, rispettivamente

$$d_{R1} = (x_1 + e) = 267 + 250 = 517 \text{ mm}$$

$$d_{R2} = (x_2 - e) = 333 - 250 = 83 \text{ mm}$$

Calcolo dell'inclinazione delle bielle

L'inclinazione della biella C_1 rispetto all'orizzontale vale

$$\theta' = \arctan \frac{z}{d_{R1} - d_{N1}} = \arctan \frac{525}{517 - 91} = 50,94^\circ > 45^\circ$$

mentre per le bielle C_2 e C_3 si ha:

$$\theta'' = \arctan \frac{z}{d_{R2} + d_{N1}} = \arctan \frac{525}{83 + 91} = 71,66^\circ > 45^\circ$$

$$\theta''' = \arctan \frac{z}{d_{N2} + d_{N1}} = \arctan \frac{525}{109 + 91} = 69,14^\circ > 45^\circ$$

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = \frac{R_1}{\text{sen}\theta'} = 389 \text{ kN}$$

$$T_{1(1-2)} = \frac{R_1}{\tan\theta'} = 245 \text{ kN} \text{ (sforzo nel tirante nel tratto 1-2)}$$

Equilibrio nodo 4

$$C_3 = \frac{N_2}{\text{sen}\theta'''} = 167 \text{ kN}$$

$$T_{1(3-4)} = \frac{N_2}{\tan\theta'''} = 60 \text{ kN} \text{ (sforzo nel tirante nel tratto 3-4)}$$

Progetto del tirante

Per il tirante T_1 è necessario adottare un'area di acciaio non inferiore a:

$$A_{s1} \geq \frac{T_{1(1-2)}}{f_{yd}} = \frac{245000}{391,3} = 626 \text{ mm}^2 \quad \text{si adottano } 6\phi 12 = 678 \text{ mm}^2.$$

Per il progetto delle armature nel piano ortogonale a quello di flessione, si adotta lo stesso modello S&T simmetrico utilizzato per il caso di eccentricità nulla.

La figura 10.66 mostra la disposizione schematica delle barre di armatura nel plinto.

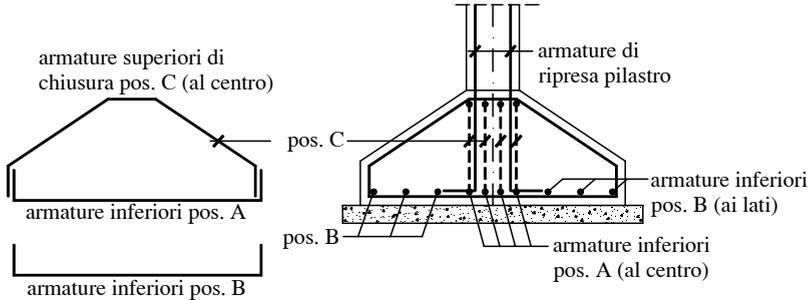


Figura 10.66 Disposizione schematica delle armature nel plinto di fondazione.

Caso c: eccentricità $e = 200 \text{ mm}$

Questo caso è simile al precedente; l'unica differenza significativa è rappresentata dalla forma del diagramma delle pressioni di contatto sul terreno che invece di essere triangolare è trapezia. Ci si limita pertanto a riportare nella figura 10.67 lo schema del traliccio resistente, essendo il procedimento di calcolo uguale a quello del caso $e=250 \text{ mm}$.

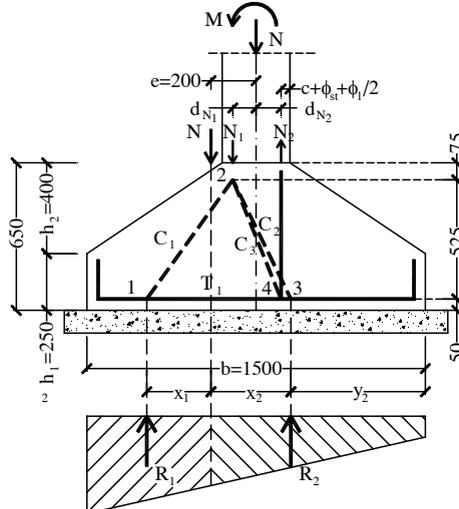


Figura 10.67 Modello S&T di plinto con carico eccentrico ($e < b/6$).

10.12.4 Esempio 4 – Plinto di fondazione su quattro pali

Identificare il modello S&T per il plinto di fondazione su pali mostrato nella figura 10.68, soggetto ad un carico verticale N_{Ed} e ad un momento M_{Ed} , determinare inoltre gli sforzi nelle aste del traliccio.

Si suppone che il trasferimento delle azioni del pilastro avvenga secondo il seguente schema: le azioni trasmesse dal pilastro sono trasferite nel piano π_1 (figura 10.68) fino ai piani π_2 e π_3 ad esso ortogonali e passanti per i pali.

Il trasferimento delle forze prosegue quindi all'interno di ciascuno dei piani π_2 e π_3 fino ai pali; il traliccio tiranti-puntone indicato nella figura 10.69 è relativo al trasferimento nel piano π_1 , mentre quelli nella figura 10.70 ai piani π_2 e π_3 .

Con riferimento al traliccio nel piano π_1 e nell'ipotesi che sia $M_{Ed} / L > N_{Ed} / 2$ ¹¹, si ha:
 compressione: $A' = (M_{Ed} / L + N_{Ed} / 2)$, trazione: $B' = (M_{Ed} / L - N_{Ed} / 2)$,

da cui:

su ogni palo compresso: $A = A' / 2$; su ogni palo teso: $B = B' / 2$

Di seguito si riportano le espressioni degli angoli indicati nelle figure 10.69 e 10.70:

$$\begin{aligned} \theta_{11} &= \arctg (h / e) \quad \text{nel piano } \pi_1, \\ \theta_{12} &= \arctg (h / f) \quad \text{nel piano } \pi_2, \\ \theta_{13} &= \arctg (h / l) \quad \text{nel piano } \pi_3. \end{aligned}$$

Il prospetto 10.14 riporta le espressioni degli sforzi nei tiranti, in funzione degli angoli θ_{11} , θ_{12} e θ_{13} e delle forze A , A' , B e B' nei pali.

La figura 10.71 mostra la disposizione schematica delle armature.

Prospetto 10.14 Forze nei tiranti dei modelli S&T del plinto su quattro pali.

Tirante	Forza
T_{10}	F_s ⁽¹⁾
T_{11}	$A' / \tan \theta_{11} = A' e / h$
T_{12}	$B' / \tan \theta_{12} = B' f / h$
T_{13}	A
T_{14}	$A / \tan \theta_{13} = A l / h$
T_{15}	$B / \tan \theta_{13} = B l / h$
T_{16}	B

⁽¹⁾ F_s = forza di trazione nelle armature del pilastro

¹¹ M_{Ed} e N_{Ed} indicano i moduli (senza segno) del momento flettente e del carico verticale.

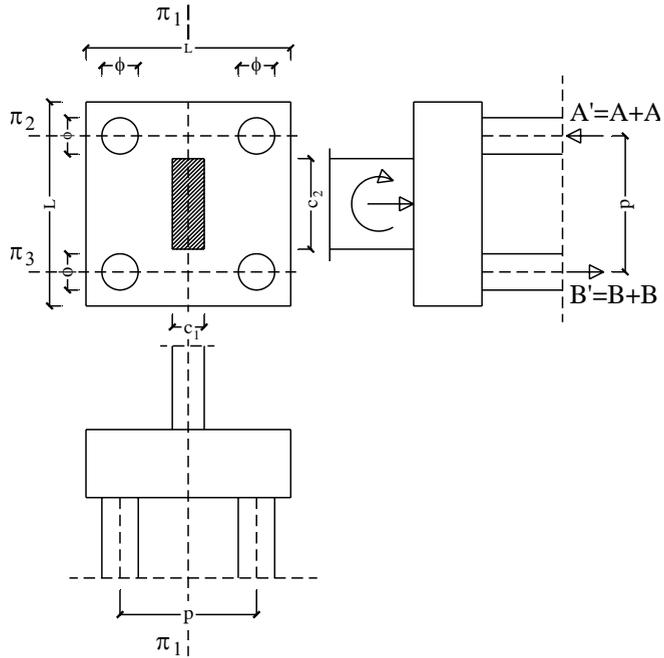


Figura 10.68 Plinto di fondazione su pali.

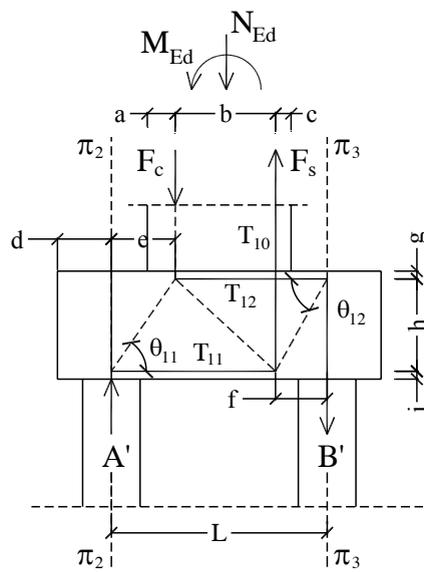


Figura 10.69 Modello S&T nel piano π_1 .

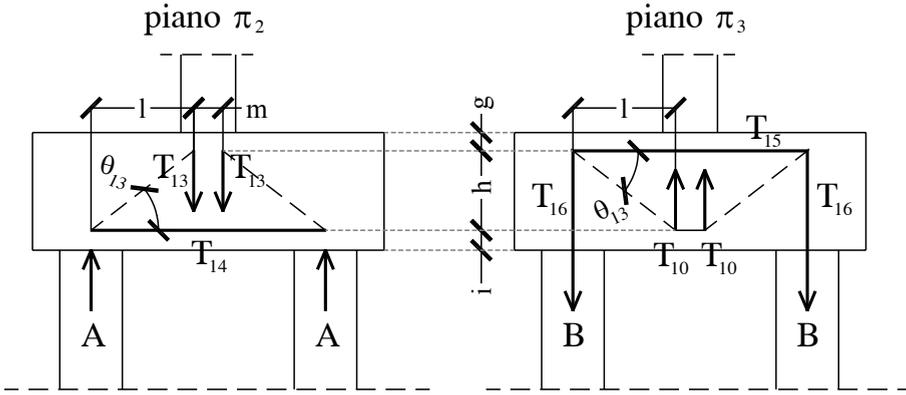


Figura 10.70 Modelli S&T nel piano π_2 e nel piano π_3 .

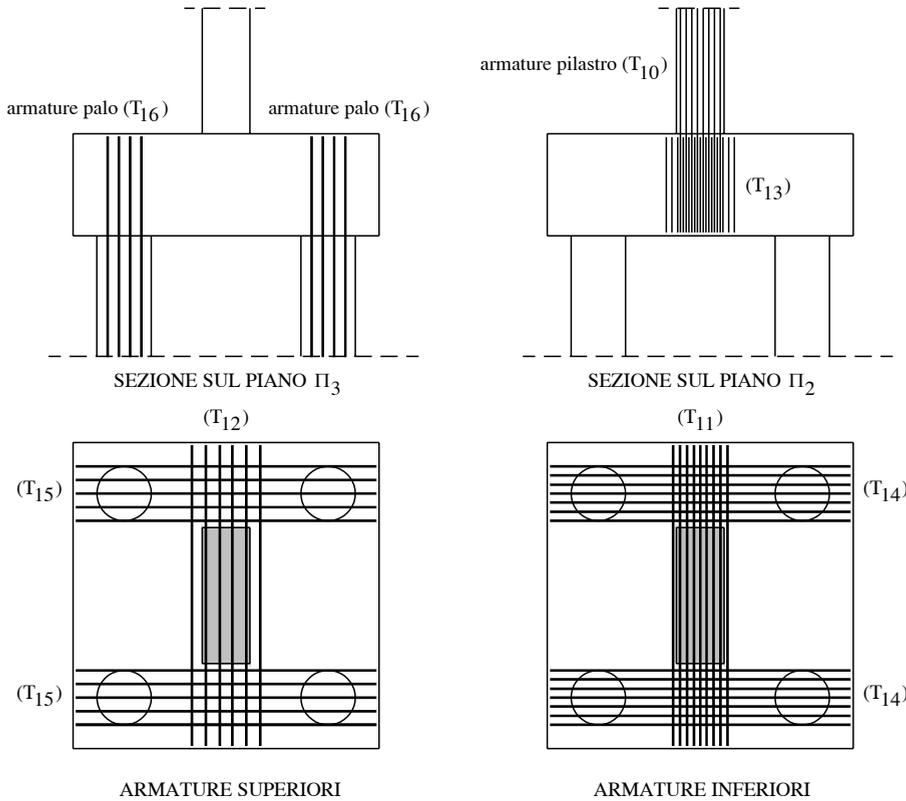


Figura 10.71 Disposizione schematica delle armature nel plinto su quattro pali.

10.12.5 Esempio 5 – Sella Gerber

Definire il modello S&T di una sella Gerber ed indicare la disposizione delle armature.

Per il progetto di una sella Gerber si possono considerare due diversi modelli S&T, che eventualmente possono essere combinati tra loro [p.to 10.9.4.6(1)]: un modello a) con armatura di sospensione verticale (fig. 10.72a) ed un modello b) con armatura inclinata (fig. 10.72b). Sebbene l'EC2 lasci la possibilità di utilizzare anche solo uno dei due tralicci e quindi una sola delle due disposizioni di armatura, il progetto con uno solo dei due modelli non risulta soddisfacente.

Infatti se si utilizza solo il traliccio a) occorre prevedere un'armatura longitudinale superiore alla quale ancorare il tirante verticale 3-4 della figura 10.72a, nonché aggiungere le armature di confinamento del puntone inclinato C_1 . Se viceversa si utilizza il modello b) si lascia completamente privo di armature il bordo inferiore della sella, il cui comportamento risulta pertanto carente in esercizio.

Il progetto delle armature può essere eseguito più correttamente combinando tra loro i due tralicci, affidando per esempio a ciascuno il 50 % della reazione della sella.

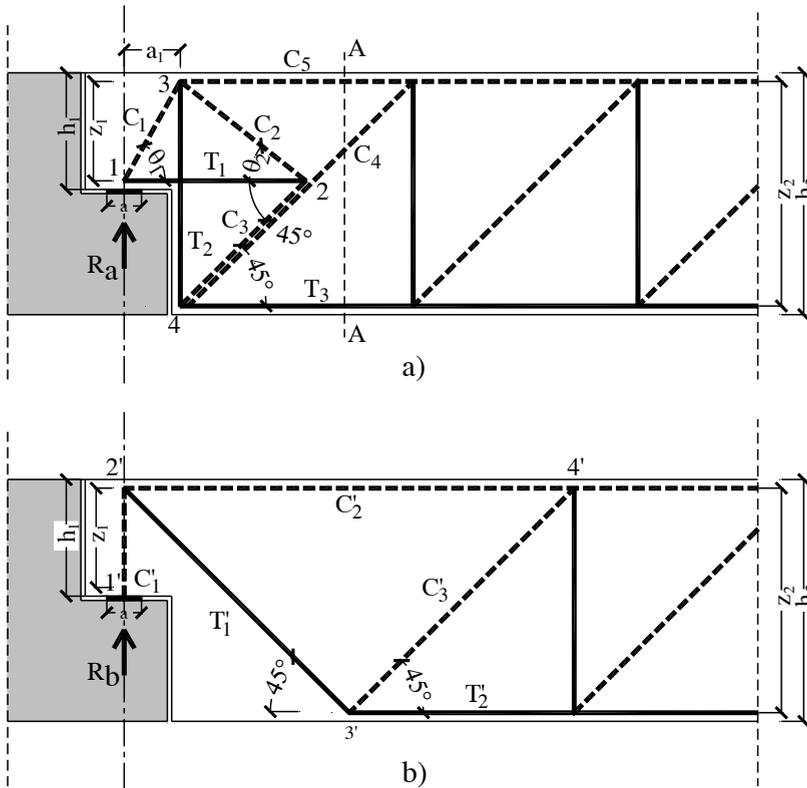


Figura 10.72 Modelli S&T di una sella Gerber.

Traliccio a)

Si indica con R_a l'aliquota della reazione della sella che viene assegnata al traliccio a); si ribadisce che R_a può coincidere con tutta la reazione R della sella, se si fa riferimento solo al traliccio a), oppure ad un'aliquota (normalmente il 50%) se si usa una combinazione del traliccio a) con il traliccio b).

Definizione della posizione delle aste del traliccio

La posizione del corrente compresso è nota una volta determinato il momento resistente della sezione della trave; essa si ricava infatti considerando il baricentro della risultante delle compressioni nel calcestruzzo e nell'armatura superiore compressa. Gli altri dati geometrici del problema si ricavano con semplici calcoli trigonometrici.

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio a)

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = R_a / \text{sen } \theta_1$$

$$T_1 = R_a / \tan \theta_1$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 \cos \theta_2 + C_3 \cos 45^\circ = T_1$$

$$C_2 \text{sen} \theta_2 = C_3 \text{sen} 45^\circ$$

da cui:

$$C_2 = T_1 / (\text{sen} \theta_2 + \cos \theta_2) = \frac{R_a}{\tan \theta_1 (\text{sen} \theta_2 + \cos \theta_2)}$$

$$C_3 = C_2 \text{sen} \theta_2 / \text{sen} 45^\circ = \frac{R_a \text{sen} \theta_2 / \text{sen} 45^\circ}{\tan \theta_1 (\text{sen} \theta_2 + \cos \theta_2)} = \frac{\sqrt{2} R_a}{\tan \theta_1 (1 + \text{cotg} \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 3

$$T_2 = C_1 \text{sen} \theta_1 + C_2 \text{sen} \theta_2 = R_a + \frac{R_a \text{sen} \theta_2}{\tan \theta_1 (\text{sen} \theta_2 + \cos \theta_2)} = R_a + \frac{R_a}{\tan \theta_1 (1 + \text{cotg} \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 4

$$C_4 \text{sen} 45^\circ + C_3 \text{sen} 45^\circ = T_2$$

da cui

$$C_4 = T_2 / \text{sen} 45^\circ - C_3$$

e sostituendo i valori di C_3 e T_2

$$C_4 = \left[R_a + \frac{R_a}{\tan \theta_1 (1 + \text{cotg} \theta_2)} \right] \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2} R_a}{\tan \theta_1 (1 + \text{cotg} \theta_2)} = \sqrt{2} R_a^{12}$$

¹² L'espressione di C_4 può essere ricavata direttamente anche dall'equilibrio alla traslazione verticale sulla sezione di Ritter A-A: $C_4 \text{sen} 45^\circ = R_a$ da cui: $C_4 = \sqrt{2} R_a$.

infine

$$T_3 = C_3 \cos 45^\circ + C_4 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2} R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cot \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} R_a \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cot \theta_2)} + R_a \quad 13$$

Il prospetto 10.15 riepiloga le espressioni degli sforzi nelle aste del traliccio a).

Prospetto 10.15 Sforzi nelle aste del traliccio a) della sella Gerber

C_1	$R_a / \sin \theta_1$
C_2	$R_a / [\tan \theta_1 \cdot (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)]$
C_3	$\sqrt{2} R_a / [\tan \theta_1 \cdot (1 + \cot \theta_2)]$
C_4	$\sqrt{2} R_a$
T_1	$R_a / \tan \theta_1$
T_2	$R_a + R_a / [\tan \theta_1 \cdot (1 + \cot \theta_2)]$
T_3	$R_a + R_a / [\tan \theta_1 \cdot (1 + \cot \theta_2)]$

Traliccio b)

Si indica con R_b l'aliquota della reazione della sella che viene assegnata al traliccio b).

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio b)

Equilibrio nodo 1'

$$C'_1 = R_b$$

Equilibrio nodo 2'

$$T'_1 \sin 45^\circ = C'_1$$

da cui

$$T'_1 = \sqrt{2} C'_1 = \sqrt{2} R_b$$

$$C'_2 = T'_1 \cos 45^\circ = R_b$$

Equilibrio nodo 3'

$$T'_1 \sin 45^\circ = C'_3 \sin 45^\circ, \quad C'_3 = T'_1 = \sqrt{2} R_b$$

$$T'_2 = T'_1 \cos 45^\circ + C'_3 \cos 45^\circ = 2 \left(\sqrt{2} R_b \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 2 R_b.$$

Il prospetto 10.16 riepiloga le espressioni degli sforzi nelle aste del traliccio b).

¹³ $T_3 = T_2$ per l'equilibrio nella direzione degli assi dei puntoni C_3 e C_4 .

Prospetto 10.16 Sforzi (in modulo) e dimensioni delle aste del traliccio b) della sella Gerber.

C'_1	R_b
C'_2	R_b
C'_3	$\sqrt{2} R_b$
T'_1	$\sqrt{2} R_b$
T'_2	$2 R_b$

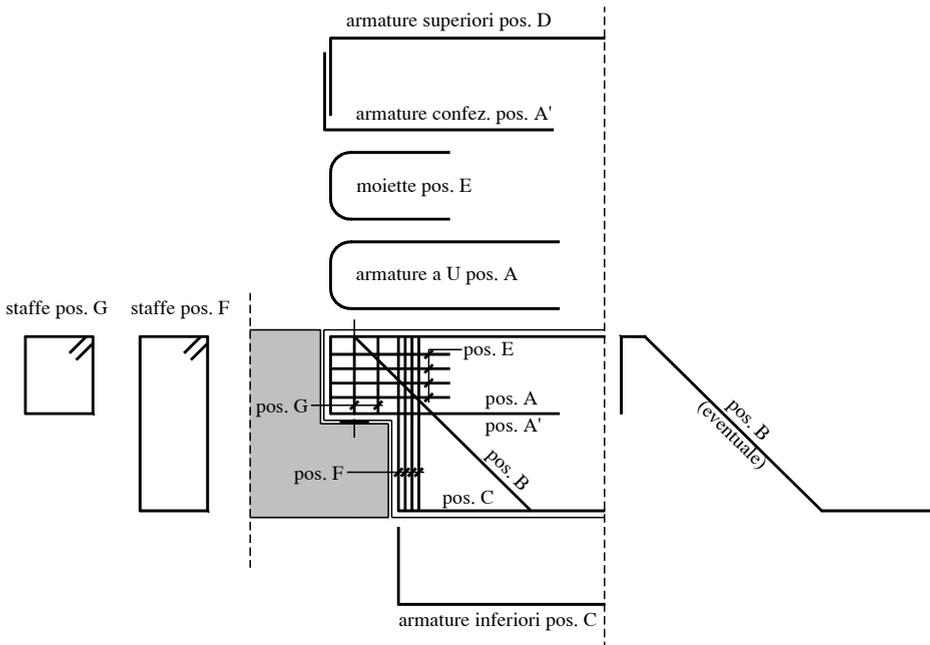


Figura 10.73 Disposizione schematica delle armature nella sella Gerber. Se il progetto è eseguito con riferimento al solo traliccio a), l'armatura inclinata (pos. B) non è necessaria.

10.12.6 Esempio 6 – Brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa

Identificare il modello tiranti tirante-puntone in corrispondenza di una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa.

Il modello S&T per l'analisi della regione "D" corrispondente ad una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa, con aumento di sezione e soggetta a momento flettente positivo e taglio positivo, coincide con il primo dei due modelli utilizzati nel progetto della sella Gerber dell'Esempio 5. L'unica differenza è rappresentata dal fatto che l'angolo θ_1 nella figura 10.74a è assunto pari a 45° , mentre nella sella Gerber il suo valore varia con la snellezza della sella stessa.

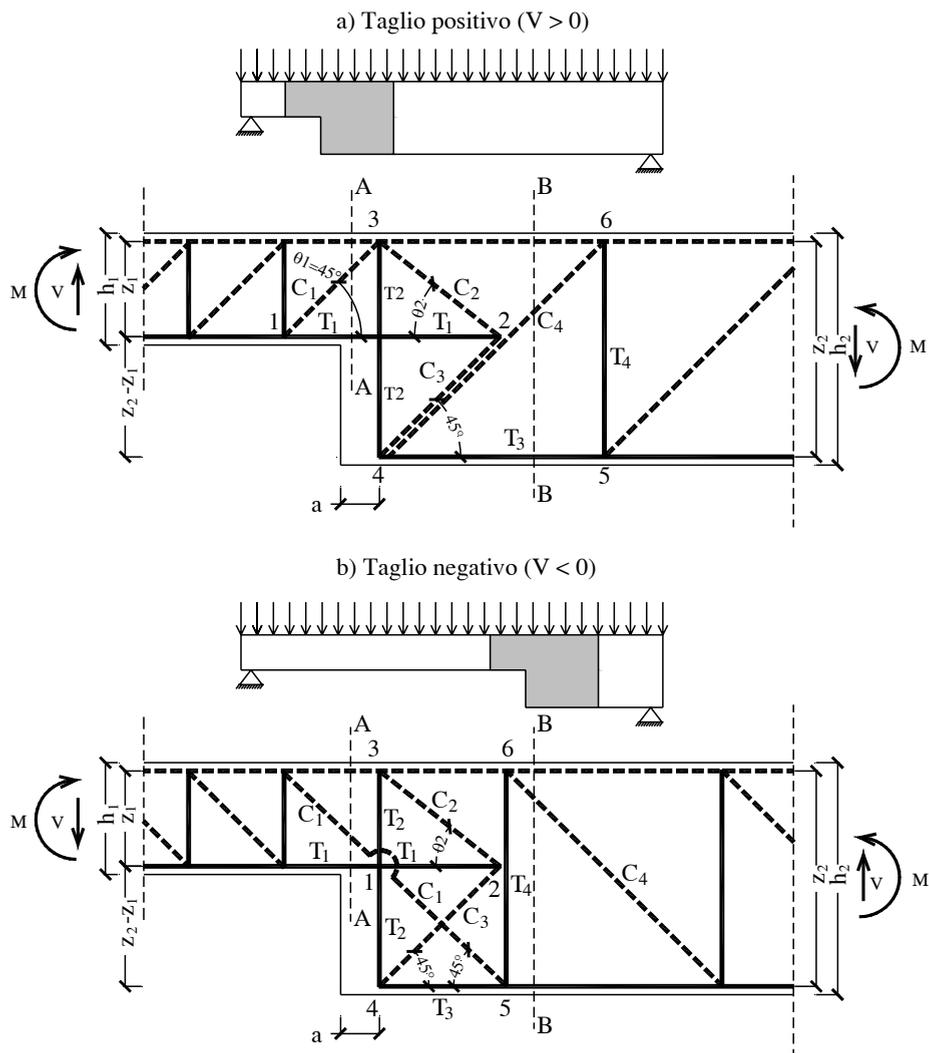


Figura 10.74 Modello S&T per una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa con $h_2 > 2h_1$: a) con taglio positivo, b) con taglio negativo (i valori di V e M sono calcolati in corrispondenza della variazione di sezione; il tirante verticale T_2 tra i nodi 3 e 4 è posto a distanza a dal cambio di sezione, perché le staffe verticali che lo costituiscono sono distribuite su un tratto lungo $2a$, fig. 10.75).

Nella figura 10.74 sono illustrati i modelli S&T sia per il caso di taglio positivo sia per quello di taglio negativo, assumendo in entrambi i casi che le bielle di calcestruzzo siano inclinate di 45° . Di seguito si riportano inoltre i calcoli per la determinazione degli sforzi nelle aste di entrambi i tralicci.

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio in presenza di taglio positivo (fig. 10.74a)
Sez. di Ritter (A-A)

$$C_1 = \sqrt{2} V$$

$$T_1 = M/z_1$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 \cos \theta_2 + C_3 \cos 45^\circ = T_1$$

$$C_2 \sin \theta_2 = C_3 \sin 45^\circ$$

da cui

$$C_2 = T_1 / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2) = \frac{M}{z_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)}$$

$$C_3 = C_2 \sin \theta_2 / \sin 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sin \theta_2}{\sin 45^\circ (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)} = \frac{\sqrt{2} M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 3

$$T_2 = C_1 \sin 45^\circ + C_2 \sin \theta_2 = \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{M \sin \theta_2}{z_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)} = V + \frac{M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 4

$$C_4 \sin 45^\circ + C_3 \sin 45^\circ = T_2$$

da cui

$$C_4 = T_2 / \sin 45^\circ - C_3$$

e sostituendo le espressioni di C_3 e T_2

$$C_4 = \left[V + \frac{M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} \right] \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2} M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} = \sqrt{2} V^{14}$$

infine

$$T_3 = C_3 \cos 45^\circ + C_4 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2} M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} + V$$

che coincide con l'espressione di T_2 .¹⁵

Equilibrio nodo 6

$$T_4 = C_4 \sin 45^\circ = \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2}}{2} = V .$$

¹⁴ L'espressione di C_4 può essere ricavata direttamente dall'equilibrio alla traslazione verticale sulla sezione di Ritter B-B: $V = C_4 \sin 45^\circ$ da cui: $C_4 = \sqrt{2} V$.

¹⁵ L'uguaglianza $T_3 = T_2$ si può anche ricavare dall'equilibrio alla traslazione del nodo 4 nella direzione degli assi dei puntoni C_3 e C_4 (inclinati di 45° rispetto all'orizzontale).

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio in presenza di taglio negativo (fig. 10.74b)
Sez. di Ritter (A-A)

$$C_1 = \sqrt{2} V ; \quad T_1 = M/z_1$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 \cos \theta_2 + C_3 \cos 45^\circ = T_1$$

$$C_2 \sin \theta_2 = C_3 \sin 45^\circ$$

da cui

$$C_2 = T_1 / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2) = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(\sin \theta_2 + \cos \theta_2)}$$

$$C_3 = C_2 \sin \theta_2 / \sin 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sqrt{2}}{(1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 3

$$T_2 = C_2 \sin \theta_2 = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(1 + \cotg \theta_2)} \quad ^{16}$$

Equilibrio nodo 4

$$T_3 = C_3 \cos 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sqrt{2}}{(1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(1 + \cotg \theta_2)} = T_2$$

Equilibrio nodo 5

$$T_4 = C_1 \sin 45^\circ = V$$

Equilibrio nodo 6

$$C_4 \sin 45^\circ = T_4$$

da cui

$$C_4 = \sqrt{2} T_4 = \sqrt{2} V$$

Il prospetto 10.17 riassume le espressioni degli sforzi nelle aste dei due tralicci (con taglio positivo o negativo).

Nel caso particolare in cui risulti $z_1 = 0,5 z_2$ e quindi $\theta_2 = 45^\circ$ le espressioni degli sforzi nei tiranti si semplificano nelle seguenti
se $V > 0$ (traliccio a)

$$T_1 = M / z_1 \quad T_2 = T_3 = V + 0,5 M / z_1 = V + M / z_2 ; \quad T_4 = V$$

se $V < 0$ (traliccio b)

$$T_1 = M / z_1 \quad T_2 = T_3 = 0,5 M / z_1 = M / z_2 ; \quad T_4 = V$$

¹⁶ In alternativa lo sforzo nel tirante T_2 si può ricavare dall'equilibrio alla traslazione verticale del nodo 4:

$$T_2 = C_3 \sin 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sqrt{2}}{(1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(1 + \cotg \theta_2)}$$

Prospetto 10.17 Sforzi nelle aste dei tralicci della figura 10.74.

Asta	Traliccio a) con taglio V positivo	Traliccio b) con taglio V negativo
C_1	$\sqrt{2} V$	$\sqrt{2} V$
C_2	$(M / z_1) / (\text{sen } \theta_2 + \text{cos } \theta_2)$	$(M / z_1) / (\text{sen } \theta_2 + \text{cos } \theta_2)$
C_3	$\sqrt{2} (M / z_1) / (1 + \text{cotg } \theta_2)$	$\sqrt{2} (M / z_1) / (1 + \text{cotg } \theta_2)$
C_4	$\sqrt{2} V$	$\sqrt{2} V$
T_1	M/z_1	M/z_1
T_2	$V + (M / z_1) / (1 + \text{cotg } \theta_2)$	$(M / z_1) / (1 + \text{cotg } \theta_2)$
T_3	$V + (M / z_1) / (1 + \text{cotg } \theta_2)$	$(M / z_1) / (1 + \text{cotg } \theta_2)$
T_4	V	V

Si noti come nel traliccio a) il tirante T_2 sia chiamato ad equilibrare sia il taglio sia la componente verticale delle bielle inclinate C_2 e C_3 per l'ancoraggio del tirante T_1 , mentre nel traliccio b) T_2 equilibra solo quest'ultima.

La figura 10.75 mostra la possibile disposizione delle armature in corrispondenza della brusca variazione di sezione.

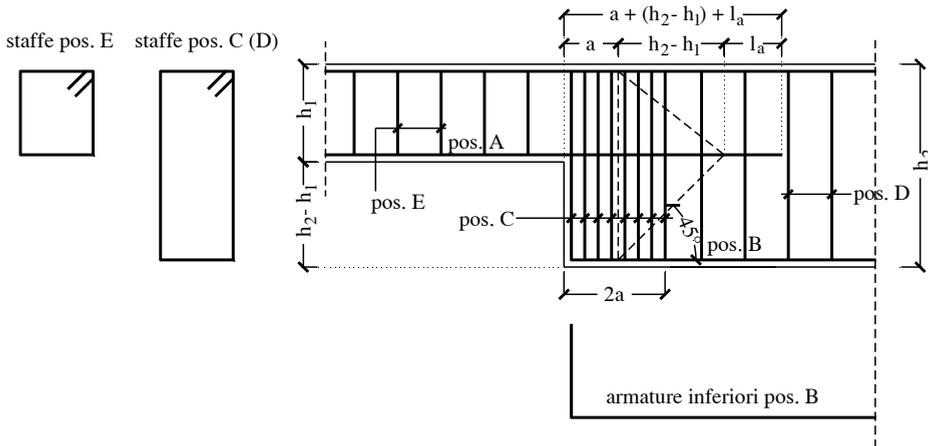


Figura 10.75 Disposizione schematica delle armature in corrispondenza di una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa con $h_2 > 2h_1$ (l'armatura in pos. A va prolungata di un tratto pari ad $(a + h_2 - h_1 + l_a)$, dove a è pari alla metà del tratto su cui sono distribuite le staffe C e l_a è la lunghezza di ancoraggio).

10.12.7 Esempio 7 – Mensola tozza

Si progetti la mensola tozza avente le dimensioni mostrate nella figura 10.76. I materiali sono i seguenti: calcestruzzo C35/45 - $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$, acciaio B450C - $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$. La mensola è soggetta ai seguenti carichi: carico verticale $V_{Ed} = 700000 \text{ N} = 700 \text{ kN}$ e carico orizzontale: $H_{Ed} = 70000 \text{ N} = 70 \text{ kN}$.

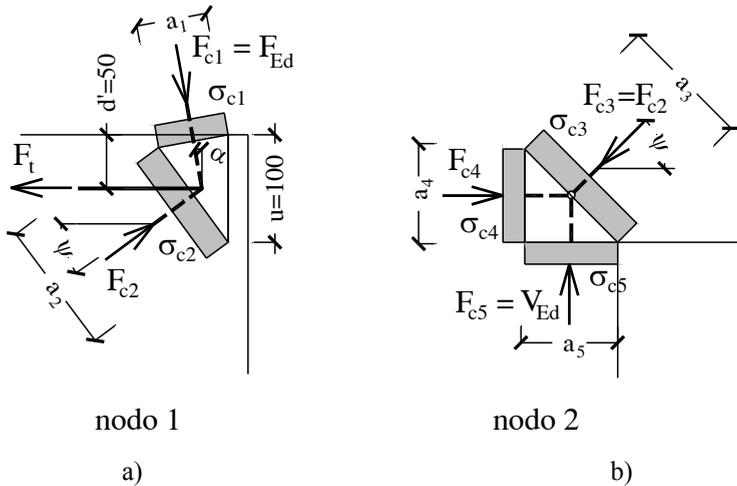


Figura 10.77 Nodi 1 e 2 del traliccio.

Resistenza di progetto dell'acciaio

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{450}{1,15} = 391,3 \text{ N/mm}^2$$

Resistenza a compressione nodi

Dal prospetto 10.10 per $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$ risulta

Nodi compressi

$$\sigma_{1Rd,max} = 16,46 \text{ N/mm}^2$$

Nodi compressi-tesi con tiranti ancorati disposti in una direzione

$$\sigma_{2Rd,max} = 14,00 \text{ N/mm}^2$$

Nodi compressi-tesi con tiranti ancorati disposti in più di una direzione

$$\sigma_{3Rd,max} = 12,35 \text{ N/mm}^2$$

(vedi anche i valori riportati nel prospetto 10.10 per $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$)

Calcolo degli sforzi F_t e F_{c4}

Si determina la larghezza a_5 della porzione di puntone verticale del pilastro in equilibrio con V_{Ed} , imponendo che la tensione di compressione sia pari a $\sigma_{1Rd,max}$, poiché il nodo 2 è un nodo tutto compresso

$$a_5 = \frac{V_{Ed}}{\sigma_{1Rd,max} b} = \frac{700000}{16,46 \cdot 400} \cong 106 \text{ mm}$$

il nodo 2 è situato alla distanza $a_5/2 \cong 53 \text{ mm}$ dalla faccia esterna del pilastro, pertanto la distanza orizzontale del punto di applicazione dei carichi esterni dal nodo 2 vale (figura 10.76b)

$$a = a_c + a_5/2 = 100 + 53 = 153 \text{ mm}$$

trovandosi il baricentro dell'armatura superiore alla distanza $d' = 50$ mm dall'estradosso della mensola ed ipotizzando uno spessore s della piastra di carico pari a 20 mm, la distanza orizzontale del nodo 1 dal punto di applicazione dei carichi sulla piastra è uguale a (figura 10.78b)

$$e = (d' + s) \tan \alpha = 70 \cdot (H_{Ed}/V_{Ed}) = 7 \text{ mm}$$

dove α è l'angolo calcolato sopra che la risultante F_{Ed} dei carichi esterni forma con la direzione verticale, mentre la distanza orizzontale del nodo 2 dal nodo 1 vale

$$a' = a + e = 153 + 7 = 160 \text{ mm}$$

Assunto il braccio della coppia interna z pari a $0,8 \cdot d$ ($z = 0,8 \cdot 350 = 280$ mm) ed indicata con a_4 l'altezza del nodo 2 (fig. 10.77b), si ha che la distanza dello stesso nodo 2 dal lembo inferiore della mensola è pari a

$$a_4/2 = d - z = 0,2d = 0,2 \cdot 350 = 70 \text{ mm}$$

da cui si ricava: $a_4 = 140$ mm.

Con riferimento alla figura 10.78 si ha:

- equilibrio alla rotazione intorno al nodo 2

$$V_{Ed} a' = (F_t - H_{Ed}) z$$

$$700000 \cdot 160 = F_t \cdot 280 - 70000 \cdot 280$$

$$F_t = \frac{700000 \cdot 160 + 70000 \cdot 280}{280} = 470000 \text{ N} \cong 470 \text{ kN}$$

- equilibrio alla traslazione orizzontale

$$F_{c4} = F_t - H_{Ed} = 470000 - 70000 = 400000 \text{ N} = 400 \text{ kN}$$

Calcolo della forza di compressione nel puntone inclinato ($F_{c2} = F_{c3}$)

L'angolo ψ che il puntone forma con la direzione orizzontale è pari a:

$$\psi = \arctan \frac{z}{a'} = \arctan \frac{280}{160} = 60,26^\circ$$

dall'equilibrio alla traslazione verticale del nodo 1 si ha

$$F_{c2} \sin \psi = V_{Ed}$$

$$F_{c2} = \frac{V_{Ed}}{\sin \psi} = \frac{700000}{\sin 60,26^\circ} = 806187 \text{ N} \cong 806 \text{ kN}$$

Verifica del nodo 2

Risulta (fig. 10.77b)

$$a_3 = \sqrt{a_4^2 + a_5^2} = \sqrt{70^2 + 106^2} \cong 127 \text{ mm}$$

$$\sigma_{c3} = \frac{F_{c3}}{a_3 b} = \frac{F_{c2}}{a_3 b} = \frac{806187}{127 \cdot 400} = 15,87 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{1Rd, \max}$$

$$\sigma_{c4} = \frac{F_{c4}}{a_4 b} = \frac{400000}{140 \cdot 400} = 7,14 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{1Rd, \max}$$

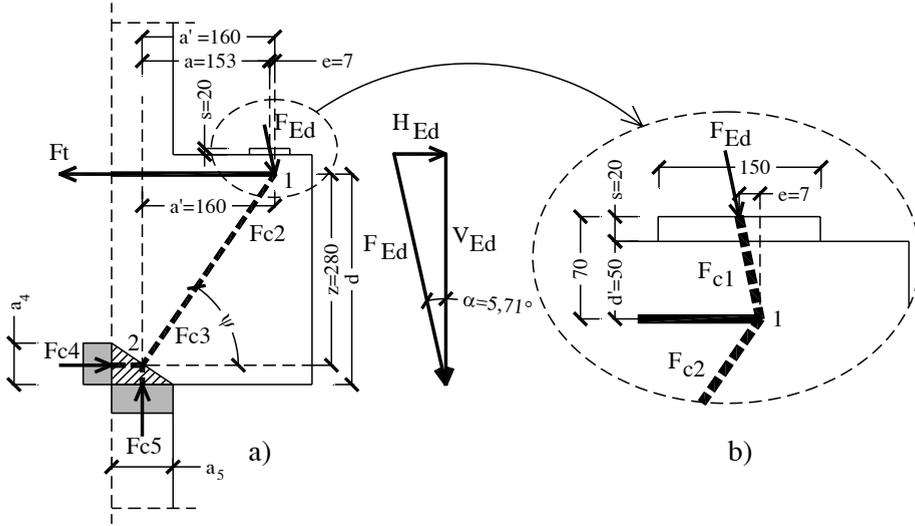


Figura 10.78 Schema di calcolo della forza di trazione nell'armatura principale.

Progetto dell'armatura principale superiore

$$A_s = \frac{F_t}{f_{yd}} = \frac{470000}{391,3} = 1201 \text{ mm}^2$$

si adottano 8φ14 ($A_s = 1232 \text{ mm}^2$)

Verifica del nodo 1 (sotto la piastra di carico)

Le dimensioni a_1 e u valgono

$$a_1 = 150 \cos \alpha = 149 \text{ mm (fig. 10.79)} ; u = 100 \text{ mm}$$

inoltre con riferimento alla figura 10.80a, si ha

$$a_1 \cos \alpha = a_2 \cos \beta$$

$$a_1 \sin \alpha + a_2 \sin \beta = u$$

da cui

$$\beta = \arctan \frac{u - a_1 \sin \alpha}{a_1 \cos \alpha} = 29,83^\circ$$

$$a_2 = \frac{u - a_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 171 \text{ mm}$$

La verifica delle tensioni nel nodo 1 va eseguita con riferimento alla larghezza della piastra $c = 300 \text{ mm}$:

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{Ed}}{a_1 c} = \frac{703491}{149 \cdot 300} = 15,74 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{2Rd,max} = 14,08 \text{ N/mm}^2$$

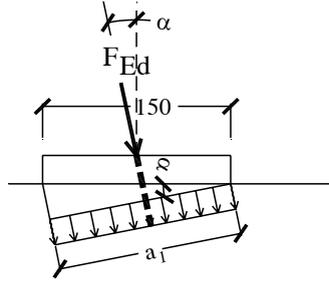


Figura 10.79 Larghezza a_1 del puntone F_{c1} .

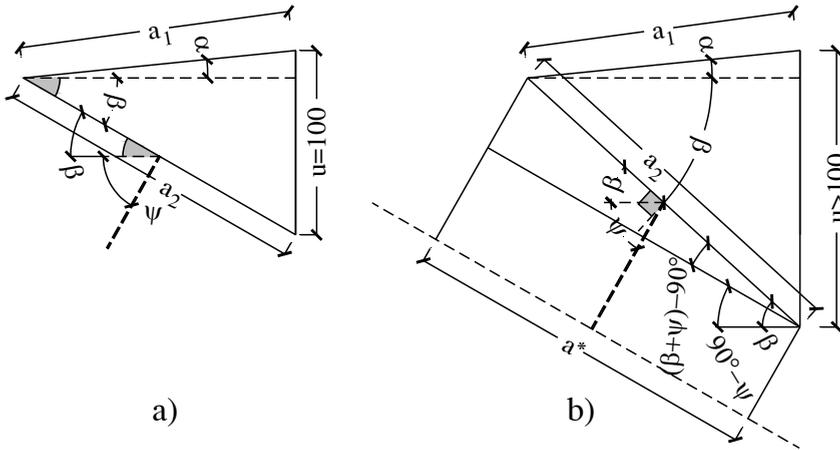


Figura 10.80 Geometria del nodo 1 (nodo sotto la piastra di carico): a) $u = 100$ mm, b) $u > 100$ mm.

La verifica sulla faccia a_1 non è soddisfatta; si adotta allora una larghezza c della piastra di 350 mm

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{Ed}}{a_1 c} = \frac{703491}{149 \cdot 350} = 13,49 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd,max}$$

Si completa la verifica del nodo, considerando la tensione di compressione sulla faccia a_2 . Con riferimento alla figura 10.80a, risulta $\beta + \psi = 29,83^\circ + 60,26^\circ = 90,09^\circ \cong 90^\circ$, pertanto l'asse del puntone si può considerare ortogonale alla faccia a_2 del nodo 1.

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{c2}}{a_2 c} = \frac{806187}{171 \cdot 350} = 13,47 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd,max}$$

Se fosse $(\beta + \psi) > 90^\circ$, come si verifica per valori di $u > 100$ mm, la tensione di compressione sulla faccia del nodo andrebbe valutata sulla sezione trasversale a^* del puntone inclinato, ossia ortogonalmente all'asse del puntone (fig. 10.80b).

Disposizione delle armature

Per la disposizione delle armature si rimanda all'Esempio 8.

10.12.8 Esempio 8 – Progetto dell’armatura secondaria di una mensola tozza

Si progetti l’armatura secondaria della mensola dell’Esempio 7.

Per tenere conto della diffusione dello sforzo di compressione all’interno del puntone inclinato compreso tra i nodi 1 e 2, il traliccio dell’Esempio 7 va completato in modo da assumere una delle due configurazioni mostrate nella figura 10.81. Questi tralicci consentono di progettare un’idonea armatura trasversale, orizzontale oppure verticale, in grado di assorbire le tensioni di trazione associate alla diffusione del carico. Senza perdere di generalità si fa riferimento al caso di solo carico verticale, poiché le considerazioni riportate di seguito non cambiano in presenza di un carico orizzontale, fatto salvo che la posizione del nodo 1 sotto la piastra di carico risulterà spostato verso destra o sinistra, come visto nell’Esempio 7, e che lo sforzo nell’armatura principale risulterà maggiorato o diminuito della forza orizzontale sollecitante.

L’armatura secondaria può essere progettata con riferimento a uno dei due tralicci mostrati nella figura 10.82: si adotterà il traliccio 2a per mensole con $a_c \leq h_c/2$ ed il traliccio 2b per mensole con $a_c > h_c/2$. I due tralicci si differenziano per il diverso rapporto luce-altezza a_c/h_c : EC2 suggerisce l’uso di staffe orizzontali o inclinate per $a_c \leq h_c/2$ (fig. 10.85) e l’uso di staffe chiuse verticali per $a_c > h_c/2$ (fig. 10.86). Le ragioni di queste diverse disposizioni sono legate alla differente inclinazione del puntone compresso che trasferisce il carico dalla faccia superiore della mensola fino al pilastro.

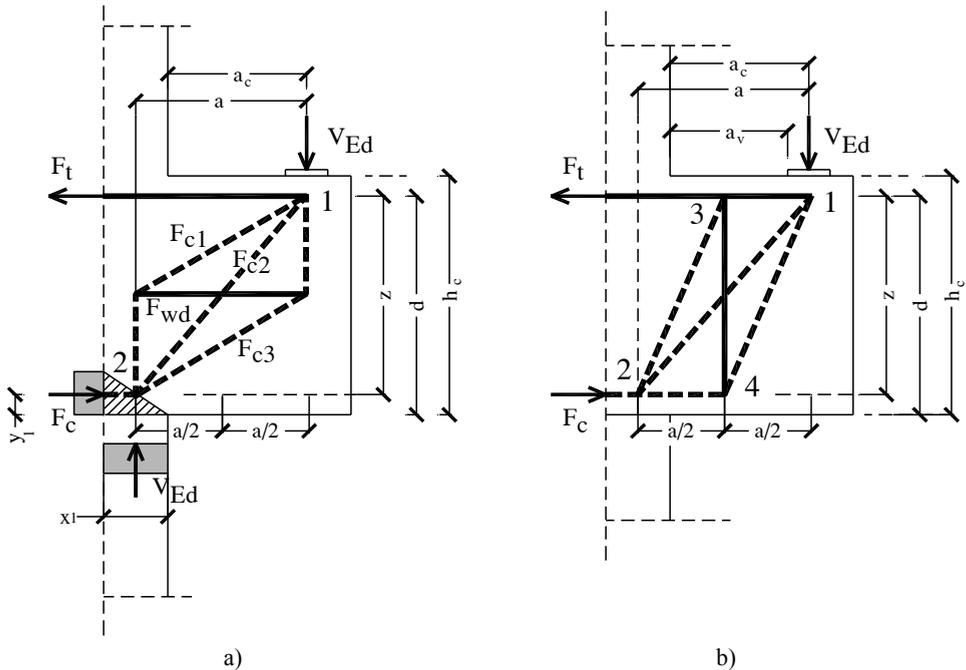


Figura 10.81 Mensola tozza: a) $a_c \leq h_c/2$, b) $a_c > h_c/2$.

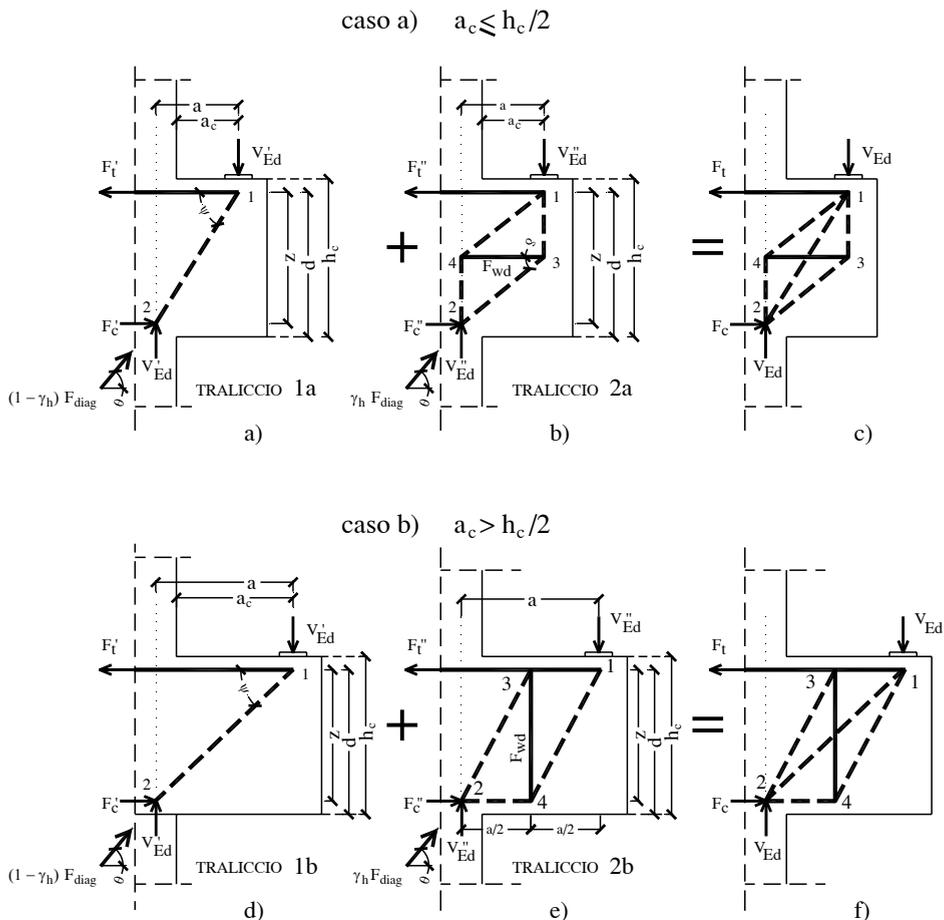


Figura 10.82 Modello S&T di una mensola tozza come somma di due trallicci elementari: caso a) (in alto) per una mensola con $a_c \leq h_c/2$; caso b) (in basso) per una mensola con $a_c > h_c/2$.

Nel primo caso il puntone è poco inclinato rispetto alla direzione verticale (quindi le tensioni di diffusione sono pressappoco orizzontali), mentre nel secondo caso l'asse del puntone tende alla direzione orizzontale e pertanto le staffe verticali sono più idonee ad assorbire le trazioni legate alla diffusione dello sforzo di compressione nel puntone.

Inoltre per $a_c > h_c/2$ l'adozione dell'armatura secondaria è suggerita dall'EC2 solo se il taglio sollecitante supera il taglio resistente $V_{Rd,ct}$ in assenza di armature trasversali; tuttavia, per limitare la fessurazione, è opportuno ricorrere sempre all'adozione di staffe verticali.

Il traliccio 2, sovrapposto al traliccio 1 (già utilizzato nell'Esempio 7 per il progetto dell'armatura principale superiore), dà origine in entrambi i casi ad un traliccio iperstatico, dove gli sforzi normali nelle singole aste non possono essere determinati con sole considerazioni di equilibrio.

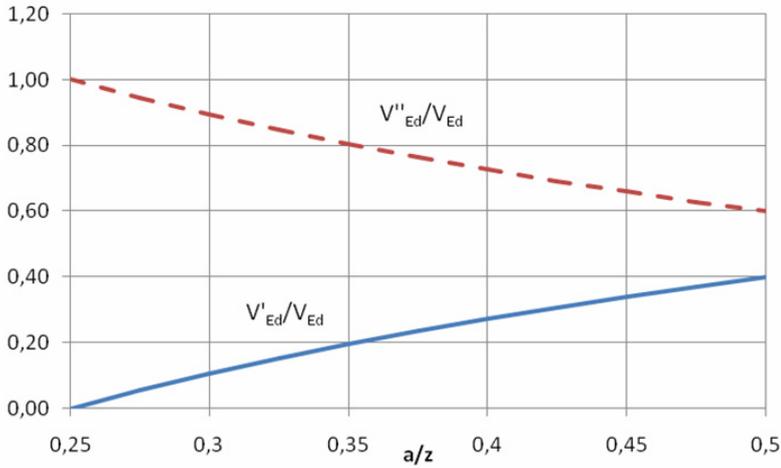


Figura 10.83 Mensola tozza con $a_c \leq h_c/2$: andamento dei rapporti V'_{Ed}/V_{Ed} (linea continua) e V''_{Ed}/V_{Ed} (linea tratteggiata) al variare di a/z (V'_{Ed} è l'aliquota di carico verticale sul traliccio 1a e V''_{Ed} quello sul traliccio 2a mostrati in fig. 10.82).

Per ciascuno dei due casi occorre allora individuare un criterio per ripartire il carico tra i due tralicci. Di seguito si forniscono le indicazioni per effettuare la ripartizione.

Caso a: $a_c \leq h_c / 2$

Sulla base dell'andamento degli sforzi principali di compressione ricavato da analisi elastiche lineari agli elementi finiti, il carico V_{Ed} si può ripartire nelle due seguenti aliquote (fig. 10.83):

$$V'_{Ed} = \frac{4 - \frac{z}{a}}{\frac{z}{a} + 3} \cdot V_{Ed} \quad \text{per il traliccio 1a}$$

$$V''_{Ed} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{\frac{z}{a} + 3} \cdot V_{Ed} \quad \text{per il traliccio 2a}$$

Lo sforzo nell'armatura secondaria si calcola considerando il traliccio 2a soggetto al carico V''_{Ed} ; dall'equilibrio alla rotazione intorno al nodo 2 si ha (figura 10.82b):

$$F''_t = V''_{Ed} \frac{a}{z}$$

e dall'equilibrio alla traslazione orizzontale dei nodi 1 e 4 si ricava che il tirante superiore ed il tirante 3-4 devono sopportare lo stesso sforzo di trazione, pari alla componente orizzontale dello sforzo di compressione nel puntone 1-4:

$$F_{wd} = F''_t = V''_{Ed} \frac{a}{z}$$

dalla quale, sostituendo a V''_{Ed} l'espressione scritta sopra, si ottiene

$$F_{wd} = \left(\frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{z}{a}} \right) \cdot V_{Ed} \cdot \frac{a}{z}$$

L'espressione fornita dal Model Code 1990 per F_{wd} è la seguente

$$F_{wd} = \left(2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{F_t}{3 + V_{Ed}/F_t}$$

dove F_t è la forza compressiva nel tirante; esplicitando la forza F_t ($F_t = V_{Ed} a / z$), si constata facilmente che l'espressione di F_{wd} fornita dal Model Code 1990 si riduce a quella ricavata sopra

$$F_{wd} = \left(2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{V_{Ed} \frac{a}{z}}{3 + \frac{V_{Ed} \frac{z}{a}}{V_{Ed} \frac{z}{a}}} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{z}{a}} \cdot V_{Ed} \cdot \frac{a}{z}$$

La figura 10.84 mostra l'andamento del rapporto F_{wd}/V_{Ed} al variare di a/z : il massimo valore si registra per $a/z = 0,5$ ed è pari a 0,3.

EC2 suggerisce un quantitativo minimo di armatura secondaria orizzontale non inferiore al 25 % dell'armatura principale [p.to J.3(2)].

Indicata con F_t la resistenza dell'armatura principale, quella dell'armatura secondaria deve quindi soddisfare la condizione

$$F_{wd,min} \geq 0,25 F_t$$

poiché $F_t = V_{Ed} a / z$ (dall'equilibrio alla rotazione intorno al nodo 2, fig. 10.82c), la diseuguaglianza può essere riscritta come

$$F_{wd,min} / V_{Ed} \geq 0,25 a / z$$

Per a/z nell'intervallo $[0,25; 0,5]$ il rapporto $F_{wd,min} / V_{Ed}$ assume valori compresi tra 0,0625 e 0,125 ossia valori inferiori a quelli che si ottengono con la formula di progetto riportata sopra ed i cui risultati sono diagrammati nella figura 10.84. Pertanto, la formula di progetto fornisce un quantitativo di armatura secondaria che è sempre maggiore di quello minimo raccomandato dall'EC2.

L'armatura minima può invece risultare superiore a quella di calcolo in presenza di un carico orizzontale significativo; la forza nell'armatura principale assume in questo caso l'espressione

$$F_t = V_{Ed} (a/z) + H_{Ed}$$

e quindi

$$F_{wd,min}/V_{Ed} \geq 0,25 (a / z + H_{Ed} / V_{Ed})$$

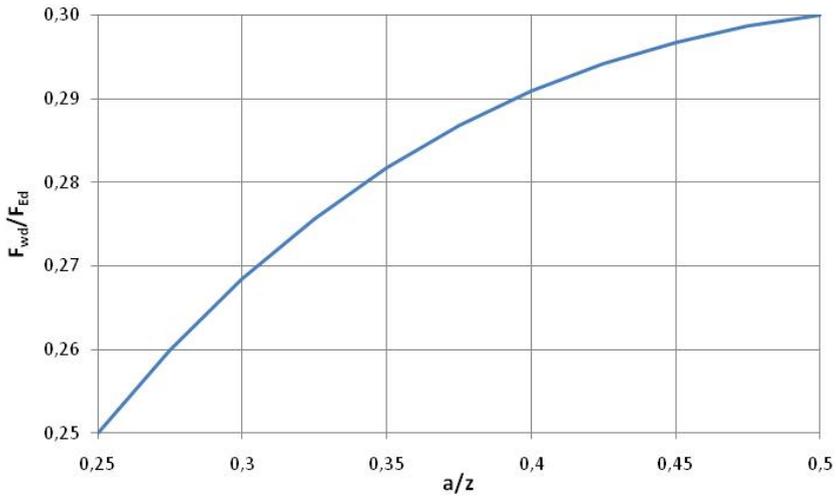


Figura 10.84 Mensola tozza con $a_c \leq h_c/2$: andamento del rapporto F_{wd} / V_{Ed} al variare di a/z .

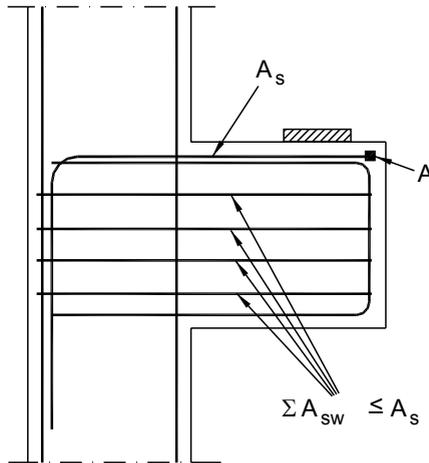


Figura 10.85 Mensola dotata di armatura secondaria orizzontale: A = dispositivi di ancoraggio o cappi (vedi figura 10.87), $A_{s,main}$ = armatura principale, $\Sigma A_{s,lnk}$ = armatura secondaria orizzontale.

Caso b: $a_c > h_c / 2$

La forza F_{wd} nel tirante verticale viene calcolata ipotizzando che essa vari linearmente al variare di a e che si abbia

$$F_{wd} = 0 \quad \text{per } a = z/2$$

$$F_{wd} = V_{Ed} \quad \text{per } a = 2z$$

In altre parole si ipotizza che per $a \leq z/2$ (mensola molto tozza), il traliccio resistente si riduca al solo traliccio $1b$ (fig. 10.82d) e per $a \geq 2z$ al traliccio $2b$ (fig. 10.82e); l'equazione di F_{wd} è quella di una retta di coefficiente angolare F_{w1} ed intercetta F_{w2}

$$F_{wd} = F_{w1} a + F_{w2}$$

imponendo che sia

$$F_{wd} = 0 \quad \text{per } a = z/2$$

$$F_{wd} = V_{Ed} \quad \text{per } a = 2z$$

si ottiene

$$F_{w1} = \frac{2}{3} \frac{V_{Ed}}{z} \quad \text{e} \quad F_{w2} = -\frac{V_{Ed}}{3}$$

infine l'espressione della retta che descrive la variazione di F_w al variare di a è la seguente

$$F_{wd} = \frac{2}{3} \frac{V_{Ed}}{z} a - \frac{V_{Ed}}{3} = V_{Ed} \frac{2a/z - 1}{3}$$

L'equilibrio alla traslazione verticale dei nodi 1 e 4 del traliccio $2b$ fornisce

$$F_{wd} = V_{Ed}''$$

il rapporto $[(2a/z - 1) / 3]$ che compare nell'espressione di F_{wd} rappresenta quindi l'aliquota di carico verticale V_{Ed}'' assorbita dal traliccio $2b$; in particolare per $a/z = 1$ questo rapporto vale $1/3$.

Il valore di F_{wd} è limitato inferiormente dal minimo quantitativo di staffe verticali suggerito da EC2 ($A_{s,lnk} \geq 0,5 V_{Ed} / f_{yd}$) [p.to J.3(3)], che corrisponde a considerare una forza minima nelle staffe $F_{wd,min} = 0,5 V_{Ed}$.

Il valore massimo di F_{wd} è pari a $V_{Ed}/3$ per $a/z = 1$; questo valore è inferiore a quello corrispondente all'armatura secondaria minima verticale raccomandata da EC2, pertanto si può concludere che per $a_c > h_c / 2$ l'armatura secondaria coincide sempre con quella minima.

Si passa ora al calcolo dell'armatura secondaria della mensola dell'Esempio 7. Innanzitutto si verifica in quale caso ricade la mensola in oggetto, confrontando a_c con $h_c / 2$; risulta

$$a_c = 100 \text{ mm}, \quad h_c / 2 = 200 \text{ mm}$$

pertanto essendo $a_c = h_c / 2$, l'armatura secondaria potrebbe essere disposta in direzione orizzontale e calcolata con riferimento al traliccio $2a$ oppure in direzione verticale e calcolata con riferimento al traliccio $2b$.

A rigore la scelta tra i due tipi di armatura secondaria dovrebbe basarsi sul valore del rapporto a/z (come indicato per esempio nel Model Code 1990) e non sul rapporto a_c/h_c (rapporto suggerito da EC2 perché di più immediata valutazione), in quanto l'effettiva inclinazione della biella compressa è definita proprio dal rapporto a/z e dipende quindi anche dal copriferro dell'armatura principale, nonché dalle dimensioni del nodo inferiore.

Con riferimento all'Esempio 7, ma considerando a' al posto di a poiché il carico orizzontale sposta il nodo 1 del modello S&T verso l'esterno, si ha:

$$a' = 160 \text{ mm} \quad z = 280 \text{ mm} \quad \tan \psi = 280/160 = 1,75 \leq 2,5^{17}$$

essendo $a' > z/2$ il calcolo dell'armatura secondaria va eseguito con riferimento al traliccio $2b$ della figura 10.82. Tuttavia, per completezza e per consentire un confronto tra i risultati ottenuti, il calcolo è eseguito sia con il traliccio $2a$ sia con il traliccio $2b$.

Progetto dell'armatura secondaria orizzontale (traliccio 2a) per la mensola dell'Esempio 7
La forza nell'armatura secondaria orizzontale può essere calcolata con la formula ricavata sopra

$$F_{wd} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{z}{a}} \cdot \frac{a}{z} \cdot V_{Ed}$$

oppure con quella equivalente del Model Code 1990

$$F_{wd} = \left(2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{F_t}{3 + \frac{V_{Ed}}{F_t}}$$

a condizione di sostituire in quest'ultima a F_t la differenza $(F_t - H_{Ed})$.

Inoltre, a causa della presenza del carico orizzontale, in entrambe le espressioni occorre utilizzare al posto della distanza $a = 153 \text{ mm}$, il braccio $a' = 160 \text{ mm}$ (fig. 10.78a); si ottiene pertanto

$$F_{wd} = \frac{2 \frac{280}{160} - 1}{3 + \frac{280}{160}} \cdot \frac{160}{280} \cdot 700000 = 210526 \text{ N}^{18}$$

L'armatura secondaria avrà un'area complessiva non inferiore a

$$A_{sw} = \frac{F_{wd}}{f_{yd}} = \frac{210526}{391,3} \cong 538 \text{ mm}^2 \geq k_1 \cdot A_s = 0,25 \cdot 1232 = 308 \text{ mm}^2^{19}$$

si adottano 4 staffe $\phi 10$ a due bracci ($A_{sw} = 628 \text{ mm}^2$) (figura 10.85).

¹⁷ L'Appendice J dell'EC2 al p.to J.3(1) limita il campo di applicazione del modello tirante-puntone per il progetto delle mensole a valori di $\tan \psi$ compresi tra 1 e 2,5 (N.B. nell'EC2 viene utilizzato il simbolo θ al posto di ψ per indicare l'angolo del puntone inclinato con l'orizzontale).

¹⁸ Utilizzando la formula del Model Code 1990, con $(F_t - H_{Ed})$ al posto di F_t , si ottiene lo stesso risultato:

$$F_{wd} = \left(2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{F_t - H_{Ed}}{3 + \frac{V_{Ed}}{F_t - H_{Ed}}} = \left(2 \frac{280}{160} - 1 \right) \frac{470000 - 70000}{3 + \frac{700000}{470000 - 70000}} = 210526 \text{ N}$$

¹⁹ La limitazione inferiore $A_{sw} \geq 0,25 A_s$ è indicata nell'Appendice J al p.to [J.3(2)], come già richiamato sopra nel testo.

Progetto dell'armatura secondaria verticale (traliccio 2b) per la mensola dell'Esempio 7
Riprendendo l'espressione riportata sopra per il traliccio 2b, nell'armatura secondaria verticale si ha

$$F_{wd} = V_{Ed} \frac{2a/z - 1}{3}$$

Come per il caso precedente, essendo presente anche un carico orizzontale H_{Ed} , nell'espressione di F_{wd} occorre utilizzare al posto di $a=153$ mm il braccio $a' = 160$ mm, ottenendo pertanto

$$F_{wd} = 700000 \frac{2 \cdot 160 / 280 - 1}{3} = 33333 \text{ N}$$

l'armatura secondaria orizzontale avrà un'area complessiva pari a

$$A_{sw} = \frac{F_{wd}}{f_{yd}} = \frac{33333}{391,3} \cong 85 \text{ mm}^2$$

che è inferiore a quella minima [p.to J.3(3)]²⁰

$$A_{sw, \min} = k_1 \cdot A_s = 0,25 \cdot 1232 = 308 \text{ mm}^2 \geq A_{sw}$$

si adottano pertanto 4 staffe $\phi 8$ a due bracci ($A_{sw} = 400 \text{ mm}^2 \geq A_{sw, \min}$).

Nella disposizione delle armature bisogna prestare attenzione affinché l'armatura principale sia efficacemente ancorata in corrispondenza della piastra di carico. L'ancoraggio può essere garantito adottando (figura 10.87):

- barre a forma di cappio,
- barre rettilinee saldate ad una barra trasversale, alla quale sono inoltre saldate le barre poste sul contorno della mensola,
- barre piegate nel piano verticale che costituiscono sia l'armatura principale superiore sia l'armatura posta sul contorno,
- barre ancorate mediante dispositivi meccanici o dotate di una testa ad ognuna delle due estremità.

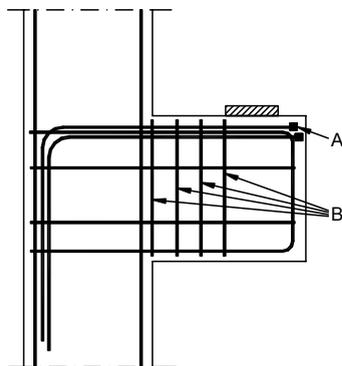


Figura 10.86 Mensola dotata di armatura secondaria verticale: A = dispositivi di ancoraggio o cappi (vedi figura 10.87), B = armatura secondaria costituita da staffe chiuse verticali.

²⁰ Per $a_c > h_c / 2$, risulta sempre $A_{sw} < A_{sw, \min}$, come già evidenziato sopra.

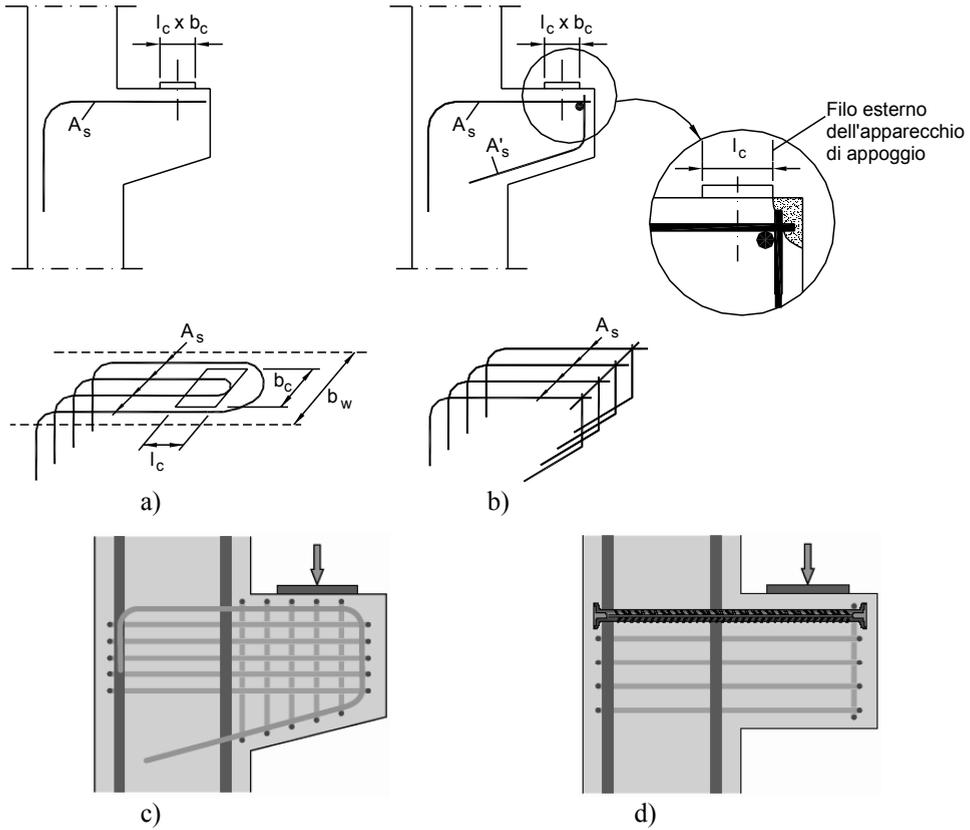


Figura 10.87 Possibili configurazioni di armatura per una mensola tozza: a) conformazione a capio delle armature superiori, b) barre rettilinee saldate ad una barra trasversale, c) piastra di ancoraggio, c) barre ancorate con dispositivi meccanici.

10.12.9 Esempio 9 – Mensola tozza con traliccio, secondo la Circolare alle NTC 2008

Si riprogetti la mensola dell'Esempio 7 adottando i tralicci S&T mostrati nella figura 10.88, ripresi dalla Circolare alle NTC 2008.

Si considera lo stesso meccanismo resistente dell'Esempio 7 costituito da un tirante orizzontale superiore, corrispondente all'armatura tesa, e da un puntone di calcestruzzo inclinato di ψ . Nel modello A della Circolare alle NTC 2008 la larghezza del puntone compreso del pilastro è fissata a priori e pari a $0,4 d$, cosicché risulta:

$$a = a_c + 0,2d \quad \text{in assenza di carico orizzontale,}$$

$$a' = a + e = (a_c + 0,2 d) + e \quad \text{in presenza di un carico orizzontale, come avviene in questo caso (fig. 10.89a e fig. 10.89b).}$$

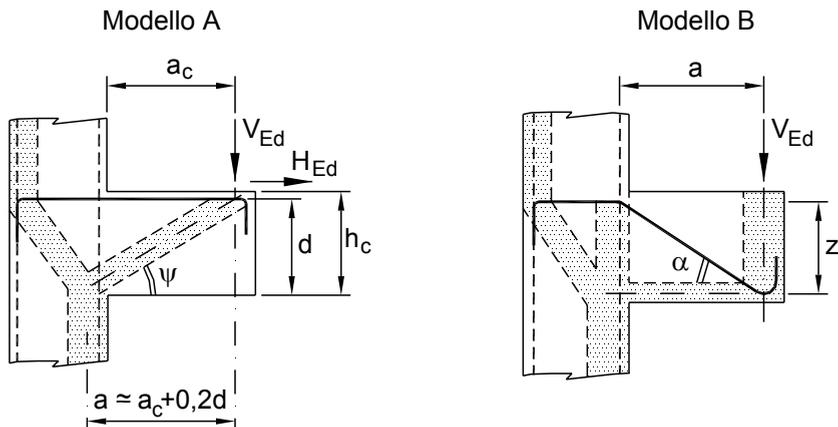


Figura 10.88 Modelli indicati dalla Circolare alle NTC 2008 per la mensola tozza: il progetto può essere eseguito con riferimento al solo modello A, oppure considerando anche il modello B funzionante in parallelo con il primo (sono stati adottati gli stessi simboli degli esempi precedenti, diversi da quelli che compaiono nelle figure C4.1.7 e C4.1.8 della Circolare).

Si esprime la forza F_t nell'armatura principale come somma di due contributi

$$F_t = F_{t,V} + F_{t,H}$$

dove $F_{t,V}$ è la forza di trazione nell'armatura principale prodotta dal carico verticale e $F_{t,H}$ quella prodotta dal carico orizzontale.

Con riferimento alla figura 10.89b, dall'equilibrio del nodo 1 sotto la piastra di carico si ricava

$$F_{t,V} = V_{Ed} \cotg \psi$$

e

$$F_{t,H} = H_{Ed}$$

quindi lo sforzo di trazione complessivo è pari a

$$F_t = V_{Ed} \cotg \psi + H_{Ed}$$

Per un prefissato valore H_{Ed} del carico orizzontale, la capacità portante $V_{Rd,s}$ della mensola lato acciaio si ottiene ponendo $F_t = F_{t,max} = A_s f_{yd}$ nell'espressione di F_t

$$V_{Rd,s} = \frac{A_s f_{yd} - H_{Ed}}{\cotg \psi}$$

dove A_s è l'area dell'armatura e $\cotg \psi = a' / (0,9d)$.²¹

Progetto dell'armatura

$$a' = (a_c + 0,2d) + e = 100 + 0,2 \cdot 350 + 7 = 177 \text{ mm}$$

²¹ La Circolare alle NTC 2008 considera un valore del braccio della coppia interna pari a $0,9d$ e non di $0,8d$, come assunto nell'Esempio 8.

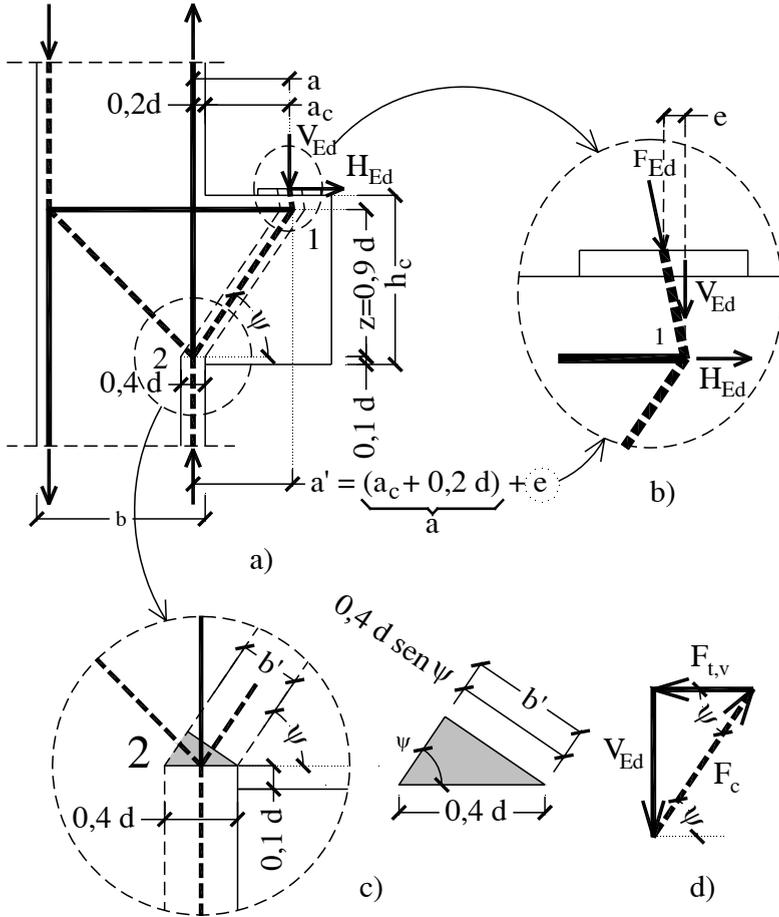


Figura 10.89 Modello A della Circolare alle NTC 2008 per la mensola tozza: a) modello S&T, b) nodo 1, c) nodo 2, d) triangolo delle forze nel nodo 2.

$$z = 0,9 d = 0,9 \cdot 350 = 315 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{V_{Ed} \cotg \psi + H_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{700000 \cdot (177/315) + 70000}{391,3} = 1184 \text{ mm}^2$$

Per l'equilibrio alla traslazione verticale del nodo, la compressione nel puntone inclinato risulta pari a

$$F_c = \frac{V_{Ed}}{\text{sen} \psi}$$

La portanza $V_{Rd,c}$ della mensola lato calcestruzzo si ottiene ponendo F_c pari al suo valore massimo $F_{c,max}$

$$F_{c,max} = b b' f_{cd} = b (0,4 d \text{ sen} \psi) f_{cd}$$

dove b e b' sono le dimensioni della sezione trasversale del puntone (in particolare b è lo spessore della mensola e b' è indicata nella figura 10.89c)

$$V_{Rd,c} = F_{c,max} \text{sen} \psi = 0,4 d \text{sen}^2 \psi b f_{cd} = 0,4 d b f_{cd} \frac{1}{1 + \text{cotg}^2 \psi}$$

sulla base di prove sperimentali questo valore può essere amplificato del fattore 1,5 per sbalzi di travi dotate di staffatura.

Per la mensola dell'Esempio 7 si ottiene

$$V_{Rd,c} = 0,4 d b f_{cd} \frac{1}{1 + \text{cotg}^2 \psi} = 0,4 \cdot 350 \cdot 400 \cdot 19,83 \frac{1}{1 + (177/315)^2} = 843998 \text{ N}$$

La resistenza $V_{Rd,c}$ del puntone di calcestruzzo non dovrà essere minore di quella lato acciaio

$$V_{Rd,c} \geq V_{Rd,s}$$

pertanto, sempre con riferimento alla mensola dell'Esempio 7, l'area di armatura deve soddisfare la seguente condizione

$$\frac{A_s f_{yd} - H_{Ed}}{\text{cotg} \psi} \leq V_{Rd,c}$$

$$A_s \leq \frac{V_{Rd,c} \text{cotg} \psi + H_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{843998 \cdot 177 / 315 + 70000}{391,3} = 1391 \text{ mm}^2$$

dove, in sicurezza, il valore di $V_{Rd,c}$ non è stato incrementato di 1,5 per tenere conto dell'eventuale presenza di staffe.

L'area calcolata sopra per sopportare i carichi di progetto ($A_s = 1184 \text{ mm}^2$) risulta inferiore al valore massimo di 1391 mm^2 e quindi accettabile.

Al Modello A può aggiungersi un secondo meccanismo funzionante in parallelo (Modello B nella figura 10.88 e figura 10.90), formato da un tirante inclinato e da un puntone orizzontale inferiore la cui sezione trasversale è alta $0,2d$.

Dall'equilibrio alla traslazione verticale del nodo 3 inferiore si ha (fig. 10.90)

$$V'_{Ed} = F'_{t,max} \text{sen} \alpha$$

per cui, indicata con $A_{s,diag}$ l'area dell'armatura inclinata, il contributo di portanza in termini di resistenza dell'armatura risulta pari a

$$V'_{Rd,s} = A_{s,diag} f_{yd} \text{sen} \alpha$$

Sempre dall'equilibrio del nodo 3 si ottiene

$$V'_{Ed} = F'_{c} \tan \alpha$$

ed essendo $F'_{c,max} = 0,2 d b f_{cd}$, la portanza lato calcestruzzo è data da

$$V'_{Rd,c} = 0,2 d b f_{cd} \tan \alpha$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene

$$V'_{Rd,c} = 0,2 d b f_{cd} \tan \alpha = 0,2 \cdot 350 \cdot 400 \cdot 19,83 \cdot (315/177) = 988139 \text{ N}$$

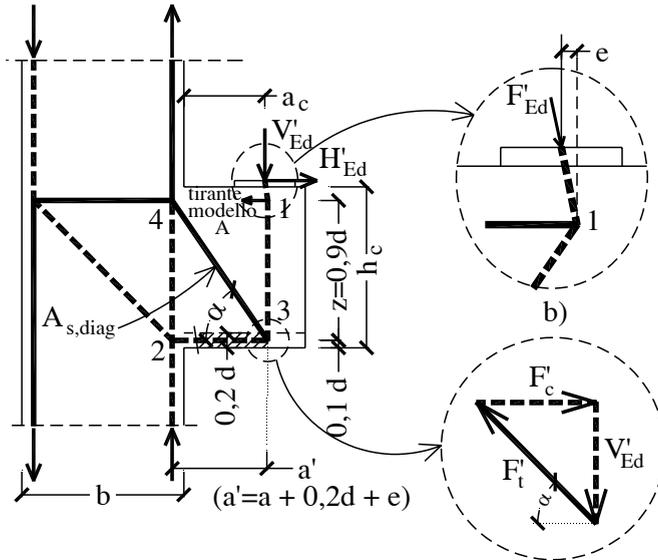


Figura 10.90 Modello B della Circolare alle NTC 2008 per la mensola tozza (si fa osservare che l'armatura diagonale ha la stessa inclinazione della biella 1-2 del modello A, cosicché $\alpha = \psi$).

Come sopra, anche per il modello B la resistenza lato calcestruzzo non deve essere inferiore alla resistenza lato acciaio

$$V'_{Rd,c} \geq V'_{Rd,s}$$

l'area di armatura inclinata deve pertanto soddisfare la seguente disequaglianza

$$A_{s,diag} f_{yd} \text{sen} \alpha \leq V'_{Rd,c}$$

da cui

$$A_{s,diag} \leq \frac{0,2 d b f_{cd}}{f_{yd} \cos \alpha} = \frac{0,2 \cdot 350 \cdot 400 \cdot 19,83}{391,3 \cdot \cos 60,67^\circ} = 2897 \text{ mm}^2$$

La capacità portante globale della mensola provvista dei due ordini di armature può calcolarsi, a partire dal contributo di ciascun meccanismo resistente, come

$$V'_{Rd} = V'_{Rd,s} + 0,8 V'_{Rd,s}$$

considerando un contributo aggiuntivo dell'armatura inclinata ridotto del 20%.

L'armatura secondaria per assorbire le tensioni di trazione ortogonali al campo di compressione inclinato e per contenere l'entità della fessurazione può essere calcolata con gli schemi descritti nell'Esempio 8.

La Circolare non precisa le aliquote di carico da assegnare a ciascuno dei due modelli, ma fornisce solo il limite superiore per la resistenza lato acciaio di ciascuno dei due e la formula per la somma delle resistenze. La Circolare inoltre presenta il modello B come aggiuntivo rispetto al modello A e lascia pertanto intendere che per carichi applicati all'estradosso il progettista può anche limitarsi a considerare il solo modello A. Non appare invece corretto l'utilizzo del solo modello B, che lascia il bordo superiore della mensola sprovvisto

sto di armatura e presenta una maggiore deformabilità ed un quadro fessurativo molto più esteso. Occorre pertanto che almeno il 50 % del carico all'estradosso sia assegnato al modello A, mentre ci si può limitare al solo modello B se il carico è applicato all'intradosso (fig. 10.91*b*); in quest'ultimo caso occorre comunque disporre un'armatura minima di confezionamento nella parte superiore della mensola. Nessuna indicazione viene fornita per il progetto dell'armatura secondaria, per la quale si può fare utile riferimento all'EC2 (vedi Esempio 8).

Se il carico è posto all'intradosso, esso può essere trasferito in alto da un tirante verticale, riconducendosi così allo schema di calcolo valido per carico direttamente applicato all'estradosso (fig. 10.91*a*) oppure da un'armatura inclinata (fig. 10.91*b*). Quando la mensola sostiene una trave della stessa altezza (fig. 10.91*c*) si può adottare una combinazione dei due modelli, tenendo presente che le modalità di trasmissione del carico variano con la disposizione delle armature nella trave portata: il carico è trasferito in basso dalle bielle di calcestruzzo della trave (fig. 10.91*c*₁), mentre eventuali ferri piegati possono trasferire il carico in alto (fig. 10.91*c*₂).

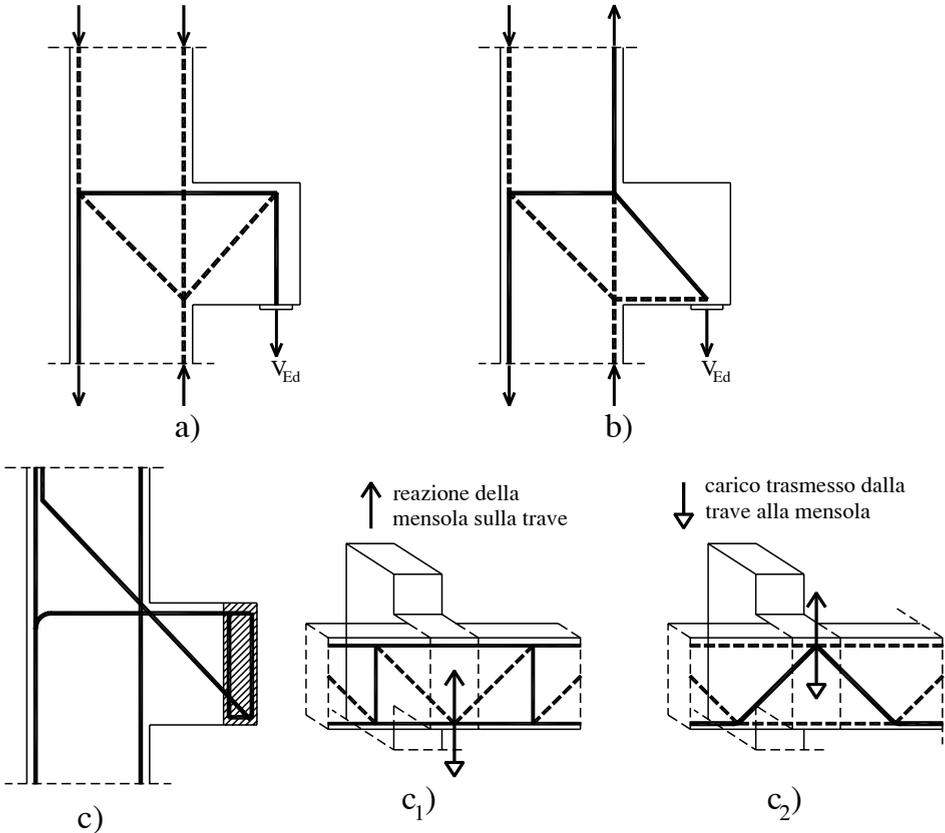


Figura 10.91 Mensola tozza: a) e b) carico all'intradosso, c) trave portata della stessa altezza della mensola: c₁) carico trasmesso dalle bielle inclinate di calcestruzzo c₂) carico trasmesso da eventuali ferri piegati.

10.13 Riferimenti bibliografici

- AA.VV. (2006), Guida all'Uso dell'Eurocodice 2, a cura di AICAP, Ed. Pubblicamento, Roma
- AA.VV. (2008), Progettazione delle Strutture di Calcestruzzo Armato. Guida all'Uso dell'Eurocodice 2 con riferimento al D.M.14.1.2008, a cura di AICAP, Ed. Pubblicamento, Roma
- AASHTO LRFD (2007), Bridge Design Specifications, 4th edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC
- ACI 318-08, Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, ACI Committee 318, 471 pp.
- Angotti, D., Spinelli, P. (2001), Il metodo dell'abbattimento del modulo elastico per l'individuazione dei meccanismi tipo strut & tie in strutture in cemento armato: alcune riflessioni ed esperienze, Atti del Workshop S&T-2001, Firenze, 16 marzo, Ed. Centro Stampa 2P - Firenze, pp. 3-14.
- Brown, M. D., Bayrak, O. (2008), Design of Deep Beams Using Strut-and-Tie Models-Part I: Evaluating U.S. Provisions, ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, July-August.
- CEB/FIP (1991), Model Code 1990 - Final Draft (three volumes)
- FIB (1999), Structural concrete. Textbook on Behavior, Design and Performance Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990
- Harisis, A., Fardis, M. N. (1991), Computer-Aided Automatic Construction of Strut-and-Tie Models. Structural Concrete, IABSE Colloquium, Stuttgart, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zürich, p. 533-538, Mar.
- Marti, P. (1985), Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design, ACI Journal, Jan. – Feb.
- Nilsson, I. (1973), Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment, National Swedish Building Research, document D7
- Nilsson, I., Losberg, A. (1976), Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment, Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 102, No. ST6, June, pp. 1229-1254.
- Schlaich, J., Schäfer, K., e Jennewein, M. (1987), Towards a Consistent Design of Structural Concrete, PCI Journal, V. 32, No. 3, Chicago, IL, pp. 74-150

